T.C. MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI | ORTAOKUL VE İMAM HATİP ORTAOKULU | DERS KİTABI

MATEMATİK

7. SINIF

Yazar

Ummahan Aygün

Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulunun 28.12.2023 tarih ve 118 sayılı kurul (ekli listenin 54. sırasında) kararı ile 2024-2025 öğretim yılından itibaren, 5 (beş) yıl süre ile Ders Kitabı olarak kabul edilmiştir.

Kurulca bu kitabın kabul edilmiş olması ders kitabından yayınevi ve yazarın sorumluluğunu kaldırmaz.

EDAT YAYINLARI

Edat Yayıncılık Eğitim San. ve Tic. Ltd. Şti.

Bahçekapı Mah. 2473. Cad. No: 51/1 Etimesgut / ANKARA

Tel: (312) 995 01 83

Bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayımlayan şirketin izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayımlanması ve depolanması yasaktır. Bu kitabın tüm hakları, Edat Yayıncılık Eğitim San. Ve. Tic. Ltd. Şti.ye aittir.

Haberleşme Adresi

EDAT YAYINLARI

Bahçekapı Mah. 2473. Cad. No: 51/1 Etimesgut / ANKARA

tel: (0-312) 995 01 83

www.edatyayinlari.com.tr

e-posta: info@edatyayinlari.com

SERTİFİKA NO: 53655

ISBN: 978-625-94730-0-0

HAZIRLAYANLAR

Editör
Emin Ersoy

Dil Uzmanı
Tunahan Tözluyurt

Görsel Tasarım Uzmanı
Cem Ülkümen

Ölçme ve Değerlendirme Uzmanı
Burçe Evrim Dönmezer

Program Geliştirme Uzmanı
Mustafa Bıyıklı

Rehberlik Uzmanı
Ceren Aydoğmuş

Baskı – Cilt

Tuna Matbaacılık San. ve Tic. AŞ

Bahçekapı Mahallesi 2460. Cadde No:7

06370 Etimesgut / Şaşmaz / ANKARA

Tel: 0 312 278 34 84

Sertifika No: 49461

Baskı Yeri ve Yılı

Ankara, 2024

İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

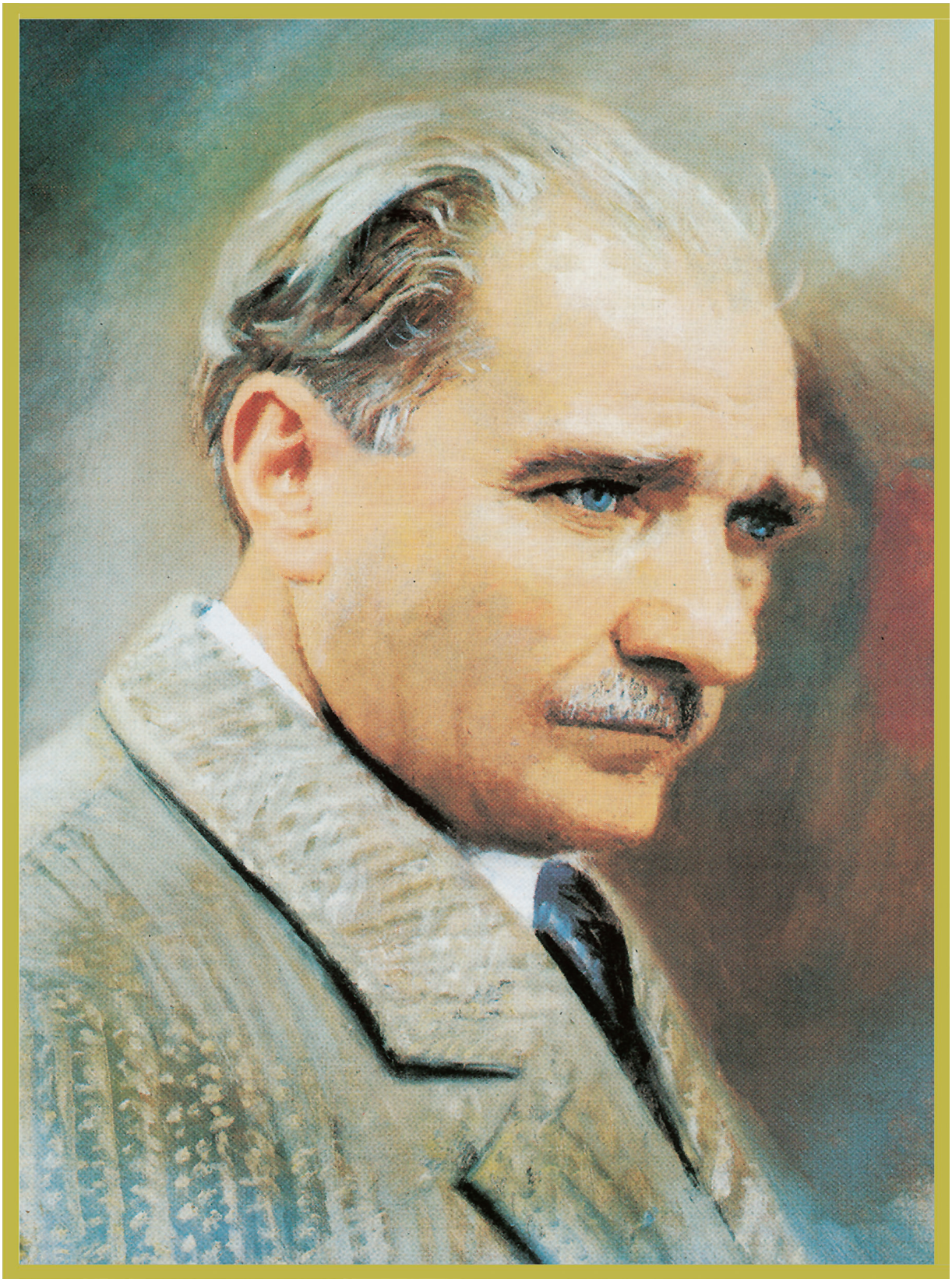
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk

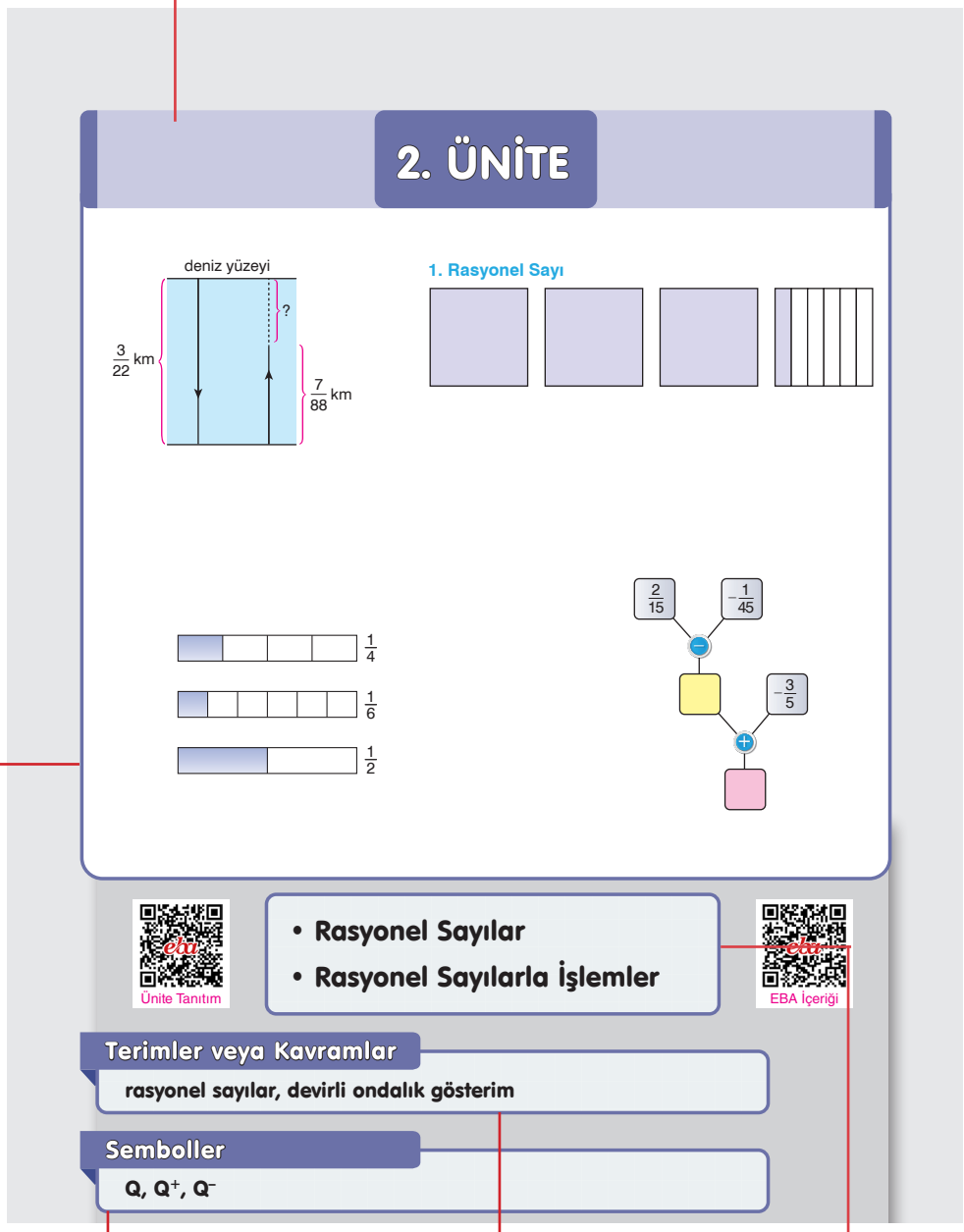


MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

ORGANİZASYON ŞEMASI

Ünite Numarası

Ünitenin numarası belirtilmiştir. Her ünitenin kendine özgü bir rengi vardır.



Semboller

Ünitede yer alan semboller verilmiştir.

Ünite Giriş Görselleri

Ünitede işlenecek konulara yönelik görseller ve şemalar verilmiştir.

Konular

Ünitede yer alan konu başlıkları verilmiştir.

Terimler veya Kavramlar

Ünitede yer alan terimler veya kavramlar verilmiştir.

Hatırlatma

Pozitif tam sayılar ile negatif tam sayılar, zıt yön ve değerleri ifade etmede kullanılır.
Sayı doğrusunda bir tam sayının 0'a (sıfır) uzaklığına o tam sayının mutlak değeri adı verilir.
Tam sayıların mutlak değerleri aşağıdaki gibi bulunabilir.

- $|-7| = +7$
- $|+7| = +7$
- $|0| = 0$
- $|-1| = +1$
- $|-4| = +4$
- $|+4| = +4$
- $|-10| = +10$
- $|+10| = +10$

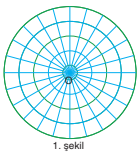
Hatırlatma

İşlenecek konuya ilişkin hatırlatmalara yer verilmiştir.

Etkinlik

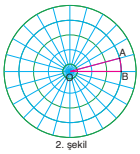
Araç Gereç: Çembersel kâğıt, açıölçer, boya kalemleri

- Çembersel kâğıdın merkezini 1. şekildeki gibi O noktası olarak isimlendiriniz.



1. şekil

- Çembersel kâğıtta, 2. şekildeki A ve B noktalarını işaretleyiniz. Elde ettiğiniz açıyı ve çember yayını boya kalemi ile 2. şekildeki gibi belirginleştiriniz.
- $\widehat{AOB}$'nı ve AB yayının ölçüsünü açıölçer yardımıyla belirleyiniz.
- Belirlediğiniz ölçülere göre köşesi merkezde olan bir açı ve açının gördüğü yayın ölçüleri ile ilgili genel bir ifade yazınız.
- Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.



2. şekil

Etkinlik

İşlenecek konuyu keşfetmeye yönelik çalışmalara yer verilmiştir.

Bilgi Kutusu

Aynı işaretli tam sayıların toplamı bulunurken

- Tam sayıların mutlak değerleri toplanır.
- Toplamın başına, tam sayıların ortak işareti konulur.

Zıt işaretli iki tam sayının toplamı bulunurken

- Mutlak değerce büyük olan sayının mutlak değerinden, mutlak değerce küçük olan sayının mutlak değeri çıkanlır.
- Farkın başına, mutlak değeri diğerinden büyük olan tam sayının işareti konulur.
- Mutlak değerleri eşit olan zıt işaretli iki tam sayının toplamı sıfırdır.

Bilgi Kutusu

İşlenecek konuya ilişkin bilgi, açıklama ve uyarılara yer verilmiştir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayı örüntülerinin kurallarını harfle ifade ediniz.

a) $-50, -45, -40, -35, -30, \ldots$
b) $20, 29, 38, 47, 56, \ldots$
c) $-17, -28, -39, -50, -61, \ldots$
ç) $100, 80, 60, 40, 20, \ldots$
d) $13, 13, 13, 13, 13, \ldots$
e) $4, 0, -4, -8, -12, \ldots$
f) $-100, -50, 0, 50, 100, \ldots$
g) $-32, -52, -72, -92, -112, \ldots$

Alıştırmalar

İşlenen konuya ilişkin sorulara yer verilmiştir.

Örnek

$-\frac{4}{3}$ $-\frac{2}{5}$ $\frac{-6}{-11}$ $+\frac{3}{8}$ $-\frac{8}{13}$ $\frac{4}{-7}$ $\frac{8}{15}$ $+\frac{1}{4}$

Yukarıda verilen kutucuklardaki rasyonel sayılardan, negatif rasyonel sayı olanları ve pozitif sayı olanları belirleyelim.

Çözüm

$-\frac{4}{3}, -\frac{2}{5}, -\frac{8}{13}$ ve $\frac{4}{-7}$ sayıları negatif rasyonel sayılardır.

$\frac{-6}{-11}, +\frac{3}{8}, \frac{8}{15}$ ve $+\frac{1}{4}$ sayıları pozitif rasyonel sayılardır.

Örnek

Konuları öğrenmenize yardımcı olacak çözümlü veya açıklamalı uygulamalara yer verilmiştir.

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Yandaki kutucuklarda verilen tam sayılara göre aşağıda istenen işlemleri yapınız.

a) A, C ve F kutucuklarındaki tam sayıların toplamını bulunuz.

b) (▲ − ■) · ★ işlemindeki ▲ yerine F, ■ yerine E, ★ yerine D kutucuğundaki tam sayıyı yazınız ve işlemin sonucunu bulunuz.

c) A ve B kutucuklarındaki tam sayıların çarpımını bulunuz.

ç) ▼■ üslü ifadesindeki ▼ yerine E, ■ yerine B kutucuğundaki tam sayıyı yazınız ve üslü ifadenin değerini bulunuz.

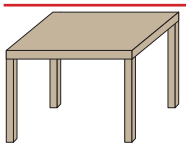
A: (-4)	B: $(+2)$
C: $(+3)$	D: (-1)
E: (-3)	F: $(+1)$

Ünite Değerlendirme Soruları

Ünitede öğrendiklerinizi kontrol etmeniz için farklı türde soruları içeren ölçme ve değerlendirme sorularına yer verilmiştir.

Problem

Yasemin Hanım, üst yüzü kare şeklinde olan görseldeki masanın üzerine sermek için kare şeklinde bir masa örtüsü alıyor. Masa örtüsünün masanın üst yüzünün her bir kenarından 50 cm sarktığını görüyor. Masanın üst yüzünün bir kenar uzunluğu $\frac{5}{4}$ m olduğuna göre Yasemin Hanım'ın aldığı masa örtüsünün bir yüzünün alanı kaç m^2 dir?



Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Yasemin Hanım'ın, üst yüzü kare şeklinde olan masanın üzerine sermek için kare şeklinde bir masa örtüsü aldığı belirtilmiştir. Masanın üst yüzünün bir kenar uzunluğu ile masa örtüsünün bir kenar uzunluğu arasındaki ilişki ve masanın üst yüzünün bir kenar uzunluğu verilmiştir. Bizden, Yasemin Hanım'ın aldığı masa örtüsünün bir yüzünün alanını bulmamız istenmektedir.

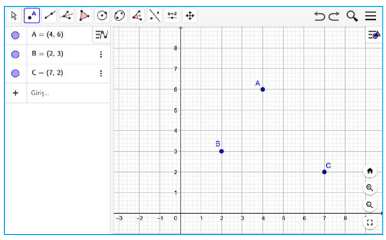
Problem

Konuları öğrenmenize yardımcı olacak problemlere ve problemlerin çözümlerine yer verilmiştir.

Bilgi Teknolojileri

Bilgisayarımızda bir dinamik matematik ve geometri yazılım programı açalım.

sekmesindeki "Nokta" komutunu seçerek ekranda yandaki gibi A, B ve C noktalarını işaretleyelim.



Bilgi Teknolojileri

Konuyu bilgisayar uygulamaları ile pekiştirmeye yönelik çalışmalara yer verilmiştir.

SÖZLÜK

A

astronom: Gök bilimci.

B

bakteri: Toprakta, suda, canlılarda bulunan, mayalanmaya, çürümeye ya da hastalıklara yol açan, küresel, silindirimsi ya da kıvrık biçimde olan çok basit yapılı canlı.

benzer terim: Bir cebirsel ifadede üsleri eşit olan aynı değişkenlerin aynı veya farklı katsayılara ait terimleri.

bilinmeyen: Bir eşitliği sağlayan sayılara karşılık gelen sembol ya da harf.

dik kenar: Bir dik üçgende dik açıyı oluşturan iki kenardan her biri.

E

eşitlik: İçinde "=" sembolü bulunan matematik cümlesi.

etkisiz eleman: İşlemde etkisi olmayan eleman.

G

grafik: Değişkenler arasındaki ilişkiyi göstermeye yarayan çizgisel anlatım şekli.

Sözlük

Kitapta yer alan ve anlamını bilmediğiniz kelimelerin anlamlarına yer verilmiştir.

SEMBOL VE KISALTMALAR

AB	: AB doğrusu	//	: Paralellik işareti
[AB]	: AB doğru parçası	⊥	: Diklik işareti
[AB	: AB ışını	<	: Küçüktür
|AB|	: AB doğru parçasının uzunluğu	>	: Büyüktür
$\widehat{ABC}$	: ABC açısı	=	: Eşittir
$\overset{\frown}{AB}$	: AB yayı	₺	: Türk lirası
m($\widehat{ABC}$)	: ABC açısının ölçüsü	TL	: Türk lirası
m($\overset{\frown}{AB}$)	: AB yayının ölçüsü	L	: Litre
|$\overset{\frown}{AB}$|	: AB yayının uzunluğu	g	: gram
$\overset{\triangle}{ABC}$	: ABC üçgeni	kg	: kilogram
a : b	: a'nın b'ye oranı	r	: Yarıçap
$\frac{a}{b}$	: a'nın b'ye oranı	R	: Çap
a / b	: a'nın b'ye oranı	br	: Birim
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	: Orantı	m	: Metre
Q	: Rasyonel sayılar kümesi	cm	: Santimetre
Q^-	: Negatif rasyonel sayılar kümesi	mm	: Milimetre
Q^+	: Pozitif rasyonel sayılar kümesi	br^2	: Birimkare

Sembol ve Kısaltmalar

Kitapta yer alan sembol ve kısaltmaların anlamlarına yer verilmiştir.

KAYNAKÇA

1. Altun, M. (2012). **Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) Matematik Öğretimi**, Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.
2. Argün, Z.; Arıkan, A.; Bulut S.; Halıcıoğlu, S. (2014). **Temel Matematik Kavramlarının Künyesi**, Ankara: Gazi Kitabevi.
3. Arkın, S.; Toluk Uçar, Z. (2013). **İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi**, Ankara: Anı Yayıncılık.
4. Baykul, Y. ve Turgut M. F. (2012). **Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme**, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
5. Baykul, Y. (2004). **İlköğretimde Matematik Öğretimi**, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
6. Bradley S. Witzel ve Mary E. Little (2018). **Zorlanan Çocuklar İçin İlköğretim Matematik Öğretimi**, (Çev.:Mehmet Fatih Öçal), Ankara: Anı Yayıncılık.

Kaynakça

Kitabın hazırlanmasında yararlanılan kaynaklara yer verilmiştir.

Elektronik İçerik Karekodu

www.eba.gov.tr adresine giriş yaptıktan sonra akıllı cihazınızla karekodu okutarak e-içeriğe, ek değerlendirme sorularına, cevap anahtarına, görsel kaynakça ve genel ağ kaynakçasına ulaştığınız bölümdür.

İÇİNDEKİLER

ORGANİZASYON ŞEMASI 6
İÇİNDEKİLER 9

1. ÜNİTE 11
TAM SAYILARLA İŞLEMLER 12
• Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri 12
• Tam Sayılarla Toplama İşleminin Özellikleri 19
• Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri 23
• Tam Sayıların Kendileri ile Tekrarlı Çarpımı 34
• Tam Sayılar ile İlgili Problemler 39
1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 43

2. ÜNİTE 47
RASYONEL SAYILAR 48
• Rasyonel Sayıları Belirleme ve Sayı Doğrusunda Gösterme 48
• Rasyonel Sayıları Ondalık Gösterim ile İfade Etme ve Ondalık Gösterimleri Rasyonel Sayı Olarak İfade Etme 53
• Rasyonel Sayıları Karşılaştırma ve Sıralama 59
RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER 63
• Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri 63
• Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri 75
• Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler 87
• Rasyonel Sayıların Karesi ve Küpü 91
• Rasyonel Sayılar ile İlgili Problemler 95
2. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 99

3. ÜNİTE 103
CEBİRSEL İFADELER 104
• Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri 104
• Bir Doğal Sayı ile Bir Cebirsel İfadeyi Çarpma 109
• Sayı Örüntülerinin Kuralını Harfle İfade Etme ve İstenen Terimlerini Belirleme 115
EŞİTLİK VE DENKLEM 121
• Eşitliğin Korunumu 121
• Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemi Tanıma ve Kurma 126
• Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Çözümü 130
• Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler 136
3. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 140

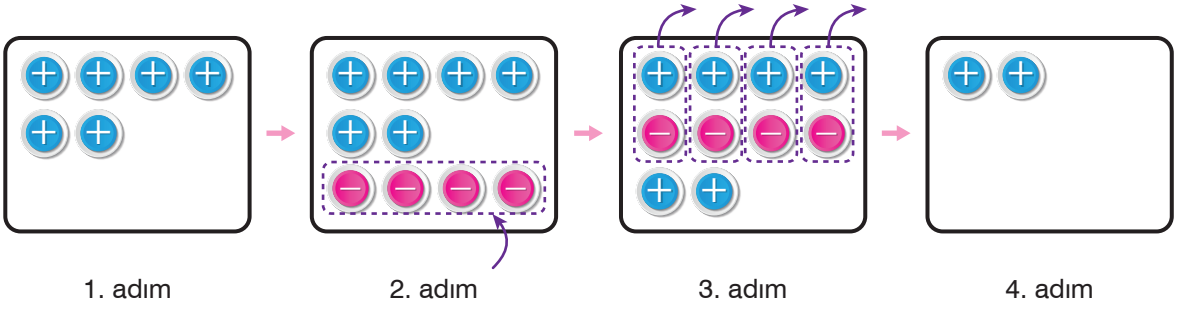
4. ÜNİTE 145
ORAN VE ORANTI 146
• Oran 146
• Orantı 152
• Doğru ve Ters Orantı ile İlgili Problemler 162
YÜZDELER 168
• Bir Çokluğun Belirtilen Yüzdesine Karşılık Gelen Miktarını ve Belirli Yüzdesi Verilen Bir Çokluğu Bulma 168
• Bir Çokluğu Diğer Bir Çokluğun Yüzdesi Olarak Hesaplama ve Bir Çokluğu Belirli Bir Yüzde ile Artırma veya Azaltma 174
• Yüzde ile İlgili Problemler 179
4. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 183

5. ÜNİTE 189
DOĞRULAR VE AÇILAR 190
• Açıortay 190
• İki Paralel Doğru ile Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar 196
ÇOKGENLER 208
• Düzgün Çokgenler 208
• Çokgenlerin Köşegenleri ile İç ve Dış Açıları 212
• Dikdörtgen, Paralelkenar, Yamuk ve Eşkenar Dörtgen 223
• Eşkenar Dörtgen ve Yamuğun Alanı 230
• Alan ile İlgili Problemler 240
ÇEMBER VE DAİRE 247
• Çemberde Merkez Açılar ve Merkez Açıların Gördükleri Yaylar 247
• Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu 251
• Dairenin ve Daire Diliminin Alanı 257
5. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 264

6. ÜNİTE 271
VERİ ANALİZİ 272
• Çizgi Grafiği 272
• Aritmetik Ortalama, Ortanca, Tepe Değer 279
• Daire Grafiği 287
• Verilere Uygun Gösterimleri Belirleme 297
CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ 304
• Yapıların Farklı Yönlerden Görünümleri 304
6. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 312

SÖZLÜK 318
SEMBOL VE KISALTMALAR 319
KAYNAKÇA 320
GENEL AĞ KAYNAKÇASI VE GÖRSEL KAYNAKÇA 320
CEVAP ANAHTARI 320

1. ÜNİTE



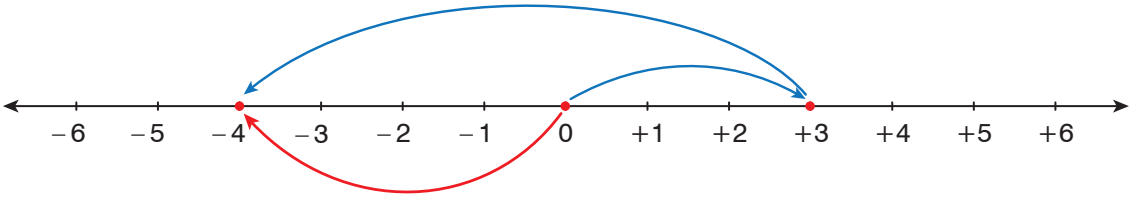
$(-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -16$

$(-16) - (-4) = -12$

$(-12) - (-4) = -8$

$(-8) - (-4) = -4$

$(-4) - (-4) = 0$



Görseller temsilî verilmiştir.

Ünite Tanıtım

- **Tam Sayılarla İşlemler**

EBA İçeriği

Terimler veya Kavramlar

etkisiz eleman, yutan eleman, ters eleman, dağılma özelliği

TAM SAYILARLA İŞLEMLER

Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

Ali Kuşçu (Temsilî)

El Hârizmî (Temsilî)

Pozitif tam sayıların yetmiş bin yıl önce sayma sayıları olarak kullanıldığını belirten belgeler bulunmaktadır. Negatif tam sayıların ise MÖ 100 ile MÖ 50 yılları arasında Çinliler tarafından kullanıldığını gösteren belgeler elde edilmiştir. Negatif tam sayılar; Hindistan'da 628 yılında, Avrupa'da 1202 yılında kullanılmaya başlanmıştır. Osmanlı Dönemi'nde Ali Kuşçu *Risale-i Hisap (Aritmetik Risalesi)* ve *Risale-i Muhammediye* adlı eserlerinde, El Hârizmî ise *El Cebr ve'l Mukâbele adlı* eserinde tam sayılardan bahsetmiştir.

Negatif tam sayılar, kendi aralarında ya da pozitif tam sayılarla toplanırken veya çıkarılırken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Pozitif tam sayılar ile negatif tam sayılar, zıt yön ve değerleri ifade etmede kullanılır.
Sayı doğrusunda bir tam sayının 0'a (sıfır) uzaklığına o tam sayının mutlak değeri adı verilir.
Tam sayıların mutlak değerleri aşağıdaki gibi bulunabilir.

- $|-7| = +7$
- $|+7| = +7$
- $|0| = 0$
- $|-1| = +1$
- $|-4| = +4$
- $|+4| = +4$
- $|-10| = +10$
- $|+10| = +10$

Etkinlik

Araç Gereç: (+) ve (−) sayma pulları

- (+) sayma pullarını kullanarak $+8$ tam sayısını modelleyiniz.
- (−) sayma pullarını kullanarak -3 tam sayısını modelleyiniz.
- Kullandığınız (+) ve (−) sayma pullarını bir araya getirerek bir toplama işlemini modelleyiniz.
- Modellediğiniz toplama işlemini yazınız.
- Toplama işleminin sonucunu modellemek için birer tane (+) ve (−) sayma pulunu kullanarak sıfır çiftleri oluşturunuz. Oluşturduğunuz sıfır çiftlerini modelden çıkarınız.
- Modelde (+) veya (−) sayma pulu kalmayana kadar sıfır çiftlerini modelden çıkarmaya devam ediniz.
- Son durumdaki modele göre toplama işleminin sonucu kaç olur?
- Yaptığınız etkinliğin adımlarına göre tam sayılarla toplama işlemi yapmaya yönelik genel bir ifade yazınız.
- Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.

Bilgi Kutusu

Aynı işaretli tam sayıların toplamı bulunurken

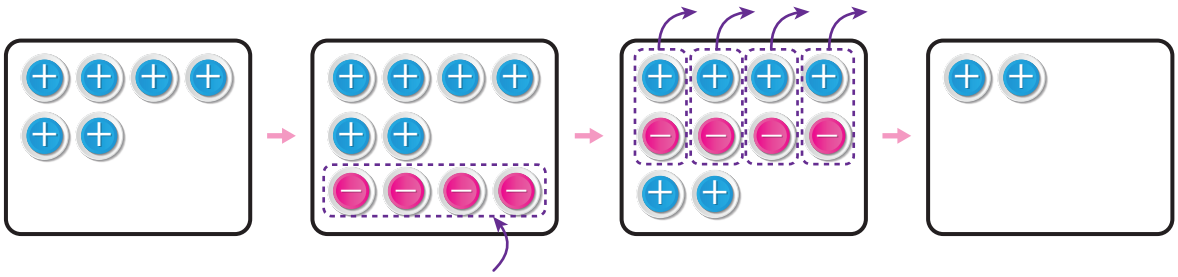
- Tam sayıların mutlak değerleri toplanır.
- Toplamın başına, tam sayıların ortak işareti konulur.

Zıt işaretli iki tam sayının toplamı bulunurken

- Mutlak değerce büyük olan sayının mutlak değerinden, mutlak değerce küçük olan sayının mutlak değeri çıkarılır.
- Farkın başına, mutlak değeri diğerinden büyük olan tam sayının işareti konulur.
- Mutlak değerleri eşit olan zıt işaretli iki tam sayının toplamı sıfırdır.

Örnek

(+) → + 1 ve (−) → − 1 olmak üzere sayma pulları ile aşağıda modellenen toplama işlemini yazalım.



1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

Çözüm

1. adımda 6 adet (+) sayma pulu kullanılarak (+6) tam sayısı modellenmiştir. Buna göre 1. toplanan (+6)'dır. 2. adımda modele 4 adet (−) sayma pulu eklenmiştir. Öyleyse 2. toplanan (−4)'tür. 3. adımda elde edilen 4 adet 0 (sıfır) çifti modelden çıkarılmıştır. 4. adımda 2 adet (+) sayma pulu ile işlem sonucu olan (+2) tam sayısı modellenmiştir. Bu durumda modellenen toplama işlemi (+6) + (−4) = (+2) olur.

Örnek

Aşağıda verilen toplama işlemlerini yapalım.

a) (−7) + (+3) = ?
b) (+2) + (−11) = ?
c) (−13) + (−4) = ?
ç) (+10) + (+10) = ?
d) (+7) + 0 = ?
e) (−6) + (+1) = ?
f) (+20) + (−18) = ?
g) 0 + (−3) = ?

Çözüm

Toplama işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

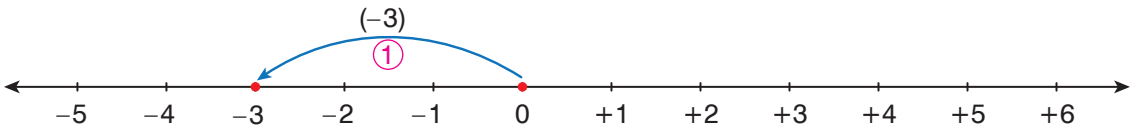
a) (−7) + (+3) = −4
b) (+2) + (−11) = −9
c) (−13) + (−4) = −17
ç) (+10) + (+10) = +20
d) (+7) + 0 = +7
e) (−6) + (+1) = −5
f) (+20) + (−18) = +2
g) 0 + (−3) = −3

Örnek

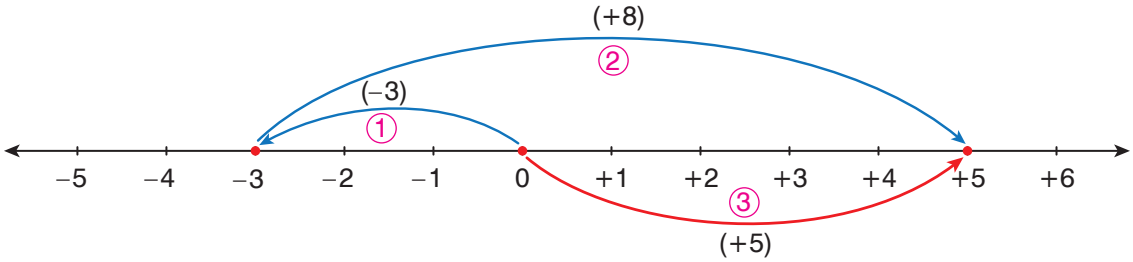
$(-3) + (+8)$ işlemini sayı doğrusunda göstererek toplama işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Eş aralıklara ayrılmış aşağıdaki sayı doğrusunda 0'ı belirten noktadan -3'ü belirten noktaya bir ok çizelim.



-3 tam sayısı ile $+8$ tam sayısı toplanırken sayı doğrusunda -3 tam sayısını belirten noktadan 8 birim sağa doğru ilerleyelim. Bu durumda ulaştığımız sayı $+5$ tam sayısıdır.



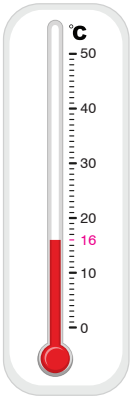
$$(-3) + (+8) = (+5)$$

Sayı doğrusunda gösterilen $(-3) + (+8)$ işleminin sonucu $+5$'tir.

Örnek

Elif'in odasının sıcaklığını gösteren termometre yandaki görselde verilmiştir. Elif'in annesi odanın soğuk olduğunu fark edince kombinin sıcaklığını artırmıştır. Elif'in odasının sıcaklığı 12 °C artmıştır.

Buna göre Elif'in odasının sıcaklığının son durumda kaç °C olduğunu bulalım.



Çözüm

Görseldeki termometre $+16$ °C'u gösterdiği için ilk durumda Elif'in odasının sıcaklığı 16 °C'tur. Sıcaklık 12 °C arttığına göre son durumda Elif'in odasının sıcaklığı bulunurken $+16$ ile $+12$ tam sayıları toplanır.

$(+16) + (+12) = +28$

Son durumda Elif'in odasının sıcaklığı 28 °C olur.

Bilgi Kutusu

Tam sayılarla çıkarma işlemi, çıkanın ters işaretlisi ile eksilenin toplanması anlamına gelir.

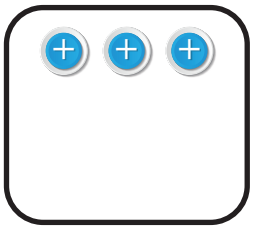
- $(+2) - (+1) = (+2) + (-1)$
- $(+5) - (-3) = (+5) + (+3)$
- $(-3) - (+4) = (-3) + (-4)$
- $(-7) - (-1) = (-7) + (+1)$

Örnek

$(+3) - (-2)$ işleminin sonucunu, işlemi sayma pulları ile modelleyerek bulalım.

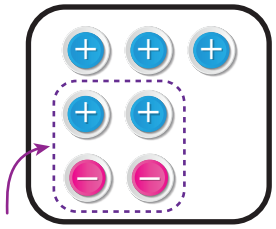
Çözüm

⊕ sayma pulları ile $+3$ tam sayısını yandaki gibi modelleyelim.



$(+3)$

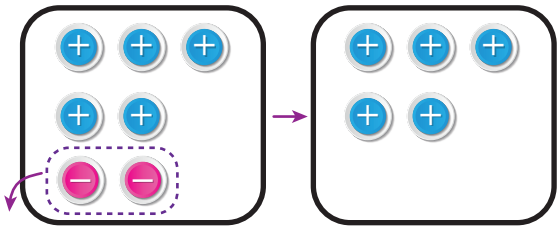
$+3$ tam sayısından -2 tam sayısını çıkarabilmek için modele ikişer adet ⊕ ve ⊖ sayma pulunu (2 adet sıfır çifti) yandaki gibi ekleyelim.



$(+3)$

Modelden 2 tane ⊖ sayma pulunu yandaki gibi çıkaralım. Modellenen $(+3) - (-2)$ işleminin sonucu $(+5)$'tir.

$(+3) - (-2) = (+5)$



$(+3) - (-2)$ $\qquad$ $(+5)$

Örnek

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini yapalım.

a) $(-6) - (+2) = ?$

b) $(+10) - (+12) = ?$

c) $(-3) - (+3) = ?$

ç) $(+6) - (+6) = ?$

d) $(+4) - (+1) = ?$

e) $(-13) - (-15) = ?$

Çözüm

Çıkarma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a) $(-6) - (+2) = (-6) + (-2) = -8$

b) $(+10) - (+12) = (+10) + (-12) = -2$

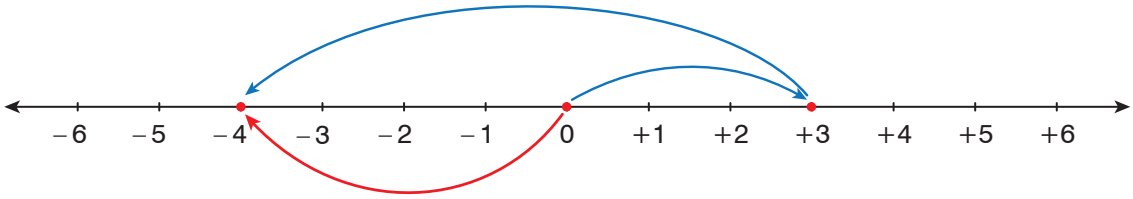
c) $(-3) - (+3) = (-3) + (-3) = -6$

ç) $(+6) - (+6) = (+6) + (-6) = 0$

d) $(+4) - (+1) = (+4) + (-1) = +3$

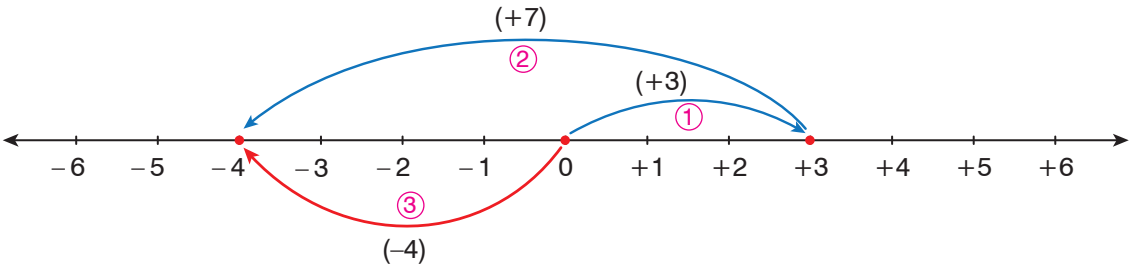
e) $(-13) - (-15) = (-13) + (+15) = +2$

Örnek



Yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilen işlemi yazalım.

Çözüm



$(+3) - (+7) = -4$

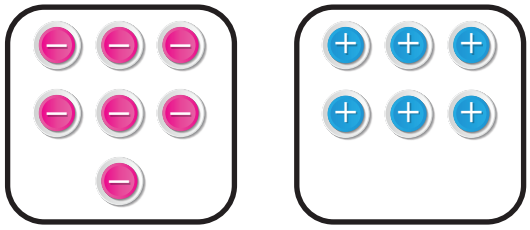
Sayı doğrusunda önce 0 noktasından +3 noktasına mavi bir ok çizilmiştir. Buna göre işlemdeki ilk tam sayı +3 olur. Sonra +3 tam sayısından 7 birim sola gidilmiş, yine mavi ok ile gösterilmiştir. Öyleyse modellenen işlem $(+3) - (+7)$ olur.

Sayı doğrusunda işlem sonucu kırmızı ok ile gösterilmiştir ve –4'e eşittir. Buna göre sayı doğrusunda modellenen işlemi yazalım.

$(+3) - (+7) = -4$

Örnek

Yanda modellenen 1. tam sayıdan 2. tam sayıyı çıkaralım.



1. tam sayı 2. tam sayı

Çözüm

1. tam sayıyı belirten modelde 7 adet ⊖ sayma pulu bulunmaktadır. Öyleyse modellenen 1. tam sayı –7'dir.

2. tam sayıyı belirten modelde 6 adet ⊕ sayma pulu bulunmaktadır. Öyleyse modellenen 2. tam sayı +6'dır.

Buna göre modellenen 1. tam sayıdan 2. tam sayıyı çıkaralım.

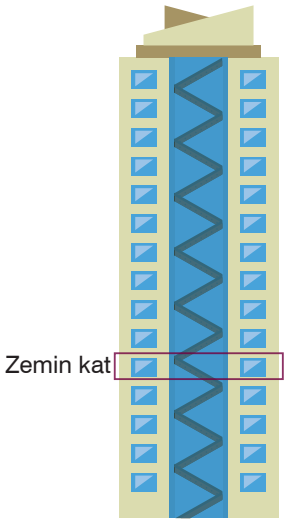
$(-7) - (+6) = (-7) + (-6)$

$= -13$

Örnek

Görseldeki apartmanın 5. katında oturan Ahmet, evinden çıkıp evinin bulunduğu kattaki asansöre biniyor. Ahmet, asansörle önce 2 kat yukarı çıkıp Ozan'ın evinin bulunduğu kattan Ozan'ı alıyor. Ozan ile Ahmet, oradan 9 kat aşağıya inip arkadaşları Selim'i evinde ziyaret ediyorlar.

Buna göre Selim'in evinin bulunduğu katı, dikey sayı doğrusu modelini kullanarak belirleyelim.



Çözüm

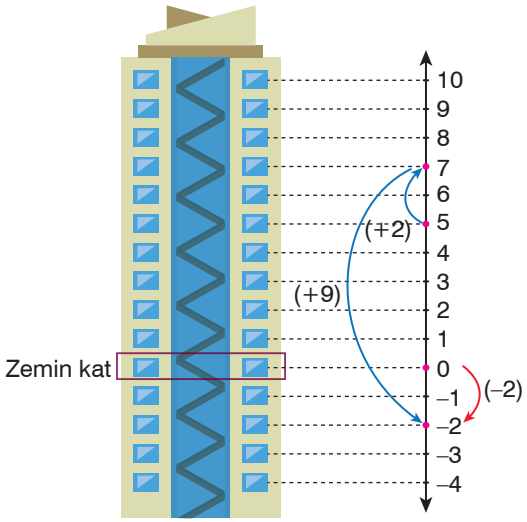
Zemin kat 0. kat olmak üzere Ahmet, asansörle önce 5. kattan 2 kat yukarıya çıkıyor.

$(+5) + (+2) = +7$

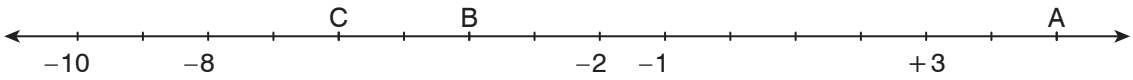
Ahmet, Ozan'ı 7. kattaki evinden alıyor ve Ozan ile birlikte asansörle 9 kat aşağıya iniyor.

$(+7) - (+9) = (+7) + (-9) = -2$

Yaptığımız işlemlere ve yandaki modele göre Selim -2. katta oturmaktadır.



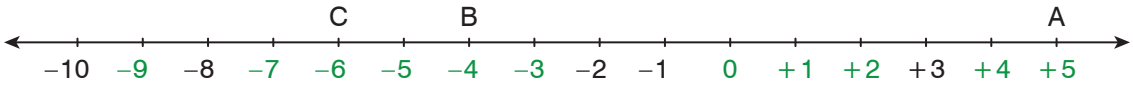
Örnek



Yukarıdaki sayı doğrusu eş aralıklara ayrılmıştır. Sayı doğrusunda belirtilen harflere karşılık gelen tam sayılara göre $(A + B) - C$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Sayı doğrusundaki tam sayıları yerlerine yazarak harflere karşılık gelen tam sayıları belirleyelim.



Sayı doğrusuna göre işlemdeki C yerine -6, B yerine -4 ve A yerine $+5$ yazarak $(A + B) - C$ işleminin sonucunu bulalım.

$(A + B) - C = [(+5) + (-4)] - (-6) = (+1) - (-6) = (+1) + (+6) = +7$

Problem

Selin, bir hafta boyunca günlük 50 sayfa kitap okumayı hedefliyor. 50'den fazla sayfa okuduğu günlerde fazla okuduğu sayfa sayısının yanına "+" işareti yazmıştır. 50'den az sayfa okuduğu günlerde az okuduğu sayfa sayısının yanına "–" işaretini yazarak aşağıdaki tabloyu oluşturmuştur.

Tablo: *Selin'in Bir Hafta Boyunca Günlük Okuduğu Sayfa Sayılarının Belirlediği Hedefe Yakınlığı*

Günler	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
Selin'in Yazdığı Tam Sayılar	$+3$	-2	$+6$	-5	0	-3	$+1$

Selin, 50 sayfa kitap okuduğu gün için tabloya 0 tam sayısını yazıyor. Buna göre Selin bir hafta boyunca toplam kaç sayfa kitap okumuştur?

Çözüm

Problemi Anlayalım

Problemde Selin'in bir hafta boyunca günlük okumayı hedeflediği sayfa sayısı ve günlük hedeflediği sayfa sayısından daha az ya da daha fazla okuduğunda yazdığı tam sayıları belirten bir tablo verilmiştir. Bizden, Selin'in bir hafta boyunca okuduğu sayfa sayılarının toplamını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce Selin'in bir hafta boyunca günlük okuduğu sayfa sayılarını $+50$ ile tabloda belirtilen tam sayıları toplayarak bulalım. Sonra Selin'in günlük okuduğu sayfa sayılarını toplayarak bir hafta boyunca okuduğu sayfa sayılarının toplamını bulalım.

Problemi Çözelim

Selin;

- Pazartesi $(+50) + (+3) = 53$,
- Salı $(+50) + (-2) = 48$,
- Çarşamba $(+50) + (+6) = 56$,
- Perşembe $(+50) + (-5) = 45$,
- Cuma $(+50) + 0 = 50$,
- Cumartesi $(+50) + (-3) = 47$,
- Pazar $(+50) + (+1) = 51$ sayfa kitap okumuştur.

e-içerik

Buna göre Selin, bir hafta boyunca toplam $53 + 48 + 56 + 45 + 50 + 47 + 51 = 350$ sayfa kitap okumuştur.

Çözümü Kontrol Edelim

Selin, bir hafta boyunca günlük hedeflediği 50 sayfayı her gün okusaydı toplam $7 \cdot 50 = 350$ sayfa kitap okurdu. Problemin sonucu 350 olduğuna göre tablodaki tam sayıların toplamı 0 olmalıdır.

$$(+3) + (-2) + (+6) + (-5) + 0 + (-3) + (+1) = 0$$

Çözümümüz doğrudur.

Tam Sayılarla Toplama İşleminin Özellikleri

Bilgi Kutusu

Tam sayılarla toplama işleminin şu özellikleri vardır:

- Değişme
- Birleşme
- Ters eleman
- Etkisiz eleman

Akıcı bir şekilde işlem yapmak için bu özellikler kullanılabilir.

Tam sayılarla toplama işleminin değişme, birleşme, ters eleman ve etkisiz eleman özelliklerini inceleyelim.

Değişme Özelliği

Toplama işleminde toplanan tam sayıların yerleri değiştirildiğinde toplam değişmez. O hâlde tam sayılarla toplama işleminin değişme özelliği vardır.

Örneğin $(+2) + (-3) = -1$ iken $(-3) + (+2) = -1$'dir.

$(+2) + (-3) = (-3) + (+2)$

Birleşme Özelliği

Tam sayılarla toplama işlemi yapılırken sayıları farklı şekilde gruplandırarak işlem yaptığımızda sonuç değişmez. O hâlde tam sayılarla toplama işleminin birleşme özelliği vardır.

Örneğin $(+5) + (-2) + (+3)$ işleminin sonucunu önce $(+5)$ ile (-2) tam sayılarını toplayarak bulalım. Aynı işlemin sonucunu önce (-2) ile $(+3)$ tam sayılarını toplayarak da bulalım. İşlem sonuçlarının eşit olup olmadığını belirleyelim.

$$\left.\begin{array}{l} [(+5) + (-2)] + (+3) = (+3) + (+3) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad = (+6) \\ (+5) + [(-2) + (+3)] = (+5) + (+1) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad = (+6) \end{array}\right\} [(+5) + (-2)] + (+3) = (+5) + [(-2) + (+3)]$$

Tam sayılarla toplama işleminin birleşme özelliği olduğundan işlemlerin sonuçları eşittir.

Etkisiz Eleman Özelliği

Bir tam sayının 0 (sıfır) ile toplamı o tam sayıya eşittir. O hâlde tam sayılarla toplama işleminin etkisiz elemanı vardır ve 0'dır.

Örneğin (-13), (-40), $(+8)$ ve $(+11)$ tam sayılarını 0 ile ayrı ayrı toplayalım.

- $(-13) + 0 = -13$
- $0 + (-40) = -40$
- $(+8) + 0 = +8$
- $0 + (+11) = +11$

Ters Eleman Özelliği

Bir tam sayının toplama işlemine göre tersi o tam sayının zıt işaretlisidir. Bir tam sayı ile o tam sayının toplama işlemine göre tersinin toplamı 0'dır.

$(+7)$ tam sayısının toplama işlemine göre tersi (-7)'dir.

$(+7) + (-7) = 0$

(-7) tam sayısının toplama işlemine göre tersi $(+7)$'dir.

$(-7) + (+7) = 0$

Örnek

-4 ile $+5$ tam sayılarının arasındaki tam sayıların toplamını bulalım.

Çözüm

(-4) ile $(+5)$ tam sayılarının arasındaki tam sayıları toplayalım.

$(-3) + (-2) + (-1) + 0 + (+1) + (+2) + (+3) + (+4) = ?$

İşlemin sonucunu akıcı bir şekilde bulabilmek için kolay toplanabilen tam sayıları, toplama işleminin değişme özelliğinden yararlanarak yan yana yazalım. Daha sonra ters eleman ve etkisiz eleman özelliklerinden yararlanarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\underbrace{(-3) + (+3)}_{0} + \underbrace{(-2) + (+2)}_{0} + \underbrace{(-1) + (+1)}_{0} + 0 + (+4) = 0 + 0 + 0 + 0 + (+4)$$
$$= +4$$

Örnek

Aşağıda verilen işlemleri, toplama işleminin özelliklerini kullanarak akıcı bir şekilde yapalım.

a) $(+6) + (-2) + (-6) = ?$

b) $(+3) + (-7) + (+4) = ?$

c) $(-10) + 0 = ?$

ç) $0 + (+11) = ?$

Çözüm

Verilen işlemlerin sonuçlarını bulalım.

a) $(+6) + (-2) + (-6) = (+6) + (-6) + (-2)$ (Değişme Özelliği)

$= [(+6) + (-6)] + (-2)$ (Birleşme ve Ters Eleman Özelliği)

$= 0 + (-2)$ (Etkisiz Eleman Özelliği)

$= -2$

b) $(+3) + (-7) + (+4) = (+3) + [(-7) + (+4)]$ (Birleşme Özelliği)

$= (+3) + (-3)$ (Ters Eleman Özelliği)

$= 0$

c) $(-10) + 0 = -10$ (Etkisiz Eleman Özelliği)

ç) $0 + (+11) = +11$ (Etkisiz Eleman Özelliği)

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $(-7) + (-4) = ?$ **b)** $0 - (-2) = ?$ **c)** $(+2) - (+4) = ?$

ç) $(-13) + (-20) = ?$ **d)** $(-15) + 0 + (+12) = ?$ **e)** $(-18) - (-14) = ?$

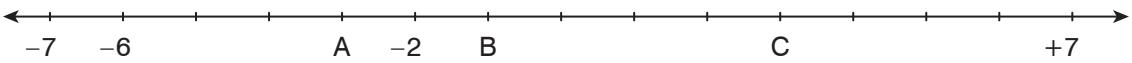
f) $(+7) - (+7) = ?$ **g)** $(-11) + (+11) = ?$ **ğ)** $(+9) - (-10) = ?$

h) $(+5) + (+5) = ?$ **ı)** $(-8) - (-8) = ?$ **i)** $(-14) - (+14) = ?$

2. Aşağıdaki işlemler ile bu işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde hangi tam sayı açıkta kalır?

$(+10) + (-7) =$	-3
$(-1) - (-1) - (+1) =$	-1
$(-4) + (-2) + (+6) =$	0
$(-13) + (-3) - (-13) =$	$+1$
	$+3$

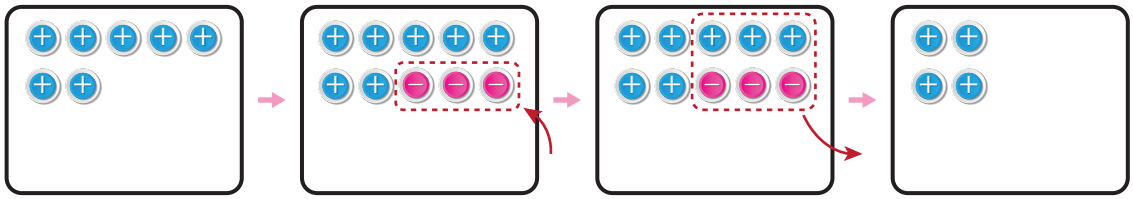
3.



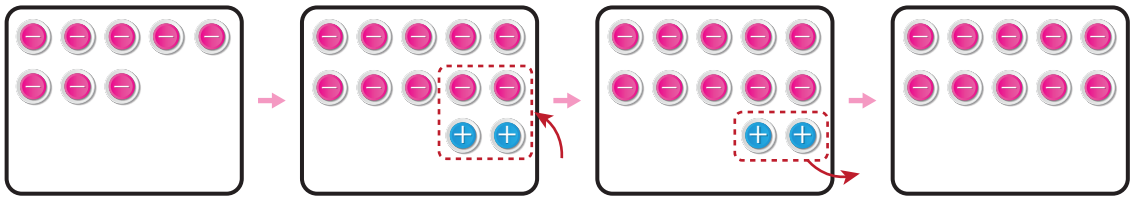
Eş aralıklara ayrılmış yukarıdaki sayı doğrusunda verilenlere göre A − (B + C) işleminin sonucunu bulunuz.

4. Sayma pullarıyla aşağıda modellenen işlemleri yazınız.

a)

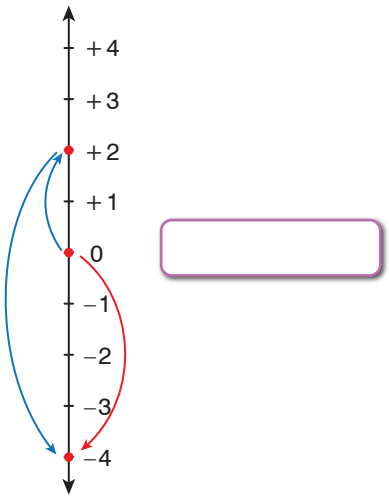


b)

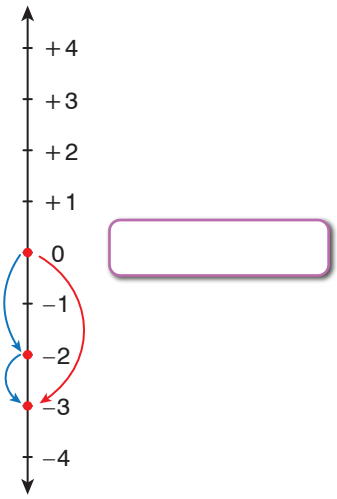


5. Eş aralıklara ayrılmış dikey sayı doğrularında gösterilen işlemleri boş kutucuklara yazınız.

a)



b)



6. Sinem, (−14) tam sayısının toplama işlemine göre tersi olan sayıdan (−8) tam sayısını doğru bir şekilde çıkarıyor ve işlem sonucunu defterine yazıyor. Buna göre Sinem'in defterine yazdığı tam sayıyı belirleyiniz.

Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri

Spiker Elif Hanım, gün boyunca dört ilçede insanlarla röportaj yapıyor. Elif Hanım, röportaj yaptığı ilçelerde ortalama hava sıcaklığının –4 °C olduğunu fark ediyor ve bu ilçelerdeki ortalama hava sıcaklıklarının toplamını belirlemek istiyor. Sizce Elif Hanım, ortalama hava sıcaklıklarının toplamını kısa yoldan çarpma işlemi yaparak nasıl bulabilir? Açıklayınız.

Tam Sayılarla Çarpma İşlemi

Hatırlatma

Doğal sayılarla çarpma işleminin şu özellikleri vardır:

- Değişme
- Birleşme
- Etkisiz eleman
- Yutan eleman
- Toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma

Bilgi Kutusu

- Aynı işaretli iki tam sayının çarpımı pozitif bir tam sayıdır.
  - $(+3) \cdot (+7) = +21$
  - $(-5) \cdot (-9) = +45$
- Zıt işaretli iki tam sayının çarpımı negatif bir tam sayıdır.
  - $(+4) \cdot (-9) = -36$
  - $(-10) \cdot (+3) = -30$

Örnek

Aşağıda verilen çarpma işlemlerini yapalım.

a) $(-7) \cdot (-8) = ?$

b) $(-4) \cdot (+2) = ?$

c) $(+5) \cdot (-3) = ?$

ç) $(+10) \cdot (+7) = ?$

d) $(-2) \cdot (-20) = ?$

e) $(+6) \cdot (+1) = ?$

Çözüm

Çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a) $(-7) \cdot (-8) = +56$

b) $(-4) \cdot (+2) = -8$

c) $(+5) \cdot (-3) = -15$

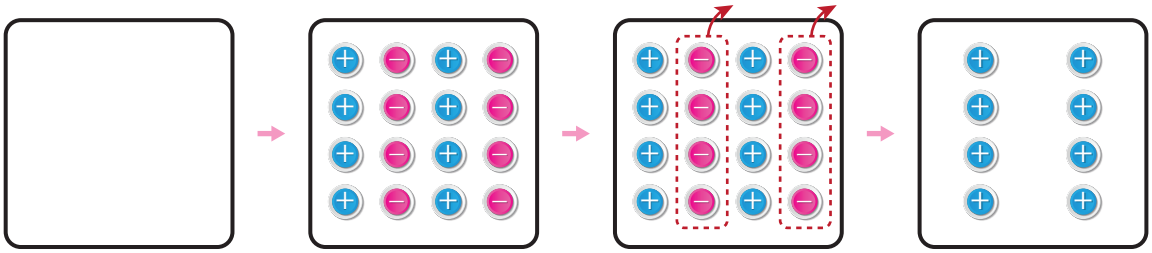
ç) $(+10) \cdot (+7) = +70$

d) $(-2) \cdot (-20) = +40$

e) $(+6) \cdot (+1) = +6$

Örnek

“⊕” sayma pulu + 1’i, “⊖” sayma pulu – 1’i temsil etmek üzere aşağıda sayma pullarıyla modellenen çarpma işlemini yazalım.

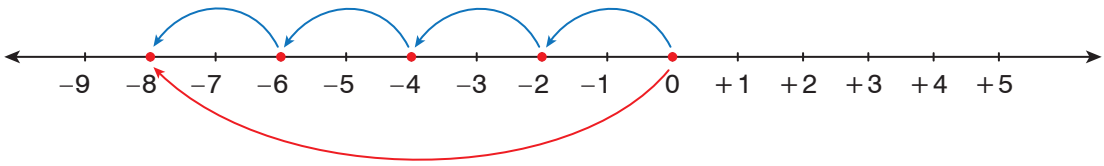


1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

Çözüm

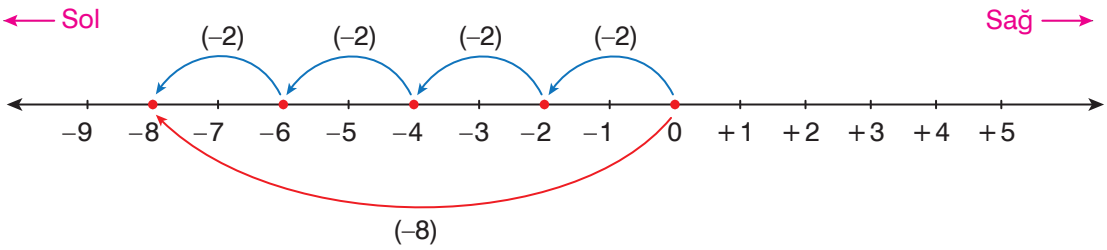
1. adımdaki boş kutucukta 0 tam sayısı modellenmiştir. 2. adımda iki grup olmak üzere dörderli 0 çifti (1 adet ⊕ sayma pulu ve 1 adet ⊖ sayma pulu) modellenmiştir. 3. adımda iki grup dörderli ⊖ sayma pulu modelden çıkarılmıştır. 4. adımda ise modelde 8 adet ⊕ sayma pulu bulunmaktadır. Buna göre çarpma işleminin sonucu + 8’dir. Öyleyse modellenen çarpma işlemi $(-2) \cdot (-4) = +8$ olur.

Örnek



Eş aralıklara ayrılmış yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilen çarpma işlemini yazalım.

Çözüm

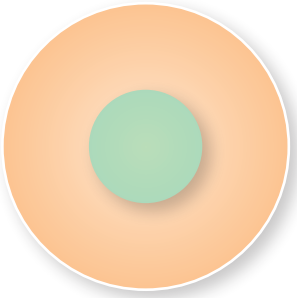


Sayı doğrusunda gösterilen işleme 0 noktasından başlanmıştır. 0 noktasından 4 kez ikişer birim sola doğru gidilmiştir. Her seferinde son durum mavi ok ile gösterilmiştir. Öyleyse sayı doğrusunda gösterilen çarpma işlemi $(+4) \cdot (-2)$ olur. Sayı doğrusunda işlem sonucu kırmızı okla gösterilmiştir ve –8’dir. Buna göre sayı doğrusunda gösterilen çarpma işlemini yazalım.

$(+4) \cdot (-2) = -8$

Örnek

Yücel ile Emel, görseldeki hedef tahtasına ok atarak oyun oynuyorlar. Yücel ile Emel'in attıkları oklar;



- hedef tahtasına isabet etmezse -8 puan,
- hedef tahtasının yeşil bölümüne isabet ederse $+10$ puan,
- hedef tahtasının turuncu bölümüne isabet ederse -2 puan alıyorlar.

Yücel ile Emel beşer atış yapıyorlar.

Yücel'in atışlarından 2 tanesi yeşil, 2 tanesi turuncu bölgeye isabet ediyor. 1 atışı ise hedef tahtasına isabet etmiyor.

Emel'in atışlarından 1 tanesi yeşil, 4 tanesi turuncu bölgeye isabet ediyor.

Buna göre beşer atış sonunda Yücel'in aldığı puanın Emel'in aldığı puandan kaç fazla olduğunu bulalım.

Çözüm

Önce Yücel'in puanını hesaplayalım.

Yücel, yeşil bölgeye isabet eden 2 tane atıştan toplam $(+2) \cdot (+10) = +20$ puan alır.

Turuncu bölgeye isabet eden 2 tane atıştan toplam $(+2) \cdot (-2) = -4$ puan alır.

İsabet etmeyen 1 tane atıştan $(+1) \cdot (-8) = -8$ puan alır.

Buna göre Yücel'in toplam $(+20) + (-4) + (-8) = (+20) + (-12) = +8$ puanı olur.

Şimdi, Emel'in puanını hesaplayalım.

Emel, yeşil bölgeye isabet eden 1 tane atıştan toplam $(+1) \cdot (+10) = +10$ puan alır.

Turuncu bölgeye isabet eden 4 tane atıştan toplam $(+4) \cdot (-2) = -8$ puan alır.

Buna göre Emel'in toplam $(+10) + (-8) = +2$ puanı olur.

Beşer atış sonunda Yücel'in aldığı puandan Emel'in aldığı puanı çıkaralım.

$(+8) - (+2) = (+8) + (-2) = +6$

Örnek

Yandaki kutucukta verilen çarpma işlemlerinin sonuçları ★, ▲ ve ■ sembolleriyle gösteriliyor.

Buna göre ★ + ▲ + ■ işleminin sonucunu bulalım.

$(-2) \cdot (-5) =$ ★

$(-3) \cdot (+3) =$ ▲

$(+4) \cdot (-1) =$ ■

Çözüm

İşlemleri yaparak işlemlerdeki sembollerin yerine yazılması gereken tam sayıları bulalım.

$(-2) \cdot (-5) = +10$ olduğundan ★ yerine $+10$ yazılmalıdır.

$(-3) \cdot (+3) = -9$ olduğundan ▲ yerine -9 yazılmalıdır.

$(+4) \cdot (-1) = -4$ olduğundan ■ yerine -4 yazılmalıdır.

★ + ▲ + ■ işleminin sonucunu bulalım.

★ + ▲ + ■ $= \underbrace{(+10) + (-9)} + (-4)$

$= (+1) + (-4) = -3$

Etkinlik

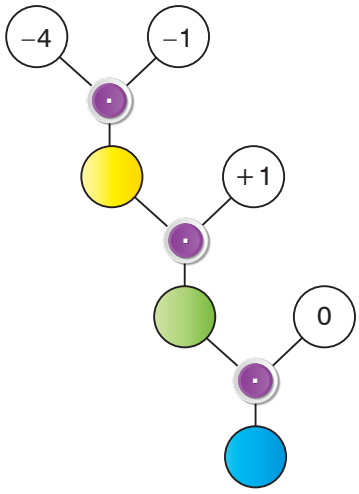
- (-5), $(+4)$ ve (-2) tam sayılarının 0 ile çarpımlarını bulunuz.
- Bulduğunuz çarpımlara göre bir tam sayının 0 ile çarpımına yönelik genel bir ifade yazınız.
- (-10), $(+2)$, (-7) tam sayılarının $(+1)$ ile çarpımlarını bulunuz.
- Bulduğunuz çarpımlara göre bir tam sayının $(+1)$ ile çarpımına yönelik genel bir ifade yazınız.
- (-6), $(+8)$, (-11) tam sayılarının (-1) ile çarpımlarını bulunuz.
- Bulduğunuz çarpımlara göre bir tam sayının (-1) ile çarpımına yönelik genel bir ifade yazınız.

Bilgi Kutusu

- Bir tam sayının 0 (sıfır) ile çarpımı 0'a eşittir.
  - $(+5) \cdot 0 = 0$
  - $(-7) \cdot 0 = 0$
  - $0 \cdot (+4) = 0$
  - $0 \cdot (-10) = 0$
- Bir tam sayının 1 ile çarpımı o tam sayıya eşittir.
  - $(+2) \cdot 1 = +2$
  - $(-3) \cdot 1 = -3$
  - $1 \cdot (+8) = +8$
  - $1 \cdot (-6) = -6$
- 0 (sıfır) hariç bir tam sayının (-1) ile çarpımı o tam sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.
  - $(+7) \cdot (-1) = -7$
  - $(-4) \cdot (-1) = +4$
  - $(-1) \cdot (+2) = -2$
  - $(-1) \cdot (-5) = +5$

Örnek

Yandaki şemada belirtilen çarpma işlemlerini yapalım ve renkli dairelere yazılması gereken tam sayıları yazalım.



Çözüm

Şemadaki sarı daireye, $(-4) \cdot (-1)$ işleminin sonucu yazılmalıdır.

$(-4) \cdot (-1) = (+4)$

Şemadaki sarı daireye $+4$ yazılmalıdır.

Şemadaki yeşil daireye, $(+4) \cdot (+1)$ işleminin sonucu yazılmalıdır.

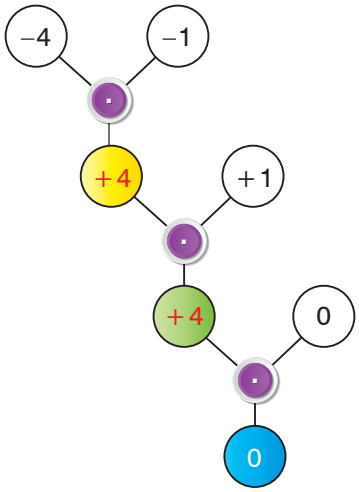
$(+4) \cdot (+1) = +4$

Şemadaki yeşil daireye $+4$ yazılmalıdır.

Şemadaki mavi daireye $(+4) \cdot 0$ işleminin sonucu yazılmalıdır.

$(+4) \cdot 0 = 0$

Şemadaki mavi daireye 0 yazılmalıdır.

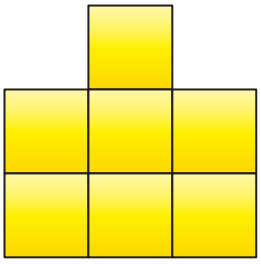


Örnek

Hülya, eş karelerden oluşan iki kart oluşturuyor ve 1. karttaki her bir kareye aşağıdaki tam sayıları yazıyor.

–5	–8	–3
+7	+10	+2
+2	–3	+8

1. kart

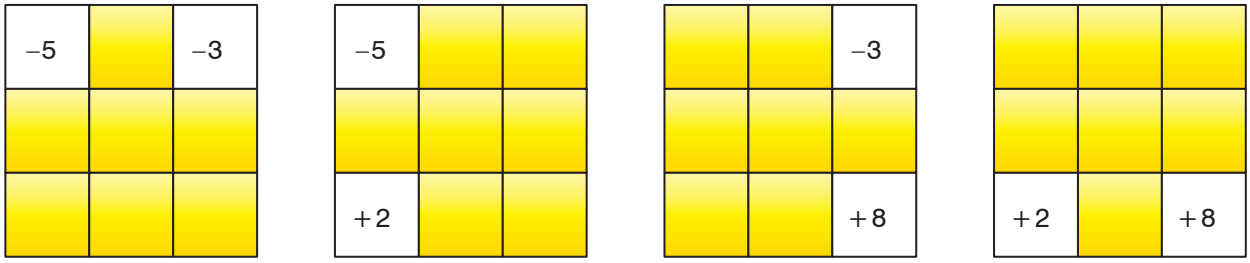


2. kart

Hülya, 2. kartı 1. kartın üzerine dört farklı şekilde yerleştiriyor ve 2. kartı her yerleştirdiğinde 1. kartta sadece iki adet tam sayı görünüyor. Buna göre Hülya kartı yerleştirdiğinde 1. kartta görünen iki tam sayının çarpımının alabileceği en büyük değeri bulalım.

Çözüm

Hülya, 2. kartı 1. kartın üzerine yerleştirdiğinde aşağıdaki durumlardan herhangi biri gerçekleşir.



Buna göre Hülya'nın, 2. kartı 1. kartın üzerine yerleştirdiği her şekilde görünen tam sayıların çarpımlarını ayrı ayrı bulalım.

$(-5) \cdot (-3) = +15$

$(-5) \cdot (+2) = -10$

$(-3) \cdot (+8) = -24$

$(+2) \cdot (+8) = +16$

Buna göre 1. kartta görünen iki tam sayının çarpımının alabileceği en büyük değer + 16'dır.

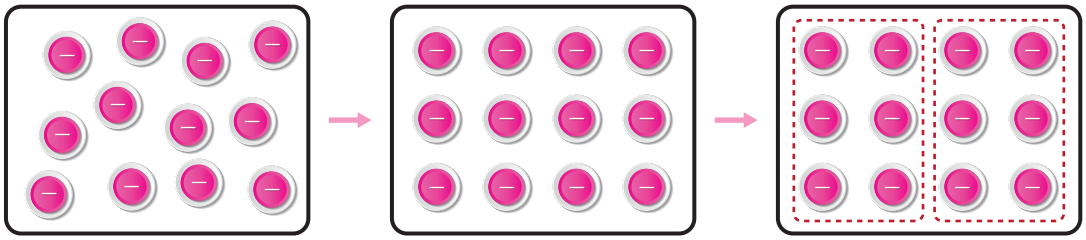
Tam Sayılarla Bölme İşlemi

Bilgi Kutusu

- Aynı işaretli iki tam sayının birbirine bölümü pozitiftir.
  - $(+32) : (+8) = +4$
  - $(-24) : (-3) = +8$
- Zıt işaretli iki tam sayının birbirine bölümü negatiftir.
  - $(+16) : (-2) = -8$
  - $(-45) : (+5) = -9$

Örnek

Sayma pulları ile aşağıda modellenen bölme işlemini yazalım.



1. adım 2. adım 3. adım

Çözüm

Modeldeki 1. adımda 12 adet sayma pulu karışık olarak verilmiştir. 2. adımda ise verilen sayma pulları düzenli bir şekilde yan yana dizilmiştir. 3. adımda 12 adet sayma pulu iki eş gruba ayrılmıştır ve her bir grupta 6 adet sayma pulu olmuştur. Buna göre sayma pulları ile modellenen bölme işlemini yazalım.

$$(-12) : (+2) = -6$$

Örnek

Mert Bey'in ifadesine göre ödeyeceği bir taksit tutarının hangi tam sayı ile gösterilebileceğini belirleyelim.

Çözüm

Mert Bey, ifadesinde 1000 TL borcu olduğunu ve bu borcunu –1000 tam sayısı ile gösterebileceğini belirtiyor. Buna göre Mert Bey'in borcunu 2 eşit taksitle öderken her bir taksit miktarının (TL) belirttiği borcun tam sayı ile gösterilişini, –1000 tam sayısını +2 tam sayısına bölerek bulalım.

$$(-1000) : (+2) = -500$$

Örnek

Aşağıda verilen bölme işlemlerini yapalım.

a) $(-10) : (-5) = ?$

b) $(-18) : (+3) = ?$

c) $(+40) : (-8) = ?$

ç) $(+24) : (+4) = ?$

d) $(-21) : (-3) = ?$

e) $(+44) : (+22) = ?$

Çözüm

Bölme işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a) $(-10) : (-5) = +2$

b) $(-18) : (+3) = -6$

c) $(+40) : (-8) = -5$

ç) $(+24) : (+4) = +6$

d) $(-21) : (-3) = +7$

e) $(+44) : (+22) = +2$

Örnek

$$-3 < ▲ < +5$$

Kutucuktaki sıralamada ▲ yerine yazılabilecek en büyük tam sayının en küçük tam sayıya bölümünü bulalım.

Çözüm

Sıralamadaki ▲ yerine -2, -1, 0, $+1$, $+2$, $+3$ ve $+4$ tam sayıları yazılabilir. Buna göre sıralamadaki ▲ yerine yazılabilecek en büyük tam sayı $+4$, en küçük tam sayı -2'dir. $+4$ sayısının -2 sayısına bölümünü bulalım.

$$(+4) : (-2) = -2$$

Örnek

Melike, sekiz eş kartın birer yüzüne aşağıdaki tam sayıları yazıyor.

-4	$+4$	$+1$	-1	-80	-120	$+2$	$+10$

Melike'nin bu kartlardan seçtiği iki kartta yazılı olan tam sayılarla yapacağı bölme işlemlerinde elde edeceği bölümün en az kaç olabileceğini bulalım.

Çözüm

Melike'nin seçtiği iki kartta yazılı olan tam sayıların bölümünün en az olması için -120 tam sayısı $+1$ tam sayısına bölünmelidir.

$$(-120) : (+1) = -120$$

Melike'nin seçtiği kartlarda yazılı olan tam sayıların bölümü en az -120'dir.

Örnek

Kutucukta verilen işlemdeki ★ yerine $+60$, ▲ yerine -8 ve ■ yerine -12 yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\frac{★ \cdot ▲}{■}$$

Çözüm

Kutucukta verilen işlemdeki ★ yerine $+60$, ▲ yerine -8, ■ yerine -12 yazalım ve işlemin sonucunu bulalım.

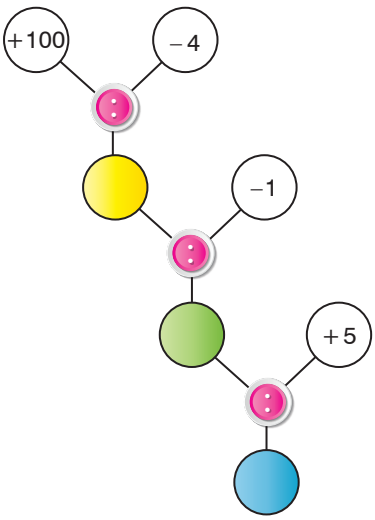
$$\frac{★ \cdot ▲}{■} \longrightarrow \frac{(+60) \cdot (-8)}{(-12)} = \frac{-480}{-12} = +40$$

Bilgi Kutusu

- 0 (sıfır)'ın 0 hariç bir tam sayıya bölümü sıfırdır.
  - $0 : (-13) = 0$
  - $0 : (+7) = 0$
- Bir tam sayının (-1)'e bölümü o tam sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.
  - $(-9) : (-1) = +9$
  - $(+11) : (-1) = -11$
- Bir tam sayının $(+1)$'e bölümü o tam sayıya eşittir.
  - $(-3) : (+1) = -3$
  - $(+8) : (+1) = +8$

Örnek

Yandaki şemada belirtilen bölme işlemlerini yapalım. Şemadaki renkli dairelere yazılması gereken tam sayıları bulalım (Bütün işlemlerde soldaki sayı sağdaki sayıya bölünecektir.).



Çözüm

Şemadaki sarı daireye $(+100) : (-4)$ işleminin sonucu yazılmalıdır.

$(+100) : (-4) = -25$

Şemadaki sarı daireye -25 yazılmalıdır.

Şemadaki yeşil daireye $(-25) : (-1)$ işleminin sonucu yazılmalıdır.

$(-25) : (-1) = +25$

Şemadaki yeşil daireye $+25$ yazılmalıdır.

Şemadaki mavi daireye $(+25) : (+5)$ işleminin sonucu yazılmalıdır.

$(+25) : (+5) = +5$

Şemadaki mavi daireye $+5$ yazılmalıdır.

Video

Tam Sayılarla Çarpma İşleminin Özellikleri

Tam sayılarla çarpma işleminin değişme, birleşme, etkisiz eleman, yutan eleman, toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliklerini inceleyelim.

Değişme Özelliği

Çarpma işleminde çarpılan tam sayıların yerleri değiştirildiğinde çarpım değişmez. O hâlde tam sayılarla çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

Örneğin $(-3) \cdot (+4) = -12$ iken $(+4) \cdot (-3) = -12$'dir.

$(-3) \cdot (+4) = (+4) \cdot (-3)$

Birleşme Özelliği

Tam sayılarla çarpma işlemi yapılırken sayıları farklı şekilde gruplandırarak işlem yaptığımızda sonuç değişmez. O hâlde tam sayılarla çarpma işleminin birleşme özelliği vardır.

Örneğin $(+2) \cdot (-1) \cdot (-5)$ işleminin sonucunu önce $(+2)$ ile (-1) tam sayılarını çarparak bulalım. Aynı işlemin sonucunu önce (-1) ile (-5) tam sayılarını çarparak da bulalım. İşlem sonuçlarının eşit olup olmadığını belirleyelim.

- $[(+2) \cdot (-1)] \cdot (-5) = (-2) \cdot (-5)$
  $= (+10)$
- $(+2) \cdot [(-1) \cdot (-5)] = (+2) \cdot (+5)$
  $= (+10)$

Tam sayılarla çarpma işleminin birleşme özelliği olduğundan işlemlerin sonuçları eşittir.

$[(+2) \cdot (-1)] \cdot (-5) = (+2) \cdot [(-1) \cdot (-5)]$

Etkisiz Eleman Özelliği

Bir tam sayı ile $+1$'in çarpımı o tam sayıya eşittir. O hâlde tam sayılarla çarpma işleminin etkisiz elemanı $+1$'dir.

Örneğin (-2), (-13), $(+4)$ ve $(+6)$ tam sayılarını $(+1)$ ile ayrı ayrı çarpalım.

- $(-2) \cdot (+1) = -2$
- $(+1) \cdot (-13) = -13$
- $(+4) \cdot (+1) = +4$
- $(+1) \cdot (+6) = +6$

Yutan Eleman Özelliği

Bir tam sayı ile 0'ın çarpımı 0 olur. O hâlde tam sayılarla çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.

Örneğin (-9), (-11), $(+8)$ ve $(+17)$ tam sayılarını 0 ile ayrı ayrı çarpalım.

- $(-9) \cdot 0 = 0$
- $0 \cdot (-11) = 0$
- $(+8) \cdot 0 = 0$
- $0 \cdot (+17) = 0$

Toplama ve Çıkarma İşlemleri Üzerine Dağılma Özelliği

Tam sayılarla çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliği, birer örnekle aşağıda verilmiştir.

$(+6) \cdot [(-2) + (+3)] = [(+6) \cdot (-2)] + [(+6) \cdot (+3)]$
$= (-12) + (+18)$
$= +6$

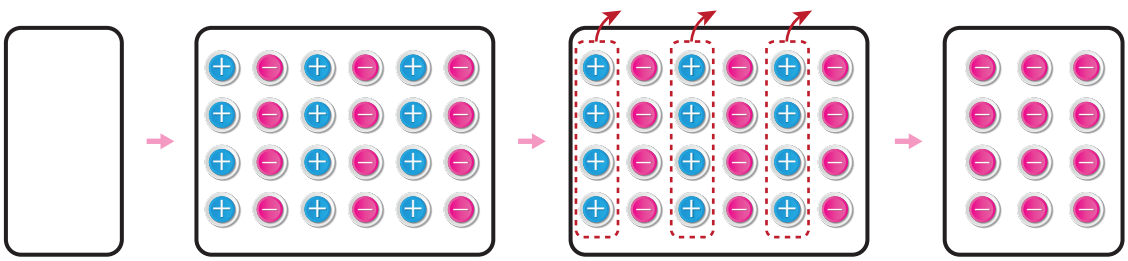
$(+8) \cdot [(-4) - (+1)] = [(+8) \cdot (-4)] - [(+8) \cdot (+1)]$
$= (-32) - (+8)$
$= (-32) + (-8)$
$= -40$

e-içerik

Alıştırmalar

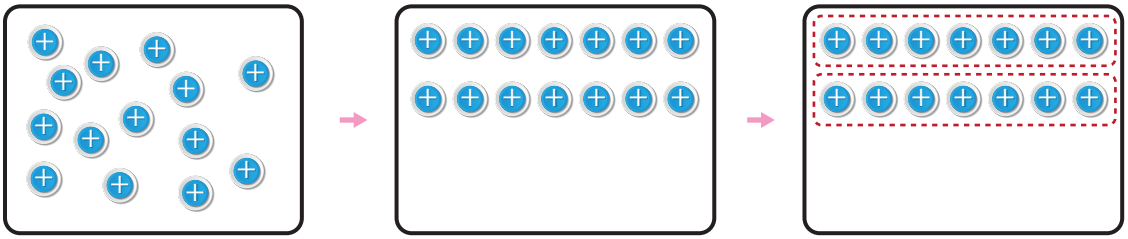
1. Sayma pullarıyla aşağıda modellenen işlemleri yazınız.

a)



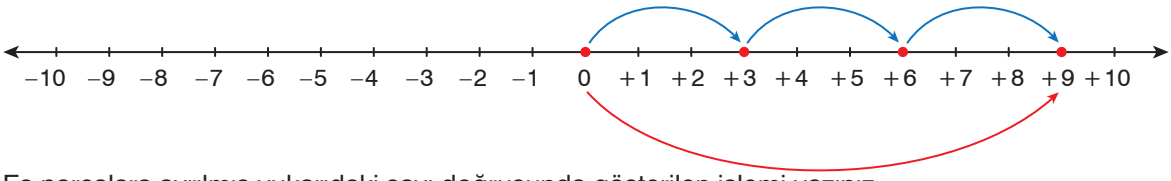
1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

b)



1. adım 2. adım 3. adım

2.



Eş parçalara ayrılmış yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilen işlemi yazınız.

3. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını tam sayılarla çarpma işleminin özelliklerini kullanarak bulunuz.

a) $(-3) \cdot (+10) \cdot (+3) = ?$

b) $(+5) \cdot [(-2) \cdot (-2)] = ?$

4. Aşağıda verilen işlemler ile bu işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde hangi tam sayı açıkta kalır?

$(-8) \cdot (-3) =$	-24
$(-3) \cdot (+6) =$	-21
$(+6) \cdot (-4) =$	-18
$\lvert -7 \rvert \cdot (-3) =$	$+21$
	$+24$

5. -11 tam sayısının toplama işlemine göre tersi ile -11 tam sayısının 1 fazlasının çarpımı kaçtır?

6. -28 ile $+13$ sayılarının arasındaki tam sayıların çarpımı kaçtır?

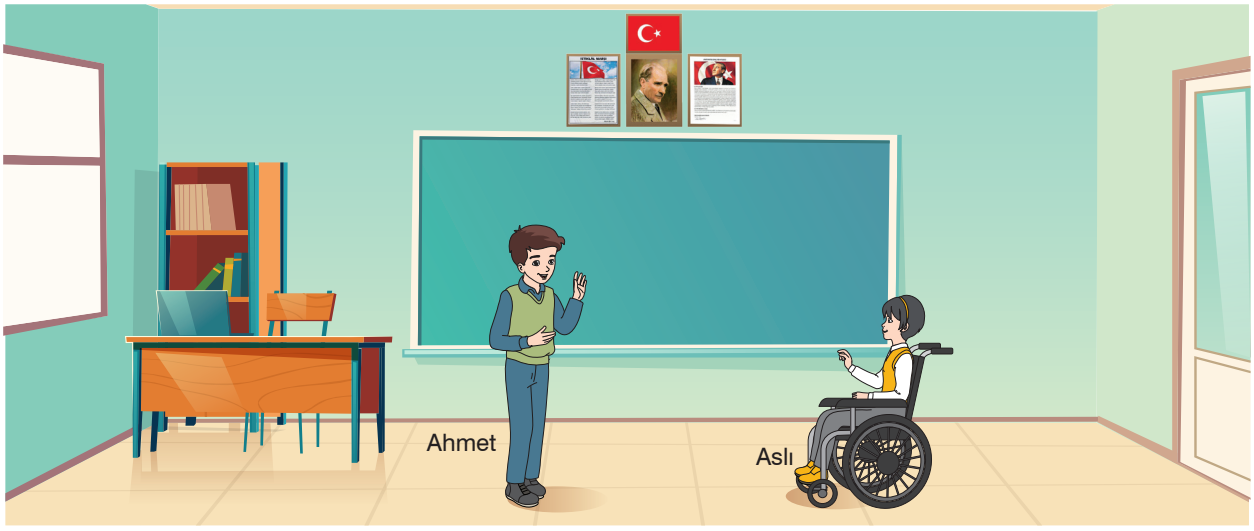
7. Aşağıda verilen işlemleri yapınız.

a) $(-1) \cdot (-15) = ?$ **b)** $(-12) \cdot (+1) = ?$ **c)** $0 \cdot (+42) = ?$ **ç)** $(-4) \cdot (+7) = ?$

d) $(+5) \cdot (-4) = ?$ **e)** $(+17) \cdot (+2) = ?$ **f)** $(-24) : (-4) = ?$ **g)** $(-100) : (+10) = ?$

ğ) $(+19) : (-1) = ?$ **h)** $(-1) : (+1) = ?$ **ı)** $0 : (+8) = ?$ **i)** $(-72) : (+6) = ?$

Tam Sayıların Kendileri ile Tekrarlı Çarpımı



Görselde verilen 7/A sınıfındaki Ahmet, her bir tam sayının kendisiyle tekrarlı çarpımının her zaman pozitif tam sayı olacağını söylüyor. Aslı ise çarpımın bazen negatif tam sayı olabileceğini söylüyor.

Hangi öğrenci söylediklerinde haklıdır? Açıklayınız.

Hatırlatma

Bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımı üslü ifade olarak belirtilebilir.

- $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$
- $8 \cdot 8 = 8^2$
- $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5$
- $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$
- $0 \cdot 0 = 0^2$
- $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^6$

Etkinlik

- Yandaki tabloyu defterinize çiziniz.
- Tablodaki üslü ifadelerin değerlerini bularak tabloyu tamamlayınız.
- Üslü ifadelerin değerlerini bulurken yaptığınız işlemlere göre pozitif tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımlarına yönelik genel bir ifade yazınız.
- Negatif tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımlarını pozitif tam sayılar için kullandığınız yöntemle bulabilir misiniz? Arkadaşlarınızla tartışınız.

Tablo: *Üslü İfadelerin Değerleri*

Üslü İfade	İşlem	Üslü İfadenin Değeri
$(+3)^2$	$(+3) \cdot (+3) =$	$+9$
$(+4)^3$		
$(+7)^2$		
5^4		

Bilgi Kutusu

- Pozitif bir tam sayının tek ve çift sayı kuvvetlerinin değeri pozitiftir.
- Negatif bir tam sayının,
  - çift doğal sayı kuvvet değeri pozitif,
  - tek doğal sayı kuvvet değeri negatiftir.

Örnek

Şermin, defterine (-3) tam sayısını 5 kez yan yana yazıp çarpıyor. Şermin'in defterine yazdığı tekrarlı çarpımın belirttiği üslü ifadeyi yazalım. Yazdığımız üslü ifadenin değerini hesaplayalım.

Çözüm

Şermin, defterine (-3) tam sayısını 5 kez yan yana yazıp çarpıyor.

$$\underbrace{(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)}_{5\text{ adet}} = (-3)^5$$

$(-3)^5$ üslü ifadesinin değerini hesaplayalım.

$$(-3)^5 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = (+9)\cdot(+9)\cdot(-3) = (+81)\cdot(-3) = -243$$

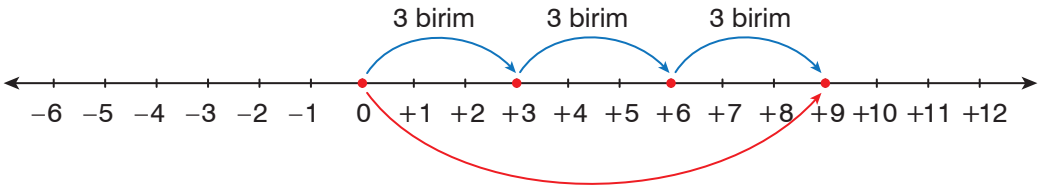
Örnek

$(+3)^2$ üslü ifadesini tekrarlı çarpım şeklinde yazalım. Üslü ifadenin değerini sayı doğrusu yardımıyla bulalım.

Çözüm

$(+3)^2 = (+3)\cdot(+3)$

$(+3)\cdot(+3)$ tekrarlı çarpımı sayı doğrusunda gösterilirken 3 kez $(+)$ yönde üçer birim ilerlenmelidir.



$$(+3)\cdot(+3) = +9$$

Bilgi Kutusu

- 1 tam sayısının tüm kuvvetlerinin değeri 1'dir.
- 0 tam sayısının 0 hâriç tüm doğal sayı kuvvetlerinin değeri 0'dır.

Örnek

Aşağıda verilen üslü ifadelerin değerlerini hesaplayalım.

a) $(-2)^4 = ?$

b) $(-6)^3 = ?$

c) $(-1)^7 = ?$

ç) $(+4)^2 = ?$

d) $(+1)^8 = ?$

e) $0^5 = ?$

Çözüm

Üslü ifadeleri, tekrarlı çarpımlar şeklinde yazalım ve üslü ifadelerin değerlerini hesaplayalım.

a) $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$

b) $(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$

c) $(-1)^7 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

ç) $(+4)^2 = (+4) \cdot (+4) = +16$

d) $(+1)^8 = (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) = +1$

e) $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

Örnek

Yandaki kutucuklarda üslü ifadeler verilmiştir.

Kutucuklardaki üslü ifadelerin değerlerinin toplamını bulalım.

$(-5)^3 = ?$

$(-1)^{20} = ?$

$(-2)^8 = ?$

Çözüm

Kutucuklardaki üslü ifadelerin değerlerini ayrı ayrı hesaplayalım.

$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

$(-1)^{20} = \underbrace{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \ldots \cdot (-1)}_{20 \text{ adet}} = +1$

$(-2)^8 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +256$

Üslü ifadelerin değerlerinin toplamını bulalım.

$(-5)^3 + (-1)^{20} + (-2)^8 = (-125) + (+1) + (+256) = +132$

e-içerik

Örnek

$(-7)^5$ | $(-6)^4$ | $(-18)^{14}$ | $(-1)^7$ | $(+8)^{103}$ | $(+2)^{94}$

Kutucuklarda verilen üslü ifadelerin değerlerinin işaretlerini inceleyelim.

Çözüm

- $(-7)^5$ üslü ifadesindeki taban (-7)'dir yani negatiftir. Üs ise 5'tir yani tek tam sayıdır. Negatif bir tam sayının tek tam sayı kuvvetinin değeri negatiftir. Öyleyse $(-7)^5$ üslü ifadesinin değerinin işareti $(-)$ olur.
- $(-6)^4$ üslü ifadesindeki taban (-6)'dır yani negatiftir. Üs ise 4'tür yani çift tam sayıdır. Negatif bir tam sayının çift tam sayı kuvvetinin değeri pozitiftir. Öyleyse $(-6)^4$ üslü ifadesinin değerinin işareti $(+)$ olur.
- $(-18)^{14}$ üslü ifadesindeki taban negatif, üs çift tam sayıdır. Öyleyse $(-18)^{14}$ üslü ifadesinin değerinin işareti $(+)$ olur.
- $(-1)^7$ üslü ifadesindeki taban negatif, üs tek tam sayıdır. Öyleyse $(-1)^7$ üslü ifadesinin değerinin işareti $(-)$ olur.
- $(+8)^{103}$ üslü ifadesindeki taban pozitiftir. Öyleyse $(+8)^{103}$ üslü ifadesinin değerinin işareti $(+)$ olur.
- $(+2)^{94}$ üslü ifadesindeki taban pozitiftir. Öyleyse $(+2)^{94}$ üslü ifadesinin değerinin işareti $(+)$ olur.

Örnek

Kutucukta verilen işlemde ▲ yerine -5^4, ■ yerine $(-2)^2$ ve ★ yerine 100 yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\frac{▲ \cdot ■}{★} = ?$$

Çözüm

Önce işlemi yazalım.

$$\frac{▲ \cdot ■}{★} \longrightarrow \frac{-5^4 \cdot (-2)^2}{100}$$

Sonra işlemdeki üslü ifadelerin değerlerini ayrı ayrı hesaplayalım.

$-5^4 = -5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = -625$

$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$

Son olarak üslü ifadelerin değerlerini işlemde yerine yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\frac{-5^4 \cdot (-2)^2}{100} = \frac{(-625) \cdot (+4)}{100} = \frac{-2500}{100} = -25$$

Video

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini belirleyiniz.

a) $(-10)^2 = ?$ **b)** $0^{13} = ?$ **c)** $(-1)^3 = ?$

ç) $(+1)^{18} = ?$ **d)** $(-2)^{10} = ?$ **e)** $(-3)^2 = ?$

f) $(+2)^5 = ?$ **g)** $(+3)^4 = ?$ **ğ)** $(-5)^3 = ?$

h) $(-10)^3 = ?$ **ı)** $(-17)^1 = ?$ **i)** $(+5)^1 = ?$

2. Aşağıdaki işlemler ile bu işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde hangi tam sayı açıkta kalır?

$(-3)^3 + (+4)^3 - (-2)^4 =$	0
$(+2)^4 - 3^2 + (+2)^3 =$	2
$(-5)^3 + (-1)^{11} + (+2)^7 =$	10
$(-7)^3 + (+3)^5 + 10^2 =$	15
	21

3. -4 ile $+3$ sayılarının arasındaki tam sayıların karelerinin toplamı kaçtır?

Tam Sayılar ile İlgili Problemler

Deniz yüzeyinin 15 m altında olan bir dalgıç, deniz yüzeyine uzaklığının 3 katının 2 m fazlası kadar daha dalmıştır.

Dalgıcın son durumda, deniz yüzeyinin kaç metre altında olduğunu ifade eden tam sayıyı bulmak için nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Bir problem çözülürken aşağıdaki aşamalar dikkate alınabilir.

- Problemi anlayalım.
- Plan yapalım.
- Problemi çözelim.
- Çözümü kontrol edelim.

Problem

Suda ve karada yaşayabilen bir böcek, deniz seviyesinin 35 cm altından yukarı doğru ilerlemeye başlıyor. Önce yukarı doğru 1240 cm ilerleyen bu böcek, sonra 320 cm aşağı gidiyor. Daha sonra 585 cm daha yukarı doğru ilerleyerek bir bitki köküne ulaşıyor.

Buna göre böcek son durumda deniz seviyesinden kaç cm yüksekliktedir?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

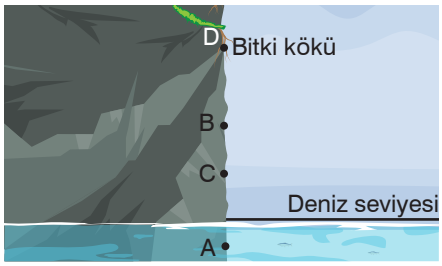
Problemi Anlayalım

Problemde; böceğin tırmanmaya başladığı yerin deniz seviyesine göre konumu, yukarı doğru ilerlediği ve aşağı doğru gittiği mesafeler verilmiştir. Son durumda böceğin, bitki köküne ulaştığı belirtilmiştir. Bizden, böceğin ulaştığı son durumda deniz seviyesinden yüksekliğini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Böceğin hareket ettiği mesafeler modellenmelidir. Böceğin hareket yönü dikkate alınarak, mesafelerin belirttiği tam sayılar belirlenip toplama işlemi yapılmalıdır. Toplam, böceğin son durumda deniz seviyesinden yüksekliğini belirten tam sayıya eşittir.

Problemi Çözelim



Böceğin hareket ettiği mesafeler yanda modellenmiştir.

Modele göre

- Böcek tırmanmaya deniz seviyesinin altındaki A noktasından başlıyor. Buna göre A noktasını belirten tam sayı (-35) olur.
- Böcek, yukarı doğru ilerliyor ve A noktasından B noktasına ulaşıyor. Bu mesafeyi belirten tam sayı $(+1240)$ olur.
- Böcek, aşağı doğru gidiyor ve B noktasından C noktasına ulaşıyor. Bu mesafeyi belirten tam sayı (-320) olur.
- Böcek, yukarı doğru ilerliyor ve C noktasından bitki kökünün bulunduğu D noktasına ulaşıyor. Bu mesafeyi belirten tam sayı $(+585)$ olur.

Belirlenen tam sayıların toplamını bulalım.

$$(-35) + (+1240) + (-320) + (+585) = +1470$$

Böceğin son durumda deniz seviyesinden yüksekliği 1470 santimetredir.

Çözümü Kontrol Edelim

Modeldeki her bir noktanın belirttiği tam sayıyı belirleyelim. D noktası $+1470$ tam sayısını belirtmelidir.

A $\longrightarrow$ (-35)

B $\longrightarrow$ $(-35) + (+1240) = (+1205)$

C $\longrightarrow$ $(+1205) + (-320) = (+885)$

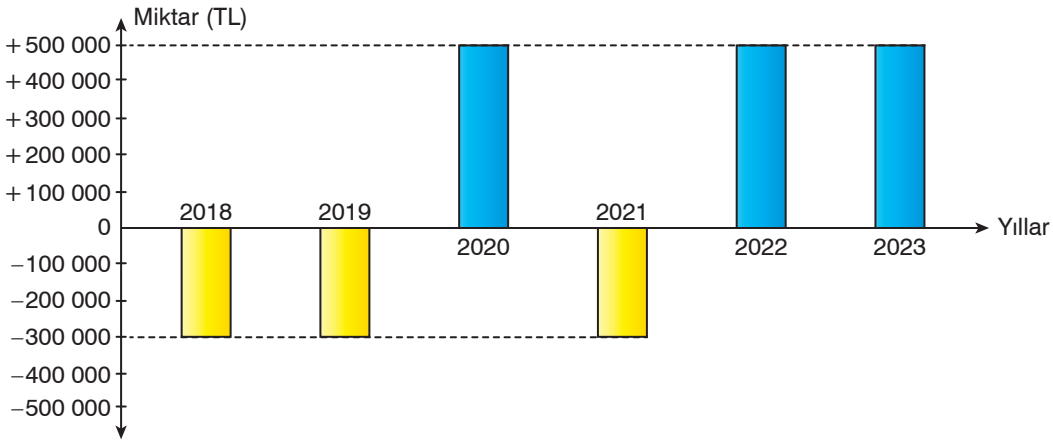
D $\longrightarrow$ $(+885) + (+585) = (+1470)$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Bir şirketin altı yıl boyunca her yılın sonundaki kâr-zarar durumu aşağıdaki sütun grafiğinde verilmiştir. Grafikte, şirketin yıl sonunda elde ettiği kâr " + " işareti, uğradığı zarar ise " − " işareti ile belirtilmiştir.

Grafik: *Bir Şirketin Altı Yıl Boyunca Kâr-Zarar Durumunun Yıllara Göre Miktarı*



Grafiğe göre şirket, altı yılın sonunda toplam kaç TL kâr etmiştir?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde, bir şirkete ait altı yıllık kâr-zarar durumunu belirten bir sütun grafiği verilmiştir. Grafikte bu şirketin kâr durumu pozitif tam sayılarla, zarar durumu ise negatif tam sayılarla belirtilmiştir. Bizden, şirketin altı yılın sonunda toplam kaç TL kâr ettiğini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Grafikteki verilerden, her yılın sonunda şirketin elde ettiği kâr veya uğradığı zarar miktarı (TL) belirlenmelidir. Altı yıl boyunca şirketin elde ettiği toplam kâr ve uğradığı toplam zarar miktarları bulunmalıdır. Bulunan miktarları belirten tam sayıların toplamı, altı yılın sonunda şirketin elde ettiği toplam kâr miktarına eşittir.

Problemi Çözelim

Şirketin

- 2020 yılında elde ettiği kâr miktarını gösteren tam sayı $(+500\ 000)$,
- 2022 yılında elde ettiği kâr miktarını gösteren tam sayı $(+500\ 000)$,
- 2023 yılında elde ettiği kâr miktarını gösteren tam sayı $(+500\ 000)$'dir.

Buna göre üç yılda şirketin toplam kâr miktarını belirten tam sayı,
$(+3) \cdot (+500\ 000) = +1\ 500\ 000$'dir.

Şirketin

- 2018 yılında uğradığı zarar miktarını gösteren tam sayı $(-300\ 000)$,
- 2019 yılında uğradığı zarar miktarını gösteren tam sayı $(-300\ 000)$,
- 2021 yılında uğradığı zarar miktarını gösteren tam sayı $(-300\ 000)$'dir.

Buna göre belirtilen üç yılda şirketin toplam zarar miktarını belirten tam sayı,
$(+3) \cdot (-300\ 000) = -900\ 000$'dir.

Öyleyse şirketin altı yılın sonunda elde ettiği toplam kâr miktarını belirten tam sayıyı bulalım.

$(+1\ 500\ 000) + (-900\ 000) = +600\ 000$

Şirket, altı yılın sonunda toplam 600 000 TL kâr etmiştir.

Çözümü Kontrol Edelim

Şirketin altı yıl boyunca sırasıyla her yılın sonundaki kâr-zarar durumunu belirten tam sayıların toplamını bulalım. Toplam $+600\ 000$ olmalıdır.

$(-300\ 000) + (-300\ 000) + (+500\ 000) + (-300\ 000) + (+500\ 000) + (+500\ 000)$

$= (-600\ 000) + (+200\ 000) + (+1\ 000\ 000)$

$= (-400\ 000) + (+1\ 000\ 000)$

$= +600\ 000$

Çözümümüz doğrudur.

Alıştırmalar

1. Bir dalgıç, deniz seviyesinden aşağı doğru 75 m dalıyor. Sonra yukarı doğru 25 m gidiyor.

Buna göre son durumda dalgıcın deniz seviyesine göre konumunu metre biriminden gösteren tam sayıyı yazınız.

2. Sinan, tırmanma duvarına tırmanırken her 30 saniyede bir 10 m yukarı çıkıyor.

- Tırmanma duvarı 20 m yüksekliktedir.
- Sinan, tırmanma duvarının en üstüne geldiğinde hiç dinlenmeden hemen aşağı iniyor.
- Sinan, her 20 saniyede 5 m aşağı iniyor.

Sinan, saat 15.00'te zeminden tırmanma duvarına tırmanmaya başlıyor.

Saat 15.02'de Sinan'ın zemine göre konumunu metre biriminden gösteren tam sayıyı yazınız.

3. Selcan, 7 tane (-5) tam sayısını yan yana yazıp doğru bir şekilde topluyor. Şeref ise 10 tane (-2) tam sayısını yan yana yazıp doğru bir şekilde topluyor. Buna göre Selcan ile Şeref'in buldukları sonuçların toplamı kaçtır?

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Yandaki kutucuklarda verilen tam sayılara göre aşağıda istenen işlemleri yapınız.

A: (-4)	B: $(+2)$
C: $(+3)$	D: (-1)
E: (-3)	F: $(+1)$

a) A, C ve F kutucuklarındaki tam sayıların toplamını bulunuz.

b) $(\blacktriangle - \blacksquare) \cdot \bigstar$ işlemindeki ▲ yerine F, ■ yerine E, ★ yerine D kutucuğundaki tam sayıyı yazınız ve işlemin sonucunu bulunuz.

c) A ve B kutucuklarındaki tam sayıların çarpımını bulunuz.

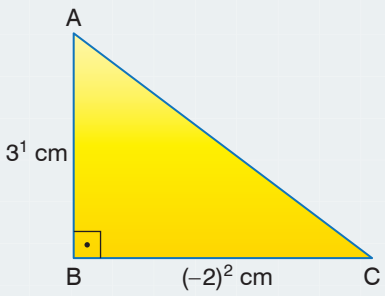
ç) $\blacktriangledown^{\blacksquare}$ üslü ifadesindeki ▼ yerine E, ■ yerine B kutucuğundaki tam sayıyı yazınız ve üslü ifadenin değerini bulunuz.

2. Aşağıdaki işlemler ile işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde hangi tam sayı açıkta kalır?

$(-6) + (-3) - (-1) =$	-8
$[(-5) - (-1)] \cdot (-2) =$	-4
$(-12) + (+4) - (-12) =$	0
$[(-10) - (-8)] \cdot (+2) =$	$+4$
	$+8$

3. Yandaki ABC dik üçgeninde $[AB] \perp [BC]$, $|AB| = 3^1$ cm, $|BC| = (-2)^2$ cm'dir. Buna göre ABC dik üçgeninin alanı kaç cm^2dir?

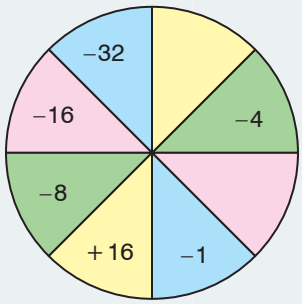
A) 2 B) 3 C) 6 D) 12



4. Yandaki daire, eş bölgelere ayrılmış ve bu eş bölgelerden bazılarına tam sayılar yazılmıştır. Eş bölgeler yandaki gibi bazı renklere boyanmıştır.

Aynı renkli bölgelerdeki tam sayıların çarpımları birbirlerine eşit olduğuna göre sarı ve pembe renklerdeki boş bölgelere yazılması gereken tam sayıların toplamı kaçtır?

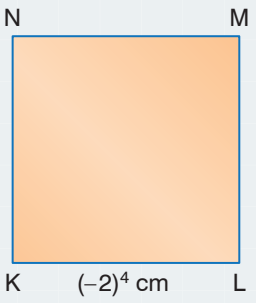
A) -4 B) -2 C) 0 D) $+2$



5. Yandaki KLMN karesinin bir kenar uzunluğu $(-2)^4$ cm'dir.

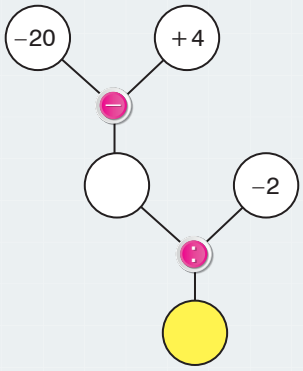
Buna göre KLMN karesinin alanı kaç cm^2 dir?

A) 16 B) 64 C) 128 D) 256



6. Yandaki şemada belirtilen işlemler yapıldığında sarı daireye hangi tam sayı yazılır (İşlemler soldan sağa doğru yapılacaktır.)?

A) $+22$ B) $+12$ C) -12 D) -22



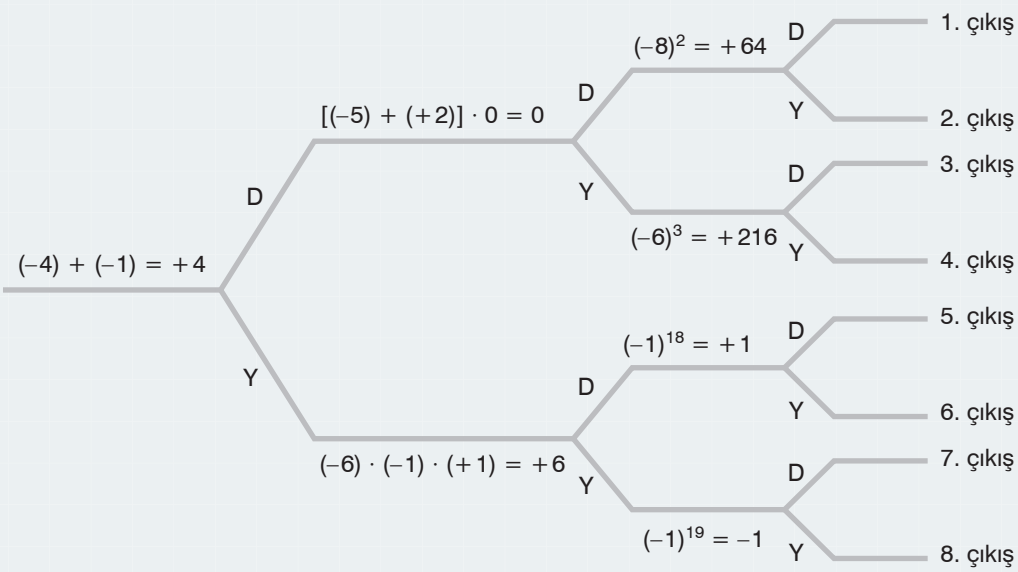
7. $(+2)^{\square}$ üslü ifadesindeki □ yerine bir pozitif tam sayı yazılıyor. Üslü ifadenin değeri ile ilgili aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) Çift sayıdır.
B) 2'den büyüktür.
C) Tek sayıdır.
D) 2'den küçüktür.

8. Bir balık kartalı, balık avlarken her bir saniyede 30 cm aşağı doğru ilerliyor. Deniz seviyesinden 3 m yukarıdaki bu balık kartalı, aşağı doğru ilerleyip 12 saniye sonra bir balığı avlıyor.

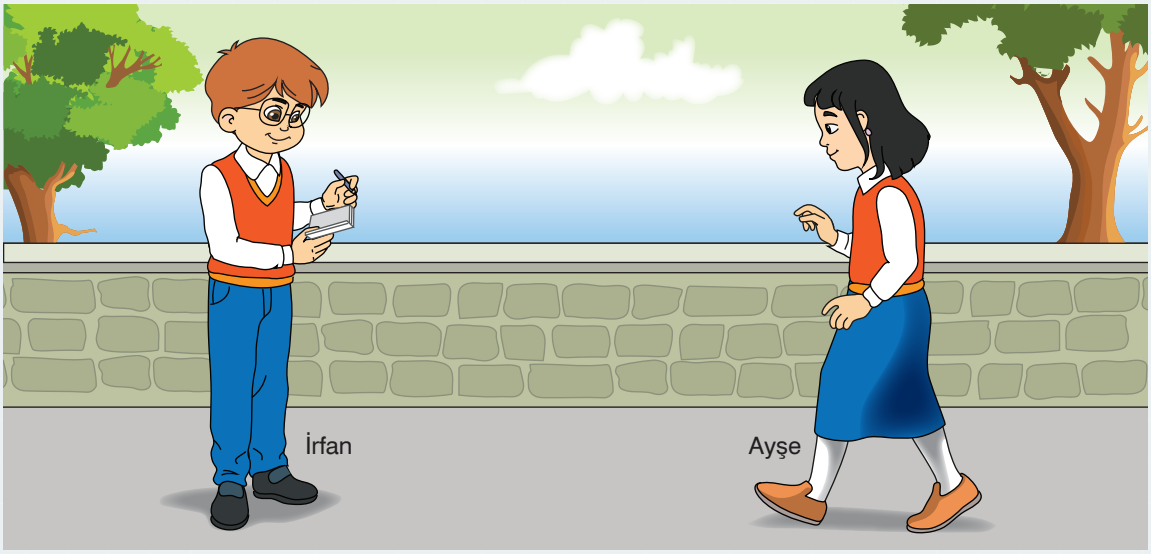
Buna göre balık kartalının avladığı balığın deniz seviyesine göre konumunu cm biriminden belirten tam sayıyı yazınız.

9.



Şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yolunu takip ederek doğru çıkışı bulunuz.

10.



Ayşe ile İrfan bir oyun oynuyorlar. Oyuna göre Ayşe ile İrfan’dan biri ileriye doğru 1 adım atarsa $(+7)$, geriye doğru 1 adım atarsa (-3) puan alıyor. Diğer arkadaş ise adım atanın puanını hesaplıyor. Ayşe, oyunda 2 adım ileriye ve 5 adım geriye doğru adım atıyor. Buna göre İrfan, Ayşe’nin puanını kaç olarak hesaplamalıdır?

11. Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $(-8) - (-3) + (+8) = ?$

b) $(+13) \cdot [(-1) + (+1)] = ?$

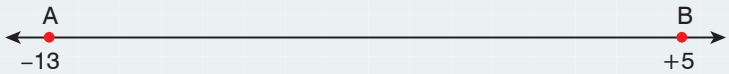
c) $(-1) + (+2) + 0 = ?$

ç) $[(-2) + (+1)] \cdot (+7) = ?$

d) $(+4) + (-8) - (+4) = ?$

e) $0 \cdot [(-128) + (-73)] = ?$

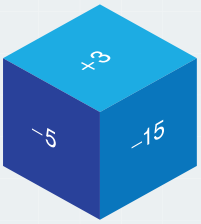
12. Ece, defterine bir sayı doğrusu çiziyor ve sayı doğrusunda –13 ile +5 tam sayılarını aşağıdaki gibi A ve B noktaları olarak işaretliyor.



Ece, –13 ile +5 tam sayılarının arasını üç eş parçaya ayırıyor ve C ile D noktalarını belirliyor. Buna göre C ile D noktalarının belirttiği tam sayılar aşağıdakilerden hangisi olabilir?

	C	D
A)	–7	–1
B)	–6	+1
C)	–6	–1
D)	–7	+1

13. Görseldeki küpün karşılıklı yüzlerindeki tam sayıların çarpımı –30'dur. Buna göre küpün yüzlerindeki tam sayıların toplamı kaçtır?



A) –20 B) –19 C) –13 D) –5

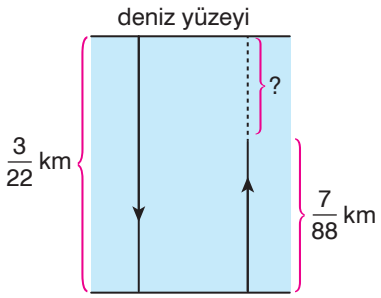
14. Kaya, kenar uzunlukları 32 cm ve 4 cm olan dikdörtgen şeklindeki kâğıt şeridi, bir kenar uzunluğu 4 cm olan kare şeklindeki bölgelere ayırıyor. Her bir bölgeye aşağıdaki gibi –2 tam sayısını yazıyor.

Buna göre şeritte yazılı olan tam sayıların çarpımı kaçtır?

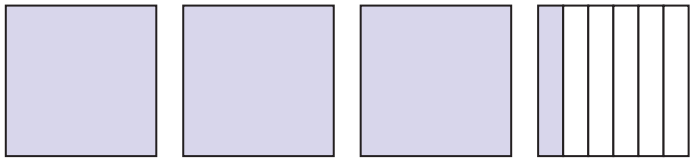
A) –256 B) –128 C) +128 D) +256

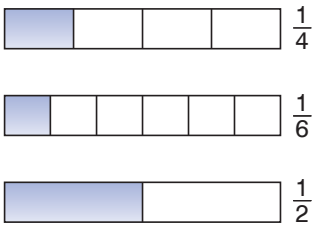
Ek Sorular

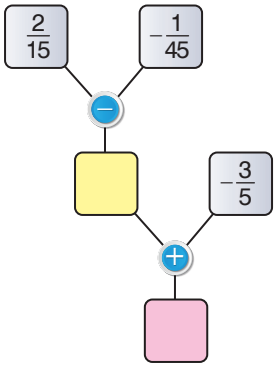
2. ÜNİTE



1. Rasyonel Sayı







Ünite Tanıtım

- **Rasyonel Sayılar**
- **Rasyonel Sayılarla İşlemler**

EBA İçeriği

Terimler veya Kavramlar

rasyonel sayılar, devirli ondalık gösterim

Semboller

Q, Q^+, Q^-

RASYONEL SAYILAR

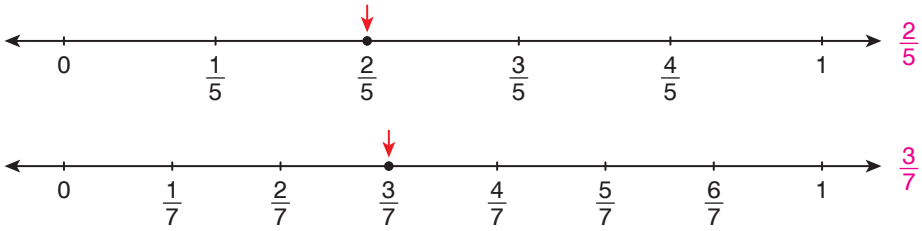
Rasyonel Sayıları Belirleme ve Sayı Doğrusunda Gösterme

Eski çağlarda insanlar avladıkları veya sürülerinde bulunan hayvanların kaç adet olduğunu belirleyebilmek için sayılara ihtiyaç duyarlardı. Bu ihtiyaçlarını, mağara duvarlarına çizgi çizerek ya da ipe düğüm atarak karşılarlardı. Daha sonraki zamanlarda belirli miktarları daha küçük parçalara bölmek için kesirleri ve rasyonel sayıları kullanmaya başladılar.

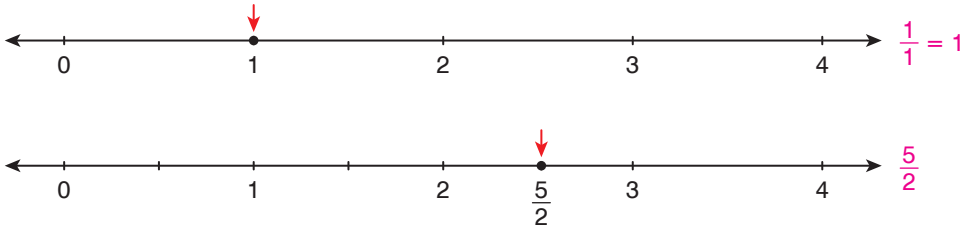
Rasyonel sayıların kullanıldığı alanları araştırınız.

Hatırlatma

- Basit kesirler, sayı doğrusunda 0 ile 1 sayılarının arasında yer alır. Aşağıda $\frac{2}{5}$ ve $\frac{3}{7}$ basit kesirleri sayı doğrusunda gösterilmiştir.



- Bileşik kesirler, sayı doğrusunda 1 noktasında veya 1 sayısının sağ tarafında yer alır. Aşağıda $\frac{1}{1}$ ve $\frac{5}{2}$ bileşik kesirleri sayı doğrusunda gösterilmiştir.



Bilgi Kutusu

- a bir tam sayı ve b, 0'dan farklı bir tam sayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** adı verilir.
- Sayı doğrusunda negatif rasyonel sayılar sıfırın sol tarafında, pozitif rasyonel sayılar sıfırın sağ tarafında yer alır.
- Negatif rasyonel sayılar kümesi Q^-, pozitif rasyonel sayılar kümesi Q^+, rasyonel sayılar kümesi Q ile gösterilir.

Bilgi Kutusu

$\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olmak üzere $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ eşitliği sağlanır.

Örnek

$-\frac{4}{3}$ $-\frac{2}{5}$ $\frac{-6}{-11}$ $+\frac{3}{8}$ $-\frac{8}{13}$ $\frac{4}{-7}$ $\frac{8}{15}$ $+\frac{1}{4}$

Yukarıda verilen kutucuklardaki rasyonel sayılardan, negatif rasyonel sayı olanları ve pozitif rasyonel sayı olanları belirleyelim.

Çözüm

$-\frac{4}{3}$, $-\frac{2}{5}$, $-\frac{8}{13}$ ve $\frac{4}{-7}$ sayıları negatif rasyonel sayılardır.

$\frac{-6}{-11}$, $+\frac{3}{8}$, $\frac{8}{15}$ ve $+\frac{1}{4}$ sayıları pozitif rasyonel sayılardır.

Örnek

$\frac{12}{5}$ rasyonel sayısını sayı doğrusunda gösterelim.

Çözüm

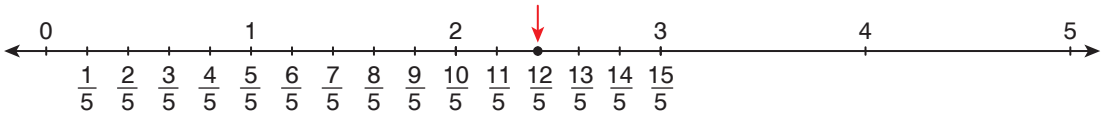
$\frac{12}{5}$ rasyonel sayısını farklı şekilde yazalım.

$$\frac{12}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$$

$$= 1 + 1 + \frac{2}{5} = 2 + \frac{2}{5} = 2\frac{2}{5}$$

Buna göre $\frac{12}{5}$ rasyonel sayısı, sayı doğrusunda 2 ile 3 tam sayılarının arasındadır.

$\frac{12}{5}$ rasyonel sayısını sayı doğrusunda aşağıdaki gibi kırmızı okla gösterebiliriz.



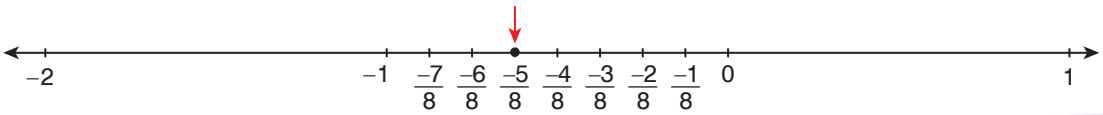
Örnek

$-\frac{5}{8}$ rasyonel sayısını sayı doğrusunda gösterelim.

Çözüm

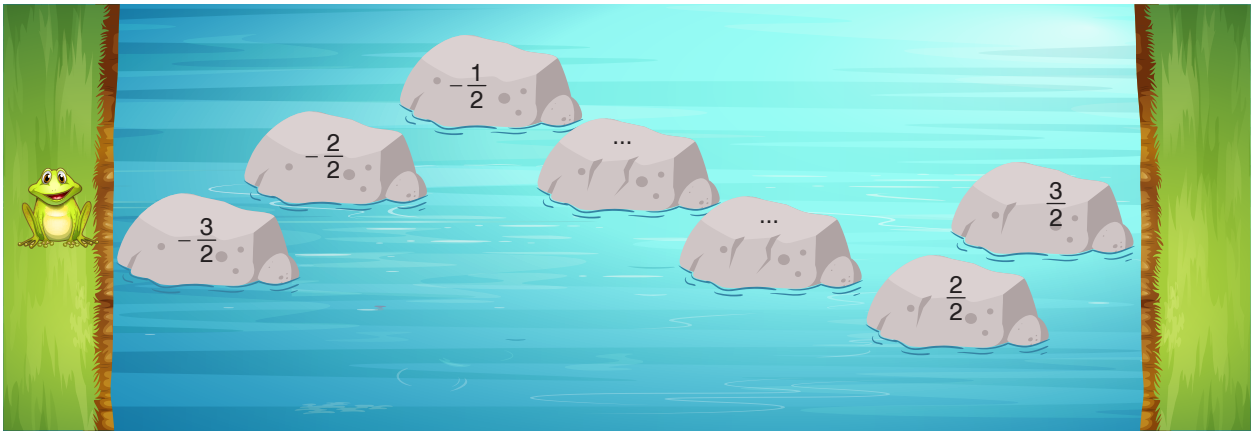
$-\frac{5}{8}$ rasyonel sayısı, sayı doğrusunda -1 ile 0 tam sayılarının arasındadır.

Buna göre $-\frac{5}{8}$ rasyonel sayısını sayı doğrusunda aşağıdaki gibi gösterebiliriz.



Örnek

Bir kurbağa, üzerinde bazı rasyonel sayıların bulunduğu görseldeki taşlara sırasıyla zıplayarak karşı kıyıya geçmek istiyor.



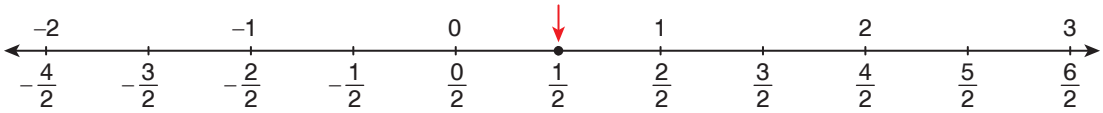
- Taşlarda bulunan ve $-\frac{3}{2}$'den başlayarak devam eden rasyonel sayılar, bir sayı örüntüsü oluşturmaktadır.
- Kurbağa, örüntüdeki ardışık terimlerin bulunduğu taşlara sırasıyla atlayarak karşı kıyıya geçiyor.
- Kurbağanın ilk atladığı taşta yazılı olan rasyonel sayı $-\frac{3}{2}$'dir.

Buna göre kurbağanın atladığı 5. taşta yazılı olan rasyonel sayıyı sayı doğrusunda gösterelim.

Çözüm

Kurbağanın atladığı taşlarda yazılı olan rasyonel sayılarla oluşturulan sayı örüntüsünü yazalım.

Sayı örüntüsündeki rasyonel sayıların paydaları eşittir ve 2'dir. Ancak payları birer artarak devam etmektedir. Buna göre 4. taşta yazılı olan rasyonel sayı $\frac{0}{2}$, 5. taşta yazılı olan rasyonel sayı $\frac{1}{2}$'dir. $\frac{1}{2}$ rasyonel sayısını aşağıdaki sayı doğrusunda gösterelim.



Bilgi Kutusu

Her tam sayı, paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır.

Örnek

Aşağıda verilen rasyonel sayıların arasındaki ilişkiyi belirleyelim.

a) $-\frac{3}{4}, \frac{-3}{4}, \frac{3}{-4}$

b) $5, \frac{10}{2}, \frac{20}{4}$

Çözüm

a) $-\frac{3}{4}, \frac{-3}{4}$ ve $\frac{3}{-4}$ sayıları aynı rasyonel sayıyı belirtir.

$-\frac{3}{4} = \frac{-3}{4} = \frac{3}{-4}$

b) $5, \frac{10}{2}, \frac{20}{4}$

5 tam sayısı, paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır.

$5 = \frac{5}{1}$

$\frac{10}{2}$ rasyonel sayısının pay ve paydasını 2'ye, $\frac{20}{4}$ rasyonel sayısının pay ve paydasını 4'e bölelim.

- $\frac{10}{2} = \frac{10:2}{2:2} = \frac{5}{1}$
- $\frac{20}{4} = \frac{20:4}{4:4} = \frac{5}{1}$

Buna göre 5, $\frac{10}{2}$ ve $\frac{20}{4}$ sayıları aynı rasyonel sayıyı belirtir.

$5 = \frac{10}{2} = \frac{20}{4}$

Örnek

$-\frac{4}{7}$ ile $= \frac{4}{▲}$ rasyonel sayıları birbirine eşittir.

Buna göre ▲ yerine yazılması gereken tam sayıyı bulalım.

Çözüm

$-\frac{4}{7}$ rasyonel sayısını farklı biçimlerde yazalım.

$-\frac{4}{7} = \frac{-4}{7} = \frac{4}{-7}$

$\frac{4}{-7} = \frac{4}{▲}$ olduğuna göre ▲ yerine -7 tam sayısı yazılmalıdır.

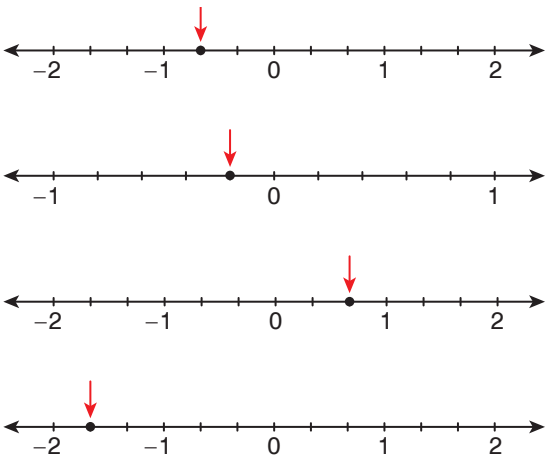
Alıştırmalar

1. $\frac{4}{-11}$ $\quad -3 \quad$ $\frac{4}{1}$ $\quad -\frac{1}{4} \quad$ $0 \quad$ $-\frac{16}{2} \quad$ $+8 \quad$ $\frac{-2}{5} \quad$ $\frac{-9}{-23} \quad$ $\frac{6}{11} \quad$ $-\frac{7}{15}$

Yukarıda verilen kutucuklardaki sayılardan kaç tanesi -1 ile 0 arasında bir rasyonel sayıdır?

2. Aşağıda verilen kutucuklardaki rasyonel sayılar ile bu rasyonel sayıların sayı doğrularında gösterilmiş hâlleri eşleştirildiğinde hangi rasyonel sayı açıkta kalır?

$-\frac{5}{3}$ $\quad -\frac{2}{3}$ $\quad -\frac{1}{3}$ $\quad -\frac{1}{5}$ $\quad \frac{2}{3}$

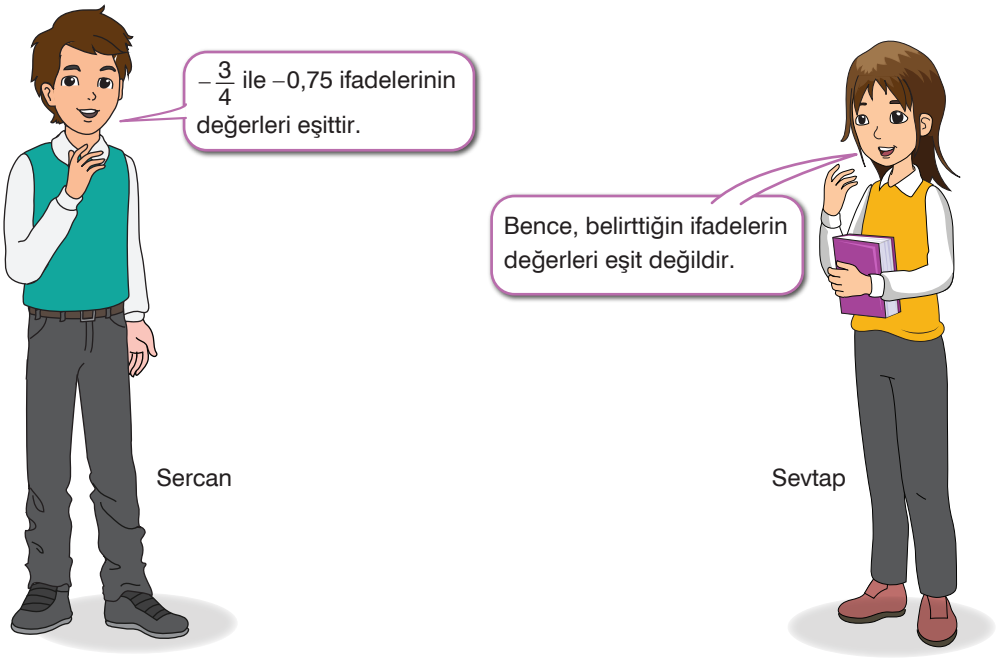


3. Aşağıda verilen her bir seçenekteki iki sayının değerleri eşittir. Buna göre aşağıdaki $\square$ sembollerinin içine uygun tam sayıları yazınız.

a) $-7 = \frac{\square}{2}$ **b)** $\frac{4}{-9} = -\frac{4}{\square}$ **c)** $\frac{13}{2} = \frac{-\square}{-2}$

ç) $-\frac{1}{2} = \frac{1}{\square}$ **d)** $\frac{-22}{2} = -\square$ **e)** $\frac{1}{-8} = -\frac{\square}{8}$

Rasyonel Sayıları Ondalık Gösterim ile İfade Etme ve Ondalık Gösterimleri Rasyonel Sayı Olarak İfade Etme



Sercan ile Sevtap, $-\frac{3}{4}$ ile $-0,75$ ifadelerinin değerleri ile ilgili fikirlerini söylüyorlar. Sizce hangisi söylediklerinde haklıdır? Nedenini açıklayınız.

Hatırlatma

Paydası 10, 100, 1000 gibi 10'un kuvvetleri olan veya 10, 100, 1000 gibi 10'un kuvvetlerine dönüştürülebilen kesirler ondalık gösterim olarak yazılabilir.

- $\frac{7}{10} = 0,7$
- $\frac{6}{25} = \frac{6 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{24}{100} = 0,24$
- $\frac{47}{200} = \frac{47 \cdot 5}{200 \cdot 5} = \frac{235}{1000} = 0,235$

Bir ondalık gösterimin ondalık kısmında tekrar eden sayılar olabilir. Ondalık kısmı tekrar eden sayıların olduğu ondalık gösterimlere **devirli ondalık gösterim** adı verilir. Devirli ondalık gösterimlerde tekrarlanan sayıların üzerine çizgi konur.

Örneğin $43,1282828... = 43,1\overline{28}$ ile $0,149149149... = 0,\overline{149}$ ondalık gösterimleri devirli ondalık gösterimlerdir.

Bilgi Kutusu

Paydası 10, 100, 1000 gibi 10'un kuvvetleri olan veya 10, 100, 1000 gibi 10'un kuvvetlerine dönüştürülebilen rasyonel sayılar ondalık gösterim olarak yazılabilir.

Örnek

$\frac{3}{5}$ $\quad -\frac{11}{20}$ $\quad \frac{4}{25}$ $\quad -\frac{10}{8}$ $\quad \frac{13}{125}$ $\quad -\frac{9}{10}$ $\quad \frac{1111}{200}$ $\quad -\frac{1}{4}$ $\quad \frac{3}{250}$

Yukarıda verilen kutucuklardaki rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade edelim.

Çözüm

- $\frac{3}{5}$ rasyonel sayısı ondalık gösterimle ifade edilirken payda 10 yapılır.

  $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} = 0,6$ (6 sayısını 10'a böldük.)

- $-\frac{11}{20}$ rasyonel sayısı ondalık gösterimle ifade edilirken payda 100 yapılır.

  $-\frac{11}{20} = -\frac{11 \cdot 5}{20 \cdot 5} = -\frac{55}{100} = -0,55$ (55 sayısını 100'e böldük.)

- $\frac{4}{25}$ rasyonel sayısı ondalık gösterimle ifade edilirken payda 100 yapılır.

  $\frac{4}{25} = \frac{4 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{16}{100} = 0,16$ (16 sayısını 100'e böldük.)

- $-\frac{10}{8}$ rasyonel sayısı ondalık gösterimle ifade edilirken payda 1000 yapılır.

  $-\frac{10}{8} = -\frac{10 \cdot 125}{8 \cdot 125} = -\frac{1250}{1000} = -1,25$ (1250 sayısını 1000'e böldük.)

- $\frac{13}{125}$ rasyonel sayısı ondalık gösterimle ifade edilirken payda 1000 yapılır.

  $\frac{13}{125} = \frac{13 \cdot 8}{125 \cdot 8} = \frac{104}{1000} = 0,104$ (104 sayısını 1000'e böldük.)

- $-\frac{9}{10} = -0,9$ (9 sayısını 10'a böldük.)

- $\frac{1111}{200}$ rasyonel sayısı ondalık gösterimle ifade edilirken payda 1000 yapılır.

  $\frac{1111}{200} = \frac{1111 \cdot 5}{200 \cdot 5} = \frac{5555}{1000} = 5,555$ (5555 sayısını 1000'e böldük.)

- $-\frac{1}{4}$ rasyonel sayısı ondalık gösterimle ifade edilirken payda 100 yapılır.

  $-\frac{1}{4} = -\frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = -\frac{25}{100} = -0,25$ (25 sayısını 100'e böldük.)

- $\frac{3}{250}$ rasyonel sayısı ondalık gösterimle ifade edilirken payda 1000 yapılır.

  $\frac{3}{250} = \frac{3 \cdot 4}{250 \cdot 4} = \frac{12}{1000} = 0,012$ (12 sayısını 1000'e böldük.)

Örnek

Aşağıdaki rasyonel sayıları devirli ondalık gösterimle ifade edelim.

a) $-\frac{7}{3}$ b) $\frac{23}{45}$ c) $-\frac{17}{11}$

ç) $-\frac{13}{9}$ d) $\frac{49}{90}$ e) $-\frac{12}{33}$

Çözüm

Rasyonel sayıları devirli ondalık gösterimlerle ifade ederken pay, paydaya bölünür.

a) $-\frac{7}{3} = ?$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ \hline -\ 6 & 2{,}333... \\ \hline 10 & \\ -\ 9 & \\ \hline 010 & \\ -\ 9 & \\ \hline 010 & \\ -\ 9 & \\ \hline 01 & \\ \vdots & \end{array}$$

$-\frac{7}{3} = -2{,}333... = -2{,}\overline{3}$

b) $\frac{23}{45} = ?$

$$\begin{array}{r|l} 230 & 45 \\ \hline -\ 225 & 0{,}5111... \\ \hline 0050 & \\ -\ 45 & \\ \hline 050 & \\ -\ 45 & \\ \hline 050 & \\ -\ 45 & \\ \hline 05 & \\ \vdots & \end{array}$$

$\frac{23}{45} = 0{,}5111... = 0{,}5\overline{1}$

c) $-\frac{17}{11} = ?$

$$\begin{array}{r|l} 17 & 11 \\ \hline -\ 11 & 1{,}5454... \\ \hline 060 & \\ -\ 55 & \\ \hline 050 & \\ -\ 44 & \\ \hline 060 & \\ -\ 55 & \\ \hline 050 & \\ -\ 44 & \\ \hline 06 & \\ \vdots & \end{array}$$

$-\frac{17}{11} = -1{,}5454... = -1{,}\overline{54}$

ç) $-\frac{13}{9} = ?$

$$\begin{array}{r|l} 13 & 9 \\ \hline -\ 9 & 1{,}444... \\ \hline 040 & \\ -\ 36 & \\ \hline 040 & \\ -\ 36 & \\ \hline 040 & \\ -\ 36 & \\ \hline 04 & \\ \vdots & \end{array}$$

$-\frac{13}{9} = -1{,}444... = -1{,}\overline{4}$

d) $\frac{49}{90} = ?$

$$\begin{array}{r|l} 490 & 90 \\ \hline -\ 450 & 0{,}544... \\ \hline 400 & \\ -\ 360 & \\ \hline 0400 & \\ -\ 360 & \\ \hline 040 & \\ \vdots & \end{array}$$

$\frac{49}{90} = 0{,}544... = 0{,}5\overline{4}$

e) $-\frac{12}{33} = ?$

$$\begin{array}{r|l} 120 & 33 \\ \hline -\ 99 & 0{,}3636... \\ \hline 0210 & \\ -\ 198 & \\ \hline 0120 & \\ -\ 99 & \\ \hline 0210 & \\ -\ 198 & \\ \hline 012 & \\ \vdots & \end{array}$$

$-\frac{12}{33} = -0{,}3636... = -0{,}\overline{36}$

Örnek

Görseldeki Teoman Bey'in bahçesinde erik ağaçları vardır. Teoman Bey, bahçesindeki ağaçlardan 125 kg erik topluyor. Topladığı erikleri 8 aileye eşit miktarda paylaştırıyor.

Buna göre Teoman Bey'in her bir aileye kaç kilogram erik verdiğini ondalık gösterimle ifade edelim.

Çözüm

Teoman Bey, her bir aileye $\frac{125}{8}$ kg erik vermiştir. $\frac{125}{8}$ rasyonel sayısını ondalık gösterimle ifade edelim.

$$\frac{125}{8} = \frac{125 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{15\,625}{1000} = 15,625 \text{ kg bulunur.}$$

Bilgi Kutusu

Devirli ondalık gösterimler ve devirli olmayan ondalık gösterimler rasyonel sayı olarak ifade edilebilir.

Bilgi Kutusu

Devirli olmayan bir ondalık gösterim rasyonel sayı olarak ifade edilirken gösterimdeki sayı, virgül dikkate alınmadan rasyonel sayının payına yazılır. Rasyonel sayının paydasına önce 1 yazılır sonra 1'in sağına ondalık gösterimin virgülden sonraki basamak sayısı kadar 0 konulur. Örneğin ondalık gösterimin ondalık kısmı;

- bir basamaklı ise rasyonel sayının paydasına 10,
- iki basamaklı ise rasyonel sayının paydasına 100,
- üç basamaklı ise rasyonel sayının paydasına 1000 yazılır.

Örnek

Yandaki kutucuklarda yazılı olan ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade edelim.

0,7	−4,2
1,23	−0,47
3,206	−1,108

Çözüm

- $0,7 = \frac{7}{10}$
- $1,23 = \frac{123}{100}$
- $3,206 = \frac{3206}{1000} = \frac{1603}{500}$
- $-4,2 = -\frac{42}{10} = -\frac{21}{5}$
- $-0,47 = -\frac{47}{100}$
- $-1,108 = -\frac{1108}{1000} = -\frac{277}{250}$

Bilgi Kutusu

Devirli ondalık gösterimler rasyonel sayı olarak ifade edilirken aşağıdaki işlemler uygulanır.

- Önce, ondalık gösterimdeki virgül ve devreden kısmı belirten çizgi dikkate alınmadan sayının tamamı yazılır. Sayıdan, devreden kısmı dışındaki sayı çıkarılır. Fark, rasyonel sayının payına yazılır.
- Sonra, rasyonel sayının paydasına ondalık gösterimin ondalık kısmındaki devreden rakam sayısı kadar 9, devretmeyen rakam sayısı kadar 0 yazılır.

Örnek

Aşağıdaki devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade edelim.

a) $0,\overline{1}$ **b)** $-3,0\overline{8}$ **c)** $17,\overline{13}$

ç) $0,3\overline{25}$ **d)** $-1,\overline{007}$ **e)** $-6,\overline{9}$

Çözüm

Bilgi kutusunda verilenlere göre devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade edelim.

a) $0,\overline{1} = \frac{1-0}{9} = \frac{1}{9}$

b) $-3,0\overline{8} = -\frac{308-30}{90} = -\frac{278}{90} = -\frac{139}{45}$

c) $17,\overline{13} = \frac{1713-17}{99} = \frac{1696}{99}$

ç) $0,3\overline{25} = \frac{325-3}{990} = \frac{322}{990} = \frac{161}{495}$

d) $-1,\overline{007} = -\frac{1007-1}{999} = -\frac{1006}{999}$

e) $-6,\overline{9} = -\frac{69-6}{9} = -\frac{63}{9} = -7$

Örnek

Sevda'nın defterine yazdığı devirli ondalık gösteriminin tam kısmı iki basamaklıdır. Ondalık kısmında devretmeyen 1 adet rakam vardır. Ondalık gösterimdeki devreden sayı 15'tir. Buna göre Sevda'nın defterine yazdığı devirli ondalık gösterimin alabileceği en küçük pozitif değeri, rasyonel sayı olarak ifade edelim.

Çözüm

Sevda, defterine yazdığı devirli ondalık gösterimin tam kısmındaki iki basamaklı sayının ve ondalık kısmındaki devretmeyen 1 adet rakamın kaç olduğunu belirtmemiştir. Öyleyse ondalık gösterimin tam kısmı en az 10 olur. En küçük ondalık gösterim belirlenirken ondalık kısımdaki devretmeyen rakam yerine 0 yazılır. Buna göre Sevda'nın defterine yazdığı ondalık gösterimin alabileceği en küçük değer $10,0\overline{15}$ olur.

$10,0\overline{15}$ devirli ondalık gösterimini rasyonel sayı olarak ifade edelim.

$$10,0\overline{15} = \frac{10\,015-100}{990} = \frac{9915}{990} = \frac{1983}{198} = \frac{661}{66}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sarı kutucuklarda verilen rasyonel sayılar, mavi kutucuklarda verilen ondalık gösterimlerle eşleştirildiğinde hangi ondalık gösterim açıkta kalır?

$-\frac{7}{3}$	$-0,1\overline{4}$
$-\frac{4}{25}$	$-0,\overline{90}$
$-\frac{10}{11}$	$-0,\overline{8}$
$-\frac{13}{90}$	$-2,\overline{3}$
	$-0,16$

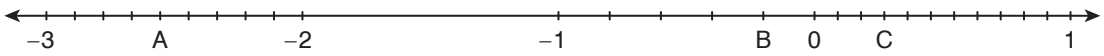
2. Aşağıdaki ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

a) 17,2 **b)** $-4,18$ **c)** 0,126

ç) $-2,\overline{5}$ **d)** $0,\overline{96}$ **e)** $-13,1\overline{2}$

f) $-16,1\overline{3}$ **g)** $0,1\overline{42}$ **ğ)** $-6,\overline{127}$

3.



Yukarıdaki sayı doğrusunda -2 ile -3 arası 9 eş parçaya, 0 ile -1 arası 5 eş parçaya ve 0 ile 1 arası 11 eş parçaya ayrılmıştır. Buna göre sayı doğrusunda gösterilen A, B ve C harflerine karşılık gelen rasyonel sayıları ondalık gösterim olarak ifade ediniz.

Rasyonel Sayıları Karşılaştırma ve Sıralama

Zeynep Hanım ile Merve Hanım, manav tezgâhındaki mandalinaları görüyorlar. Zeynep Hanım $\frac{5}{2}$ kg, Merve Hanım ise $\frac{7}{4}$ kg mandalina alıyor.

Buna göre Zeynep Hanım ile Merve Hanım'dan hangisi daha fazla mandalina almıştır? Nedenini açıklayınız.

Hatırlatma

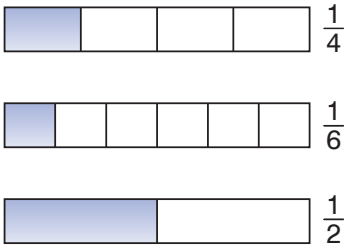
Kesirler karşılaştırılırken veya sıralanırken kullanılan bazı yöntemler aşağıda verilmiştir.

- Kesirleri bütüne, yarıma ve sıfıra olan uzaklıklarına göre karşılaştırma veya sıralama
- Birim kesirleri karşılaştırma veya sıralama
- Kesirlerin paydalarını eşitleyerek kesirleri karşılaştırma veya sıralama
- Kesirlerin paylarını eşitleyerek kesirleri karşılaştırma veya sıralama

Etkinlik

Araç Gereç: Şeffaf kesir kartları

- $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ ve $\frac{1}{2}$ kesirlerini belirten şeffaf kesir kartlarını alınız.
- Aldığınız kesir kartlarını yandaki gibi alt alta hizalayarak yerleştiriniz.
- Kartlardaki boyalı bölgelerin büyüklüklerine göre kesirleri küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
- Sıralamayı yaparken kullandığınız yöntemi açıklayınız.



- $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ ve $\frac{1}{2}$ kesirlerinin yerine $-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{6}$ ve $-\frac{1}{2}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralamak isteseydiniz nasıl bir yol izlerdiniz? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

- Negatif rasyonel sayılar, 0'dan ve pozitif rasyonel sayılardan daha küçüktür.
- Pozitif rasyonel sayılar 0'dan ve negatif rasyonel sayılardan daha büyüktür.
- Rasyonel sayılar karşılaştırılırken veya sıralanırken kesirler için kullanılan yöntemler dikkate alınabilir.

Örnek

$\frac{5}{8}$, $\frac{14}{25}$ ve $\frac{62}{125}$ rasyonel sayılarını ikişerli olarak birbirleriyle karşılaştıralım.

Çözüm

Rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade edelim.

- $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{625}{1000} = 0{,}625$
- $\frac{14}{25} = \frac{14 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{56}{100} = 0{,}56$
- $\frac{62}{125} = \frac{62 \cdot 8}{125 \cdot 8} = \frac{496}{1000} = 0{,}496$

Önce ondalık gösterimleri, sonra rasyonel sayıları birbirleriyle karşılaştıralım.

- $0{,}625 > 0{,}56 \rightarrow \frac{5}{8} > \frac{14}{25}$
- $0{,}496 < 0{,}56 \rightarrow \frac{62}{125} < \frac{14}{25}$
- $0{,}625 > 0{,}496 \rightarrow \frac{5}{8} > \frac{62}{125}$

Örnek

$\frac{17}{36}$, $\frac{158}{157}$ ve $\frac{3}{581}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

$\frac{17}{36}$ rasyonel sayısı yarıma yakındır.

$\frac{158}{157}$ rasyonel sayısı bütüne yakındır.

$\frac{3}{581}$ rasyonel sayısı ise 0'a yakındır.

Rasyonel sayıları; sayıların 0'a, yarıma ve bütüne uzaklıklarına göre küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$\frac{3}{581} < \frac{17}{36} < \frac{158}{157}$$

Örnek

$\frac{17}{15}$, $-\frac{21}{19}$ ve $\frac{13}{12}$ rasyonel sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

$\frac{17}{15}$, $-\frac{21}{19}$ ve $\frac{13}{12}$ rasyonel sayılarından en küçüğü $-\frac{21}{19}$'dur. Çünkü $-\frac{21}{19}$, negatif rasyonel sayıdır.

$\frac{17}{15}$ ile $\frac{13}{12}$ ise pozitif rasyonel sayılardır. Pozitif rasyonel sayılar, negatif rasyonel sayılardan daha büyüktür.

$\frac{17}{15}$ ile $\frac{13}{12}$ rasyonel sayılarını karşılaştıralım. Bunun için rasyonel sayıların paydalarını 60 sayısında eşitleyelim.

- $\frac{17}{15} = \frac{17 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{68}{60}$
- $\frac{13}{12} = \frac{13 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{65}{60}$

$\frac{68}{60} > \frac{65}{60}$ olduğundan $\frac{17}{15} > \frac{13}{12}$ şeklinde karşılaştırma yapılır. Buna göre $\frac{17}{15}$, $-\frac{21}{19}$ ve $\frac{13}{12}$ rasyonel sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

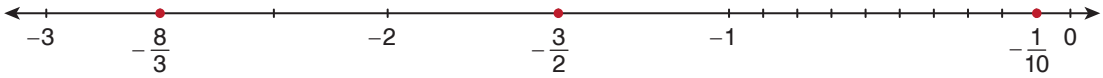
$$\frac{17}{15} > \frac{13}{12} > -\frac{21}{19}$$

Örnek

$-\frac{3}{2}, -\frac{1}{10}$ ve $-\frac{8}{3}$ rasyonel sayılarını aynı sayı doğrusunda gösterelim ve küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

$-\frac{3}{2}$ rasyonel sayısı -2 ile -1, $-\frac{1}{10}$ rasyonel sayısı -1 ile 0, $-\frac{8}{3}$ rasyonel sayısı -3 ile -2 sayılarının arasındadır. Rasyonel sayıları aynı sayı doğrusunda aşağıdaki gibi gösterelim.



Sayı doğrusunda en solda bulunan rasyonel sayı, diğerlerinden daha küçük; en sağda bulunan rasyonel sayı, diğerlerinden daha büyüktür. Buna göre verilen rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$-\frac{8}{3} < -\frac{3}{2} < -\frac{1}{10}$$

Bilgi Kutusu

Negatif rasyonel sayılar karşılaştırılırken veya sıralanırken paydalar ya da paylar eşitlenir.

- Paydaları eşit olan negatif rasyonel sayılardan payı küçük olan diğerlerinden daha büyüktür.
- Payları eşit olan negatif rasyonel sayılardan paydası büyük olan diğerlerinden daha büyüktür.

Örnek

Yandaki kutucuklarda verilen rasyonel sayıları büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

$-\frac{1}{7}$	$-\frac{6}{5}$	$-\frac{3}{4}$

Çözüm

$-\frac{1}{7}$ ve $-\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarının paylarını 6'da eşitleyelim.

- $-\frac{1}{7} = -\frac{1 \cdot 6}{7 \cdot 6} = -\frac{6}{42}$
- $-\frac{3}{4} = -\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = -\frac{6}{8}$

Önce $-\frac{6}{42}, -\frac{6}{5}$ ve $-\frac{6}{8}$ rasyonel sayılarını; sonra $-\frac{1}{7}, -\frac{6}{5}$ ve $-\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

$$-\frac{6}{42} > -\frac{6}{8} > -\frac{6}{5}$$

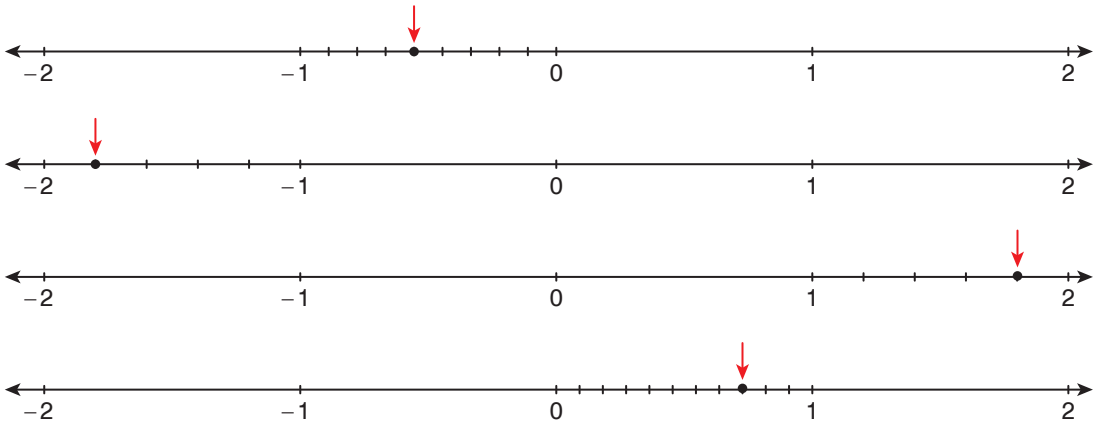
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$-\frac{1}{7} > -\frac{3}{4} > -\frac{6}{5}$$

e-içerik

Alıştırmalar

1. Bazı kısımları eşit aralıklara ayrılmış aşağıdaki sayı doğrularında oklarla gösterilen rasyonel sayıları belirleyerek büyükten küçüğe doğru sıralayınız.



2. Aşağıdaki karşılaştırmalarda verilen noktalı yerlere "<" veya ">" sembollerinden uygun olanı yazınız.

a) $-\frac{2}{5}$ ..... $-\frac{1}{20}$ **b)** $-\frac{2}{11}$ ..... $\frac{22}{25}$ **c)** $-\frac{3}{4}$ ..... $-\frac{6}{7}$

ç) $\frac{18}{7}$ ..... $\frac{40}{14}$ **d)** $\frac{1}{13}$ ..... $\frac{1}{29}$ **e)** $\frac{126}{125}$ ..... $\frac{2}{151}$

3. Yandaki kutucukta verilen sıralamaya göre ▲ yerine yazılabilecek en büyük ve en küçük tam sayıların toplamı kaçtır?

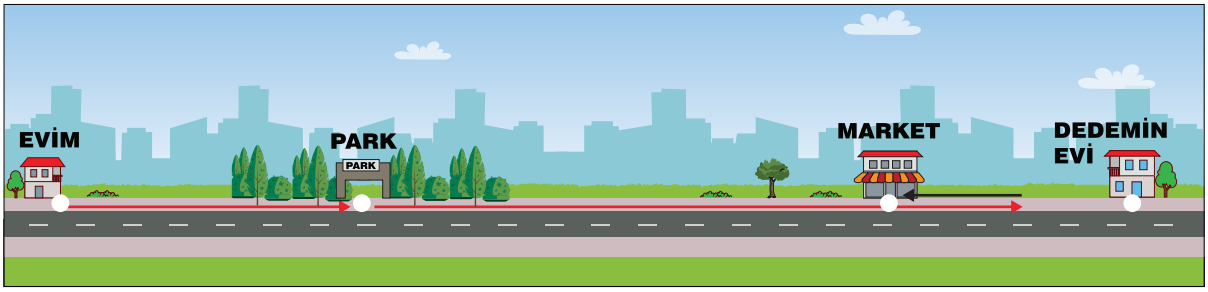
$$-\frac{3}{10} > -\frac{▲}{30} > -\frac{4}{6}$$

4. Aşağıdaki rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

a) $-\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{4}{7}$ **b)** $-\frac{21}{20}, -\frac{1}{318}, -\frac{1}{8}$ **c)** $\frac{3}{5}, \frac{2}{111}, \frac{113}{114}$

RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri



Şakir, evden çıkıp dedesini ziyaret etmeye giderken kendi evi ile dedesinin evi arasındaki yolun önce $\frac{3}{10}$'unu gidiyor. Oradaki parkta biraz dinleniyor. Sonra bu yolun $\frac{6}{10}$'u kadar daha ilerliyor. Ancak biraz gerideki markete uğramayı unuttuğunu fark ediyor. Yolun $\frac{1}{10}$'u kadar geri dönüyor.

Son durumda, Şakir'in kendi evi ile dedesinin evi arasındaki mesafenin kaçta kaçını gittiği hesaplanırken hangi işlemler yapılmalıdır? Nedenini açıklayınız.

Hatırlatma

Kesirlerle toplama veya çıkarma işlemi yapılırken

- Kesirlerin paydaları eşit ise paylar toplanır veya çıkarılır. Sonuç, işlem sonucunun payı olarak yazılır. Eşit olan payda, işlem sonucunun paydası olarak yazılır.
- Kesirlerin paydaları eşit değil ise sadeleştirme ya da genişletme yapılarak paydalar eşitlenir. Eşit paydalı kesirlerin payları toplanır veya çıkarılır. Sonuç, işlem sonucunun payı olarak yazılır. Eşit olan payda, işlem sonucunun paydası olarak yazılır.

Etkinlik

Araç Gereç: Defter, cetvel, mavi boya kalemi

- Defterinize cetvel kullanarak bir bütünü temsil eden şekil çiziniz.
- Bu şekli dört eş parçaya ayırınız.
- Eş parçalardan 3'ünü mavi boya kalemi ile boyayınız.
- Mavi boyalı bölge ile hangi rasyonel sayıyı modellediniz? Açıklayınız.
- Mavi boyalı 1 eş bölgedeki boyayı siliniz.
- Hangi çıkarma işlemini modellediniz?
- Modellediğiniz çıkarma işlemini, toplama işlemi şeklinde nasıl yazabilirsiniz? Arkadaşlarınızla tartışınız.

Bilgi Kutusu

Rasyonel sayılarla toplama veya çıkarma işlemi yapılırken önce rasyonel sayıların paydalarına bakılır.

- Rasyonel sayıların paydaları eşit ise paylar toplanır veya çıkarılır. Elde edilen sayı, sonucun payı olarak yazılır. Eşit payda ise sonucun paydası olarak yazılır.
- Rasyonel sayıların paydaları eşit değil ise önce paydalar eşitlenir. Paydalar eşitlendikten sonra paylar toplanır veya çıkarılır. Sonucun payı olarak yazılır. Eşit payda ise sonucun paydası olarak yazılır.

Örnek

– 0,18; 3,5 ve – 2,104 sayılarını rasyonel sayı olarak ifade edelim ve bu rasyonel sayıları toplayalım.

Çözüm

Verilen sayıları, önce rasyonel sayı olarak ayrı ayrı ifade edelim.

- $-0,18 = -\frac{18}{100} = -\frac{18:2}{100:2} = -\frac{9}{50}$
- $3,5 = \frac{35}{10} = \frac{35:5}{10:5} = \frac{7}{2}$
- $-2,104 = -\frac{2104}{1000} = -\frac{2104:8}{1000:8} = -\frac{263}{125}$

Rasyonel sayıların paydalarını 250'de eşitleyerek rasyonel sayıları toplayalım.

$$-\frac{9}{50}+\frac{7}{2}+\left(-\frac{263}{125}\right) = -\frac{9}{\underset{(5)}{50}}+\frac{7}{\underset{(125)}{2}}+\left(-\frac{263}{\underset{(2)}{125}}\right) = -\frac{45}{250}+\frac{875}{250}-\frac{526}{250} = \frac{-45+875-526}{250}$$

$$= \frac{304}{250}$$

$$= \frac{152}{125}$$

Örnek

$$-\frac{28}{5}-\left(+\frac{13}{25}\right) = ?$$

Yukarıdaki kutucukta verilen işlemin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$-\frac{28}{5}-\left(+\frac{13}{25}\right) = -\frac{28}{\underset{(5)}{5}}-\frac{13}{\underset{(1)}{25}} = -\frac{140}{25}-\frac{13}{25} = -\frac{153}{25}$$

Örnek

Aşağıda verilen toplama ve çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $-\frac{2}{5}-\left(-\frac{3}{7}\right) = ?$

b) $1\frac{2}{9}-\frac{13}{3} = ?$

c) $\frac{7}{3}-\left(+\frac{3}{14}\right) = ?$

ç) $-4-\left(+\frac{6}{5}\right) = ?$

d) $-\frac{18}{13}+1 = ?$

e) $-\frac{6}{11}+\left(-\frac{1}{22}\right) = ?$

f) $2\frac{1}{15}+\left(-\frac{23}{30}\right) = ?$

g) $2+\left(-\frac{2}{9}\right) = ?$

ğ) $\frac{5}{13}+3 = ?$

h) $\frac{1}{15}+\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{7}{6}\right) = ?$

Çözüm

Verilen işlemlerin sonuçlarını bulalım.

a) $-\frac{2}{5}-\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{2}{\underset{(7)}{5}}+\frac{3}{\underset{(5)}{7}}$

$=-\frac{14}{35}+\frac{15}{35}$

$=\frac{-14+15}{35}$

$=\frac{1}{35}$

b) $1\frac{2}{9}-\frac{13}{3}=\frac{(1\cdot 9)+2}{9}-\frac{13}{3}=\frac{11}{\underset{(1)}{9}}-\frac{13}{\underset{(3)}{3}}$

$=\frac{11}{9}-\frac{39}{9}$

$=\frac{11-39}{9}$

$=-\frac{28}{9}$

c) $\frac{7}{3}-\left(+\frac{3}{14}\right)=\frac{7}{\underset{(14)}{3}}-\frac{3}{\underset{(3)}{14}}=\frac{98}{42}-\frac{9}{42}$

$=\frac{98-9}{42}$

$=\frac{89}{42}$

ç) $-4-\left(+\frac{6}{5}\right)=-\frac{4}{1}-\frac{6}{5}=-\frac{4}{\underset{(5)}{1}}-\frac{6}{\underset{(1)}{5}}=-\frac{20}{5}-\frac{6}{5}$

$=\frac{-20-6}{5}$

$=-\frac{26}{5}$

d) $-\frac{18}{13}+1=-\frac{18}{13}+\frac{1}{1}=-\frac{18}{\underset{(1)}{13}}+\frac{1}{\underset{(13)}{1}}$

$=-\frac{18}{13}+\frac{13}{13}$

$=\frac{-18+13}{13}$

$=-\frac{5}{13}$

e) $-\frac{6}{11}+\left(-\frac{1}{22}\right)=-\frac{6}{\underset{(2)}{11}}-\frac{1}{\underset{(1)}{22}}=-\frac{12}{22}-\frac{1}{22}$

$=\frac{-12-1}{22}$

$=-\frac{13}{22}$

f) $2\frac{1}{15}+\left(-\frac{23}{30}\right)=\frac{(2\cdot 15)+1}{15}-\frac{23}{30}$

$=\frac{31}{\underset{(2)}{15}}-\frac{23}{\underset{(1)}{30}}$

$=\frac{62}{30}-\frac{23}{30}$

$=\frac{62-23}{30}$

$=\frac{39}{30}=\frac{39:3}{30:3}=\frac{13}{10}$

g) $2+\left(-\frac{2}{9}\right)=\frac{2}{1}-\frac{2}{9}=\frac{2}{\underset{(9)}{1}}-\frac{2}{\underset{(1)}{9}}=\frac{18}{9}-\frac{2}{9}$

$=\frac{18-2}{9}$

$=\frac{16}{9}$

ğ) $\frac{5}{13}+3=\frac{5}{13}+\frac{3}{1}=\frac{5}{\underset{(1)}{13}}+\frac{3}{\underset{(13)}{1}}=\frac{5}{13}+\frac{39}{13}$

$=\frac{5+39}{13}$

$=\frac{44}{13}$

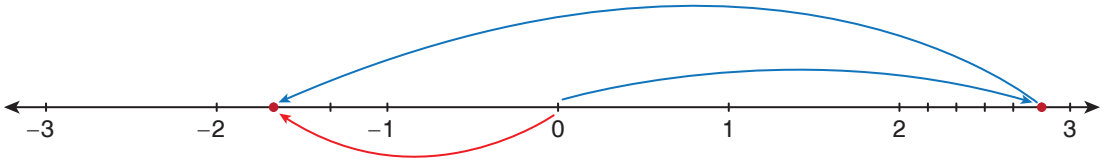
h) $\frac{1}{15}+\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{7}{6}\right)=\frac{1}{\underset{(2)}{15}}-\frac{2}{\underset{(10)}{3}}-\frac{7}{\underset{(5)}{6}}$

$=\frac{2}{30}-\frac{20}{30}-\frac{35}{30}$

$=\frac{2}{30}-\frac{55}{30}$

$=\frac{2-55}{30}=-\frac{53}{30}$

Örnek

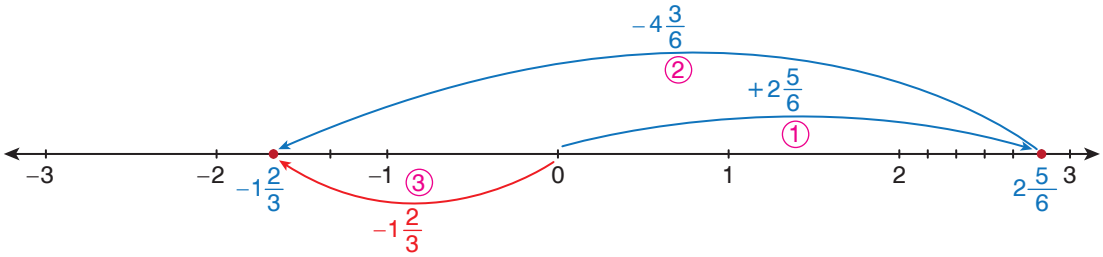


Yukarıdaki sayı doğrusunda –2 ile –1 arası 3 eş parçaya, 2 ile 3 arası 6 eş parçaya ayrılmıştır. Buna göre sayı doğrusunda gösterilen işlemi yazalım.

Çözüm

Sayı doğrusunda 2 ile 3 arası 6 eş parçaya bölünmüş ve 5. parça işaretlenmiştir. Ayrıca – 1 ile – 2 arası 3 eş parçaya bölünmüş ve 2. parça işaretlenmiştir.

Öyleyse sayı doğrusunda gösterilen iki rasyonel sayı $2\frac{5}{6}$ ve $-1\frac{2}{3}$ olur.



① Sayı doğrusunda önce 0 noktasından sağa doğru $2\frac{5}{6}$ noktasına gidilmiş ve mavi okla gösterilmiştir. Buna göre 1. toplanan $2\frac{5}{6}$ olur.

② Sonra $2\frac{5}{6}$ noktasından sola doğru $4\frac{3}{6}$ birim gidilmiş, $-1\frac{2}{3}$ noktasına ulaşılmış ve mavi okla gösterilmiştir. Bu durumda 2. toplanan $-4\frac{3}{6}$ olur.

③ Son olarak 0 noktasından sola doğru $-1\frac{2}{3}$ noktasına gidilmiş ve kırmızı okla gösterilmiştir.

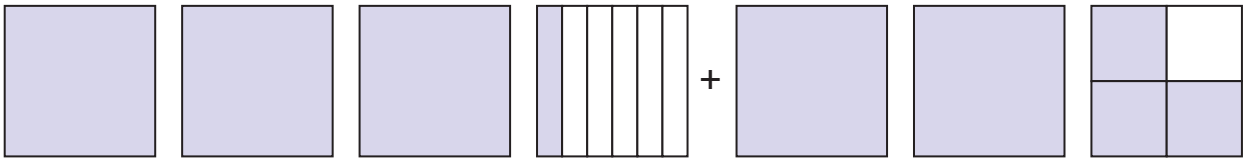
Öyleyse toplama işleminin sonucu $-1\frac{2}{3}$ olur.

Sayı doğrusunda gösterilen işlemi yazalım.

$$2\frac{5}{6}+\left(-4\frac{3}{6}\right)=-1\frac{2}{3}$$

Örnek

1. Rasyonel Sayı **2. Rasyonel Sayı**



Yukarıda modellenen iki rasyonel sayının toplamını bulalım.

Çözüm

Modellenen 1. rasyonel sayı $3\frac{1}{6}$, 2. rasyonel sayı $2\frac{3}{4}$'tür. $3\frac{1}{6}$ ile $2\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarını toplayalım.

$$3\frac{1}{6}+2\frac{3}{4}=\frac{(3\cdot 6)+1}{6}+\frac{(2\cdot 4)+3}{4}=\frac{18+1}{6}+\frac{8+3}{4}$$

$$=\frac{19}{\underset{(2)}{6}}+\frac{11}{\underset{(3)}{4}}$$

$$=\frac{38}{12}+\frac{33}{12}$$

$$=\frac{38+33}{12}$$

$$=\frac{71}{12}$$

Örnek

$-\frac{2}{5}$ rasyonel sayısının $-\frac{1}{10}$ eksiğinin $\frac{11}{25}$ fazlasını bulalım.

Çözüm

$-\frac{2}{5}$ rasyonel sayısının $-\frac{1}{10}$ eksiğini bulalım.

$$-\frac{2}{5}-\left(-\frac{1}{10}\right)=-\frac{2}{\underset{(2)}{5}}+\frac{1}{\underset{(1)}{10}}=-\frac{4}{10}+\frac{1}{10}$$

$$=-\frac{3}{10}$$

Şimdi, $-\frac{3}{10}$ rasyonel sayısının $\frac{11}{25}$ fazlasını bulalım.

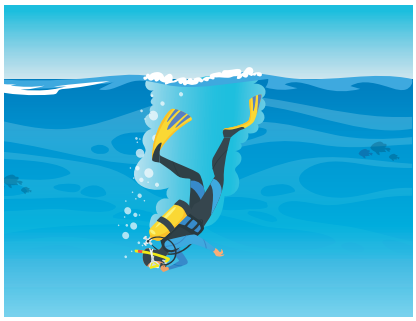
$$-\frac{3}{\underset{(5)}{10}}+\frac{11}{\underset{(2)}{25}}=-\frac{15}{50}+\frac{22}{50}=\frac{-15+22}{50}$$

$$=\frac{7}{50}$$

İfadede belirtilen işlemin sonucunu $\frac{7}{50}$ olarak bulmuştur.

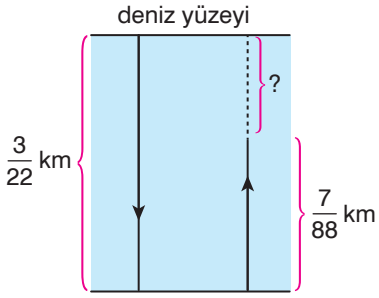
Örnek

Dalgıç Zerrin Hanım, denize atlıyor ve dikey olarak aşağıya doğru $\frac{3}{22}$ km dalıyor. Sonra yukarıya doğru dikey olarak $\frac{7}{88}$ km yüzüyor. Son durumda Zerrin Hanım'ın deniz yüzeyine uzaklığının kaç km olduğunu belirleyelim.



Çözüm

Zerrin Hanım'ın denizin altında gittiği yönleri ve mesafeleri yandaki gibi modelleyelim.



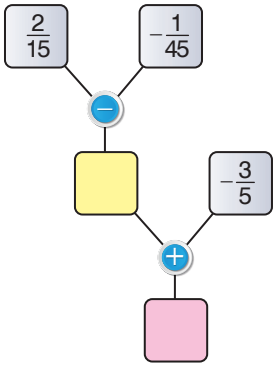
Modele göre son durumda Zerrin Hanım'ın deniz yüzeyine uzaklığı bulunurken $\frac{3}{22}$ sayısından $\frac{7}{88}$ sayısı çıkarılır.

$$\underset{(4)}{\frac{3}{22}} - \underset{(1)}{\frac{7}{88}} = \frac{12}{88} - \frac{7}{88} = \frac{5}{88}$$

Son durumda, Zerrin Hanım'ın deniz yüzeyine uzaklığı $\frac{5}{88}$ km'dir.

Örnek

Yandaki şemada belirtilen işlemler soldan sağa doğru uygulanacaktır. Bu işlemleri yaparak şemadaki sarı ve pembe kutucuklara yazılması gereken rasyonel sayıları bulalım.



Çözüm

Şemadaki sarı kutucuğa yazılması gereken rasyonel sayı bulunurken $\frac{2}{15}$ sayısından $\left(-\frac{1}{45}\right)$ sayısı çıkarılır.

$$\frac{2}{15} - \left(-\frac{1}{45}\right) = \underset{(3)}{\frac{2}{15}} + \underset{(1)}{\frac{1}{45}} = \frac{6}{45} + \frac{1}{45}$$

$$= \frac{7}{45}$$

Şemadaki sarı kutucuğa $\frac{7}{45}$ yazılmalıdır. Şemadaki pembe kutucuğa yazılması gereken rasyonel sayı bulunurken $\frac{7}{45}$ ile $-\frac{3}{5}$ rasyonel sayıları toplanır.

$$\frac{7}{45} + \left(-\frac{3}{5}\right) = \underset{(1)}{\frac{7}{45}} - \underset{(9)}{\frac{3}{5}} = \frac{7}{45} - \frac{27}{45}$$

$$= \frac{7-27}{45} = -\frac{20}{45} = -\frac{4}{9}$$

Şemadaki pembe kutucuğa $-\frac{4}{9}$ yazılmalıdır.

Örnek

I	II
$\frac{5}{6}-\left(-\frac{3}{7}\right)=?$	$\frac{17}{42}+\blacktriangle=?$

Yukarıdaki kutucuklarda verilen iki işlemin sonuçları eşittir. Buna göre II numaralı kutucukta verilen ▲ yerine hangi rasyonel sayının yazılması gerektiğini bulalım.

Çözüm

I numaralı kutucuktaki işlemin sonucunu bulalım.

$$\frac{5}{6}-\left(-\frac{3}{7}\right)=\frac{5}{\underset{(7)}{6}}+\frac{3}{\underset{(6)}{7}}$$

$$=\frac{35}{42}+\frac{18}{42}$$

$$=\frac{35+18}{42}$$

$$=\frac{53}{42}$$

Kutucuklarda verilen iki işlemin sonuçları eşit olduğuna göre II numaralı kutucuktaki işlemin sonucu da $\frac{53}{42}$'dir.

$\frac{17}{42}+\blacktriangle=\frac{53}{42}$ işleminde bulunan ▲ yerine yazılması gereken rasyonel sayı bulunurken $\frac{53}{42}$ sayısından $\frac{17}{42}$ sayısı çıkarılır.

$$\frac{53}{42}-\frac{17}{42}=\frac{53-17}{42}$$

$$=\frac{36}{42}$$

$$=\frac{36:6}{42:6}$$

$$=\frac{6}{7}$$

II numaralı kutucukta verilen ▲ yerine $\frac{6}{7}$ yazılmalıdır.

Örnek

Aşağıdaki turuncu kutucuklarda verilen işlemlerin sonuçları ile mavi kutucuklarda verilen rasyonel sayılar eşleştirildiğinde hangi rasyonel sayının açıkta kalacağını bulalım.

$\frac{3}{4}+\frac{1}{5}-1=?$	$-\frac{1}{20}$
$\frac{7}{10}-\frac{3}{4}+\frac{1}{5}=?$	$\frac{3}{20}$
$4-3\frac{1}{20}=?$	$\frac{11}{20}$
$\frac{8}{5}+\frac{1}{4}-1=?$	$\frac{17}{20}$
	$\frac{19}{20}$

Çözüm

Verilen işlemlerin sonuçlarını bulalım.

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{5}-1=\underset{(5)}{\frac{3}{4}}+\underset{(4)}{\frac{1}{5}}-\underset{(20)}{\frac{1}{1}}=\frac{15}{20}+\frac{4}{20}-\frac{20}{20}$$
$$=\frac{15+4-20}{20}$$
$$=\frac{19-20}{20}=-\frac{1}{20}$$

$$\frac{7}{10}-\frac{3}{4}+\frac{1}{5}=\underset{(2)}{\frac{7}{10}}-\underset{(5)}{\frac{3}{4}}+\underset{(4)}{\frac{1}{5}}=\frac{14}{20}-\frac{15}{20}+\frac{4}{20}=\frac{14-15+4}{20}$$
$$=\frac{18-15}{20}=\frac{3}{20}$$

$$4-3\frac{1}{20}=4-\left(3+\frac{1}{20}\right)=4-3-\frac{1}{20}=1-\frac{1}{20}$$
$$=\underset{(20)}{\frac{1}{1}}-\underset{(1)}{\frac{1}{20}}=\frac{20}{20}-\frac{1}{20}$$
$$=\frac{20-1}{20}=\frac{19}{20}$$

$$\frac{8}{5}+\frac{1}{4}-1=\underset{(4)}{\frac{8}{5}}+\underset{(5)}{\frac{1}{4}}-\underset{(20)}{\frac{1}{1}}=\frac{32}{20}+\frac{5}{20}-\frac{20}{20}$$
$$=\frac{32+5-20}{20}$$
$$=\frac{37-20}{20}$$
$$=\frac{17}{20}$$

İşlemler ile bu işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde $\frac{11}{20}$ rasyonel sayısı açıkta kalır.

Rasyonel Sayılarla Toplama İşleminin Özellikleri

Rasyonel sayılarla toplama işleminin değişme, birleşme, etkisiz eleman ve ters eleman özelliklerini inceleyelim.

Değişme Özelliği

Toplama işleminde, toplanan rasyonel sayıların yerleri değiştirildiğinde toplam değişmez. O hâlde rasyonel sayılarla toplama işleminin değişme özelliği vardır.

Örneğin

$\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{30}\right)=-\frac{12}{30}+\frac{1}{30}=-\frac{11}{30}$ iken $\left(\frac{1}{30}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{30}-\frac{12}{30}=-\frac{11}{30}$'dur.

(6) (1) (1) (6)

$$\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{30}\right)=\left(\frac{1}{30}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)$$

Birleşme Özelliği

Rasyonel sayılarla toplama işlemi yapılırken, sayılar farklı şekilde gruplandırılarak işlem yapıldığında sonuç değişmez. O hâlde rasyonel sayılarla toplama işleminin birleşme özelliği vardır.

Örneğin $\frac{1}{13}$, $\left(-\frac{5}{13}\right)$ ve $\frac{15}{26}$ rasyonel sayılarını toplayalım.

Önce $\frac{1}{13}$ ile $\left(-\frac{5}{13}\right)$ rasyonel sayılarını toplayalım. Toplama $\frac{15}{26}$ sayısını ekleyelim.

$$\left[\frac{1}{13}+\left(-\frac{5}{13}\right)\right]+\frac{15}{26}=\left[\frac{1}{13}-\frac{5}{13}\right]+\frac{15}{26}=-\frac{4}{13}+\frac{15}{26}$$

(2) (1)

$$=-\frac{8}{26}+\frac{15}{26}$$

$$=\frac{-8+15}{26}$$

$$=\frac{7}{26}$$

Şimdi $\left(-\frac{5}{13}\right)$ ile $\frac{15}{26}$ rasyonel sayılarını toplayalım. Toplama $\frac{1}{13}$ sayısını ekleyelim.

$$\frac{1}{13}+\left[\left(-\frac{5}{13}\right)+\frac{15}{26}\right]=\frac{1}{13}+\left[-\frac{10}{26}+\frac{15}{26}\right]=\frac{1}{13}+\frac{5}{26}$$

(2) (1) (2) (1)

$$=\frac{2}{26}+\frac{5}{26}$$

$$=\frac{7}{26}$$

Yapılan işlemlerin sonuçları eşittir.

$$\left[\frac{1}{13}+\left(-\frac{5}{13}\right)\right]+\frac{15}{26}=\frac{1}{13}+\left[\left(-\frac{5}{13}\right)+\frac{15}{26}\right]$$

Etkisiz Eleman Özelliği

Bir rasyonel sayının 0 (sıfır) ile toplamı o rasyonel sayıya eşittir. O hâlde rasyonel sayılarla toplama işleminin etkisiz elemanı vardır ve 0'dır (sıfır).

Örneğin $\frac{3}{17}$, $-\frac{15}{41}$, $\frac{7}{18}$ ve $-\frac{13}{22}$ rasyonel sayılarını 0 (sıfır) ile ayrı ayrı toplayalım.

- $\frac{3}{17}+0=\frac{3}{17}$
- $-\frac{15}{41}+0=-\frac{15}{41}$
- $0+\frac{7}{18}=\frac{7}{18}$
- $0+\left(-\frac{13}{22}\right)=-\frac{13}{22}$

Ters Eleman Özelliği

İki rasyonel sayının toplamı, rasyonel sayılarla toplama işleminin etkisiz elemanı olan 0'a (sıfır) eşit ise bu iki rasyonel sayı, toplama işlemine göre birbirinin tersidir. O hâlde rasyonel sayılarla toplama işleminin ters eleman özelliği vardır.

Örneğin aşağıda verilen işlemleri inceleyelim.

- $-\frac{7}{17}+\frac{7}{17}=?$
- $\frac{6}{11}+\left(-\frac{6}{11}\right)=?$

Verilen toplama işlemlerini yapalım.

- $-\frac{7}{17}+\frac{7}{17}=\frac{-7+7}{17}=\frac{0}{17}=0$
- $\frac{6}{11}+\left(-\frac{6}{11}\right)=\frac{6}{11}-\frac{6}{11}=\frac{6-6}{11}=\frac{0}{11}=0$

$-\frac{7}{17}$ ile $\frac{7}{17}$ sayılarının toplamı, rasyonel sayılarla toplama işleminin etkisiz elemanı olan 0'a (sıfır) eşit oldu. Buna göre $-\frac{7}{17}$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersi $\frac{7}{17}$, $\frac{7}{17}$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersi $-\frac{7}{17}$'dir.

Aynı şekilde $\frac{6}{11}$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersi $-\frac{6}{11}$, $-\frac{6}{11}$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersi $\frac{6}{11}$'dir.

e-içerik

Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen toplama ve çıkarma tablolarındaki boşlukları örneklere uygun olarak doldurunuz. Çözümlerinizi defterinize yapınız.

a)

+	$-\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$1\frac{2}{5}$
$-\frac{1}{30}$			
$\frac{7}{30}$		$\frac{1}{2}$	
$\frac{13}{15}$			

Örnek:

$$\underset{(1)}{\frac{7}{30}}+\underset{(2)}{\frac{4}{15}}=\frac{7}{30}+\frac{8}{30}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$$

b)

Çıkan

Eksilen \ –	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-1\frac{1}{2}$
$\frac{1}{8}$			
$1\frac{3}{4}$		1	
$2\frac{1}{2}$			

Örnek:

$$1\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=1+\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=1$$

2. Aşağıda verilen toplama ve çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $\frac{3}{11}-\left(-\frac{4}{11}\right)+\frac{1}{22}=?$

b) $1+\left(-\frac{3}{17}\right)=?$

c) $\frac{1}{6}-\frac{1}{9}=?$

ç) $\frac{6}{13}+\left(-\frac{1}{26}\right)-\left(-\frac{1}{52}\right)=?$

d) $-\frac{2}{5}-(-4)=?$

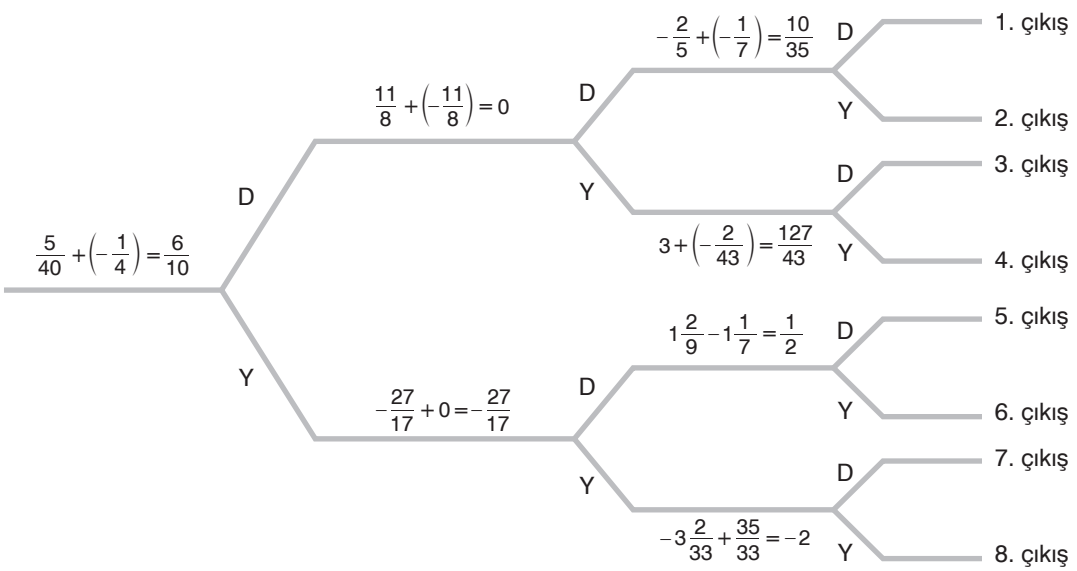
e) $-\frac{2}{9}+1\frac{1}{9}=?$

f) $\frac{6}{5}+\frac{3}{25}-\left(-\frac{4}{10}\right)=?$

g) $\frac{5}{8}-\frac{13}{2}=?$

ğ) $\frac{7}{20}+\left(-\frac{1}{3}\right)=?$

3.



Şemadaki işlemleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İşlemler doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yolunu takip ederek doğru çıkışı bulunuz. Çözümünüzü defterinize yapınız.

4. Yandaki kutucuklarda verilen iki işlemin sonuçları eşittir. Buna göre ▲ yerine hangi rasyonel sayı yazılmalıdır?

$\left[\frac{3}{40}+\frac{1}{11}\right]+▲=?$

$\frac{3}{40}+\left[\frac{1}{11}+\left(-\frac{3}{17}\right)\right]=?$

5. Aşağıdaki işlemleri, rasyonel sayılarla toplama işleminin özelliklerini kullanarak yapınız.

a) $\frac{6}{23}+\left(-\frac{1}{7}\right)-\left(+\frac{6}{23}\right)=?$

b) $\frac{17}{41}-\left(+\frac{17}{41}\right)=?$

c) $\frac{81}{19}+0=?$

ç) $0+\left(-\frac{17}{33}\right)=?$

d) $-\frac{1}{3}+\left[\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right]=?$

e) $-\frac{7}{10}-\left(-\frac{7}{10}\right)=?$

Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri

Bir manavda $\frac{205}{2}$ kg patates vardır. Manavın

- patateslerin 1 kg'ını $\frac{23}{2}$ TL'den satarsa kaç TL gelir elde edeceği,
- patatesleri her biri $\frac{5}{2}$ kg patates alacak şekilde kaç müşteriye satacağı bulunurken hangi işlemler yapılmalıdır? Açıklayınız.

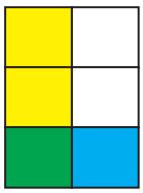
Hatırlatma

- Kesirlerle çarpma işlemi yapılırken kesirlerin payları çarpılır. Çarpım, işlem sonucunun payı olarak yazılır. Kesirlerin paydaları çarpılır. Çarpım, işlem sonucunun paydası olarak yazılır.
- İki kesir birbirine bölünürken birinci kesir aynen yazılır. İkinci kesrin payı ile paydası yer değiştirilerek birinci kesir ile çarpma işlemi yapılır.

Etkinlik

Araç Gereç: Şeffaf kesir kartları

- Şeffaf kesir kartlarından $\frac{1}{2}$ ile $\frac{1}{3}$ kesirlerini belirtenleri alınız.
- Şeffaf kesir kartlarını görseldeki gibi üst üste gelecek şekilde yerleştiriniz.
- Şeffaf kesir kartları ile hangi işlemi modellediniz? Açıklayınız.
- Şeffaf kesir kartları ile $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$ işlemini modelleyiniz.
- İşlemi modellerken nelere dikkat ettiğinizi arkadaşlarınızla paylaşınız.



Bilgi Kutusu

Rasyonel sayılar çarpılırken payların çarpımı sonucun payı, paydaların çarpımı sonucun paydası olarak yazılır. Tam kısmı olan rasyonel sayılarda çarpma işlemi yapılırken önce işaret dikkate alınmadan rasyonel sayı, bileşik kesir olarak yazılır. Sonra rasyonel sayılar çarpılır.

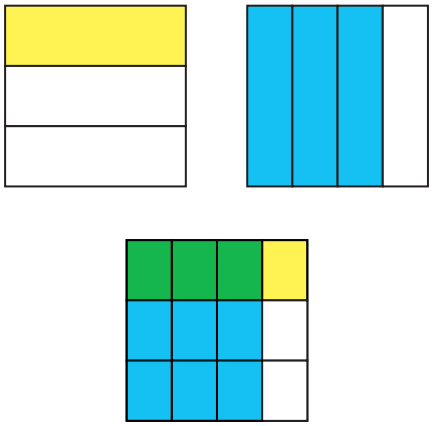
Örnek

$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$ işlemini modelleyerek yapalım.

Çözüm

Çarpma işlemindeki $\frac{1}{3}$ rasyonel sayısını yandaki sarı, $\frac{3}{4}$ rasyonel sayısını ise mavi şeffaf kesir kartı belirtir.

$\frac{1}{3}$ rasyonel sayısını belirten sarı ve $\frac{3}{4}$ rasyonel sayısını belirten mavi şeffaf kesir kartlarını üst üste yerleştirelim ve $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$ işlemini yandaki gibi modelleyelim.



$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = ?$

Şeffaf kesir kartları üst üste geldiğinde sarı ile mavi renklerin birleştiği bölgeler yeşil olarak görünür. Yeşil bölge ile modellenen rasyonel sayı olan $\frac{3}{12}$ işlemin sonucudur. Buna göre çarpma işlemini yazalım.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{12}$$

Örnek

$\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot 0,25$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot 0,25$ işleminin sonucunu bulurken önce 0,25 ondalık gösterimini rasyonel sayı ile ifade edelim.

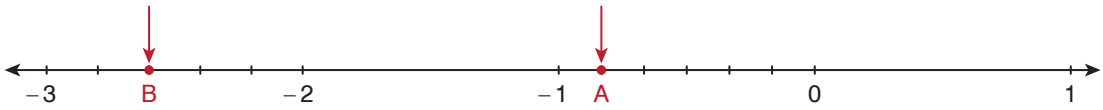
$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{25:25}{100:25} = \frac{1}{4}$$

0,25 yerine $\frac{1}{4}$ yazarak verilen işlemin sonucunu bulalım.

$$\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot 0,25 = \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{1}{4} = -\frac{\overset{1}{\cancel{4}} \cdot 1}{5 \cdot \underset{1}{\cancel{4}}} = -\frac{1}{5}$$

Örnek

Aşağıdaki sayı doğrusunda –3 ile –2 arası 5 eş parçaya, –1 ile 0 arası 6 eş parçaya ayrılmıştır.



Sayı doğrusunda gösterilen A ve B harflerine karşılık gelen rasyonel sayıların çarpımını bulalım.

Çözüm

Sayı doğrusundaki A harfine karşılık gelen rasyonel sayı $-\frac{5}{6}$, B harfine karşılık gelen rasyonel sayı $-2\frac{3}{5}$'tir. Buna göre $-\frac{5}{6}$ ile $-2\frac{3}{5}$ rasyonel sayılarının çarpımını bulalım.

$$\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-2\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-\frac{(2\cdot5)+3}{5}\right)=\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-\frac{10+3}{5}\right)$$

$$=\left(-\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{6}\right)\cdot\left(-\frac{13}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right)$$

$$=\frac{(-1)\cdot(-13)}{6\cdot1}$$

$$=\frac{13}{6}$$

Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapalım.

a) $\left(-\frac{1}{10}\right)\cdot\left(-\frac{5}{9}\right)=?$ **b)** $\left(-\frac{11}{3}\right)\cdot\frac{6}{7}=?$ **c)** $\frac{8}{25}\cdot\left(-\frac{10}{3}\right)=?$

ç) $\frac{17}{20}\cdot\frac{4}{51}=?$ **d)** $-3\cdot\frac{16}{9}=?$ **e)** $\left(-\frac{13}{7}\right)\cdot14=?$

Çözüm

Verilen çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a) $$\left(-\frac{1}{10}\right)\cdot\left(-\frac{5}{9}\right)=\frac{(-1)\cdot\overset{-1}{\cancel{(-5)}}}{\underset{2}{\cancel{10}}\cdot9}=\frac{(-1)\cdot(-1)}{2\cdot9}=\frac{1}{18}$$

b) $$\left(-\frac{11}{3}\right)\cdot\frac{6}{7}=\frac{(-11)\cdot\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\cdot7}=\frac{(-11)\cdot2}{1\cdot7}=-\frac{22}{7}$$

c) $$\frac{8}{25}\cdot\left(-\frac{10}{3}\right)=\frac{8\cdot\overset{-2}{\cancel{(-10)}}}{\underset{5}{\cancel{25}}\cdot3}=\frac{8\cdot(-2)}{5\cdot3}=-\frac{16}{15}$$

ç) $$\frac{17}{20}\cdot\frac{4}{51}=\frac{\overset{1}{\cancel{17}}\cdot\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{5}{\cancel{20}}\cdot\underset{3}{\cancel{51}}}=\frac{1\cdot1}{5\cdot3}=\frac{1}{15}$$

d) $$-3\cdot\frac{16}{9}=-\frac{3}{1}\cdot\frac{16}{9}=\frac{\overset{-1}{\cancel{(-3)}}\cdot16}{1\cdot\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{(-1)\cdot16}{1\cdot3}=-\frac{16}{3}$$

e) $$\left(-\frac{13}{7}\right)\cdot14=\left(-\frac{13}{7}\right)\cdot\frac{14}{1}=\frac{(-13)\cdot\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{1}{\cancel{7}}\cdot1}=\frac{-13\cdot2}{1\cdot1}=-\frac{26}{1}=-26$$

Örnek

Erdinç Bey, bahçesinden topladığı elmaları kasalara, her bir kasada $\frac{103}{2}$ kg elma olacak şekilde yerleştiriyor. Erdinç Bey elmaları 1 kilogramı $\frac{10}{4}$ TL'den satıyor. Buna göre Erdinç Bey'in 2 kasa elma satışından kazandığı parayı bulalım.

Çözüm

Erdinç Bey, bahçesinde ürettiği elmaları görseldeki gibi $\frac{103}{2}$ kg'lık kasalara dolduruyor. Elmaların 1 kg'ını $\frac{10}{4}$ TL'den sattığına göre Erdinç Bey'in 1 kasa elma satışından kazandığı para bulunurken $\frac{103}{2}$ ile $\frac{10}{4}$ çarpılır.

$$\frac{103}{2}\cdot\frac{10}{4}=\frac{103\cdot\cancel{10}^{\,5}}{\cancel{2}_{\,1}\cdot 4}$$

$$=\frac{103\cdot 5}{4}$$

$$=\frac{515}{4}$$

Erdinç Bey, 1 kasa elma satışından $\frac{515}{4}$ TL kazanırsa 2 kasa elma satışından

$$2\cdot\frac{515}{4}=\frac{2}{1}\cdot\frac{515}{4}=\frac{\cancel{2}^{\,1}\cdot 515}{1\cdot\cancel{4}_{\,2}}=\frac{515}{2}=257{,}50 \text{ TL kazanır.}$$

Rasyonel Sayılarla Çarpma İşleminin Özellikleri

Rasyonel sayılarla çarpma işleminin değişme, birleşme, yutan eleman, etkisiz eleman, ters eleman, toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliklerini inceleyelim.

Değişme Özelliği

Çarpma işleminde çarpılan rasyonel sayıların yerleri değiştirildiğinde çarpım değişmez. O hâlde rasyonel sayılarla çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

Örneğin

- $\left(-\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{2}{5}=\frac{(-5)\cdot 2}{8\cdot 5}=\frac{-10}{40}=-\frac{1}{4}$
- $\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{-5}{8}\right)=\frac{2\cdot(-5)}{5\cdot 8}=\frac{-10}{40}=-\frac{1}{4}$

$$\left(-\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{2}{5}=\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{-5}{8}\right)$$

Birleşme Özelliği

Rasyonel sayılarla çarpma işlemi yapılırken, sayılar farklı şekilde gruplandırılarak işlem yapıldığında sonuç değişmez. O hâlde rasyonel sayılarla çarpma işleminin birleşme özelliği vardır.

Örneğin

- $\left(-\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{7}\right)\cdot\frac{3}{2}=\left(\frac{(-1)\cdot 8}{4\cdot 7}\right)\cdot\frac{3}{2}=\left(-\frac{8}{28}\right)\cdot\frac{3}{2}=\frac{(-8)\cdot 3}{28\cdot 2}=\frac{-24}{56}=-\frac{3}{7}$

- $-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{8}{7}\cdot\frac{3}{2}\right)=-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{8\cdot 3}{7\cdot 2}\right)=-\frac{1}{4}\cdot\frac{24}{14}=\frac{(-1)\cdot 24}{4\cdot 14}=\frac{-24}{56}=-\frac{3}{7}$

Rasyonel sayılarla çarpma işleminin birleşme özelliği olduğundan işlemlerin sonuçları aynıdır.

$$\left(-\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{7}\right)\cdot\frac{3}{2}=-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{8}{7}\cdot\frac{3}{2}\right)$$

Yutan Eleman Özelliği

Bir rasyonel sayının 0 (sıfır) ile çarpımı 0'a eşittir. O hâlde rasyonel sayılarla çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.

Örneğin $-\frac{6}{13}$, $-\frac{3}{29}$, $\frac{2}{17}$ ve $\frac{1}{30}$ rasyonel sayılarını 0 (sıfır) ile ayrı ayrı çarpalım.

- $\left(-\frac{6}{13}\right)\cdot 0=0$
- $0\cdot\left(-\frac{3}{29}\right)=0$
- $\frac{2}{17}\cdot 0=0$
- $0\cdot\frac{1}{30}=0$

Etkisiz Eleman Özelliği

Bir rasyonel sayı ile 1'in çarpımı bu rasyonel sayıya eşittir. O hâlde rasyonel sayılarla çarpma işleminin etkisiz elemanı 1'dir.

Örneğin $-\frac{7}{6}$, $-\frac{2}{5}$, $\frac{7}{9}$ ve $\frac{3}{5}$ rasyonel sayılarını 1 ile ayrı ayrı çarpalım.

- $\left(-\frac{7}{6}\right)\cdot 1=-\frac{7}{6}$
- $1\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{2}{5}$
- $\frac{7}{9}\cdot 1=\frac{7}{9}$
- $1\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$

Ters Eleman Özelliği

İki rasyonel sayının çarpımı, rasyonel sayılarla çarpma işleminin etkisiz elemanı olan 1'e eşit ise bu iki rasyonel sayı çarpma işlemine göre birbirinin tersidir. O hâlde rasyonel sayılarla çarpma işleminin ters eleman özelliği vardır.

Örneğin

- $\left(-\frac{2}{11}\right)\cdot\left(-\frac{11}{2}\right)=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}\cdot\overset{1}{\cancel{11}}}{\underset{1}{\cancel{11}}\cdot\underset{1}{\cancel{2}}}=1$ olduğundan

  $\left(-\frac{2}{11}\right)$ ile $\left(-\frac{11}{2}\right)$ rasyonel sayıları, çarpma işlemine göre birbirinin tersidir.

- $\frac{13}{2}\cdot\frac{2}{13}=\frac{\overset{1}{\cancel{13}}\cdot\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\cdot\underset{1}{\cancel{13}}}=1$ olduğundan

  $\frac{13}{2}$ ile $\frac{2}{13}$ rasyonel sayıları, çarpma işlemine göre birbirinin tersidir.

Toplama ve Çıkarma İşlemleri Üzerine Dağılma Özelliği

Rasyonel sayılarla çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliği birer örnekle aşağıda verilmiştir.

$$\frac{7}{6}\cdot\left(\frac{5}{14}+\frac{1}{14}\right)=\frac{7}{6}\cdot\frac{5}{14}+\frac{7}{6}\cdot\frac{1}{14}$$
$$=\frac{7\cdot 5}{6\cdot 14}+\frac{7\cdot 1}{6\cdot 14}$$
$$=\frac{35}{84}+\frac{7}{84}$$
$$=\frac{42}{84}$$
$$=\frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{6}\cdot\left(\frac{5}{14}+\frac{1}{14}\right)=\frac{7}{6}\cdot\left(\frac{5+1}{14}\right)$$
$$=\frac{7}{6}\cdot\frac{6}{14}$$
$$=\frac{\overset{1}{\cancel{7}}\cdot\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{6}}\cdot\underset{2}{\cancel{14}}}$$
$$=\frac{1\cdot 1}{1\cdot 2}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{13}{11}\cdot\left(\frac{10}{13}-\frac{1}{13}\right)=\frac{\overset{1}{\cancel{13}}}{11}\cdot\frac{10}{\underset{1}{\cancel{13}}}-\frac{\overset{1}{\cancel{13}}}{11}\cdot\frac{1}{\underset{1}{\cancel{13}}}$$
$$=\frac{10}{11}-\frac{1}{11}$$
$$=\frac{10-1}{11}$$
$$=\frac{9}{11}$$

$$\frac{13}{11}\cdot\left(\frac{10}{13}-\frac{1}{13}\right)=\frac{13}{11}\cdot\left(\frac{10-1}{13}\right)$$
$$=\frac{\overset{1}{\cancel{13}}}{11}\cdot\frac{9}{\underset{1}{\cancel{13}}}$$
$$=\frac{9}{11}$$

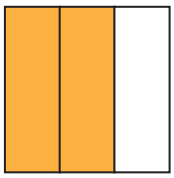
Görüldüğü gibi işlem sonuçları eşittir.

Bilgi Kutusu

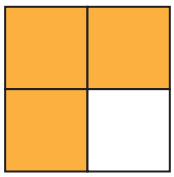
İki rasyonel sayı ile bölme işlemi yapılırken birinci rasyonel sayı aynen yazılır. İkinci rasyonel sayının pay ile paydası yer değiştirilir ve çarpma işlemi yapılır.

Örnek

1. Rasyonel Sayı



2. Rasyonel Sayı



Yukarıda modellenen 1. rasyonel sayıyı, 2. rasyonel sayıya bölelim.

Çözüm

Modellenen 1. rasyonel sayı $\frac{2}{3}$, 2. rasyonel sayı $\frac{3}{4}$'tür. $\frac{2}{3}$ rasyonel sayısını, $\frac{3}{4}$ rasyonel sayısına bölelim.

$$\frac{2}{3}:\frac{3}{4}=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 3}=\frac{8}{9}$$

Örnek

$-\frac{6}{23}$ rasyonel sayısının yarısını çarpma ve bölme işlemleri ile ayrı ayrı bulalım.

Çözüm

$-\frac{6}{23}$ rasyonel sayısını 2'ye bölelim.

$$-\frac{6}{23}:2=-\frac{6}{23}:\frac{2}{1}=-\frac{6}{23}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\overset{-3}{\cancel{(-6)}}\cdot 1}{23\cdot \underset{1}{\cancel{2}}}=\frac{(-3)\cdot 1}{23\cdot 1}=-\frac{3}{23}$$

$-\frac{6}{23}$ rasyonel sayısını $\frac{1}{2}$ ile çarpalım.

$$-\frac{6}{23}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\overset{-3}{\cancel{(-6)}}\cdot 1}{23\cdot \underset{1}{\cancel{2}}}=\frac{(-3)\cdot 1}{23\cdot 1}=-\frac{3}{23}$$

Yaptığımız işlemlere göre $-\frac{6}{23}$ rasyonel sayısının yarısı $-\frac{3}{23}$'tür. Öyleyse İsmail'in bulduğu işlem sonucu $-\frac{3}{23}$'tür.

Örnek

Aşağıdaki bölme işlemlerini yapalım.

a) $\left(-\frac{3}{7}\right):\left(-\frac{3}{15}\right)=?$ **b)** $-\frac{4}{9}:\frac{7}{36}=?$ **c)** $\frac{1}{8}:\left(-\frac{13}{64}\right)=?$

ç) $\frac{18}{19}:\frac{3}{38}=?$ **d)** $-11:\frac{22}{17}=?$ **e)** $\left(-1\frac{19}{23}\right):6=?$

Çözüm

Verilen bölme işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a) $$\left(-\frac{3}{7}\right):\left(-\frac{3}{15}\right)=\left(-\frac{3}{7}\right)\cdot\left(-\frac{15}{3}\right)=\frac{\overset{-1}{\cancel{(-3)}}\cdot(-15)}{7\cdot \underset{1}{\cancel{3}}}=\frac{(-1)\cdot(-15)}{7\cdot 1}=\frac{15}{7}$$

b) $$-\frac{4}{9}:\frac{7}{36}=-\frac{4}{9}\cdot\frac{36}{7}=\frac{(-4)\cdot \overset{4}{\cancel{36}}}{\underset{1}{\cancel{9}}\cdot 7}=\frac{(-4)\cdot 4}{1\cdot 7}=-\frac{16}{7}$$

c) $$\frac{1}{8}:\left(-\frac{13}{64}\right)=\frac{1}{8}\cdot\left(-\frac{64}{13}\right)=\frac{1\cdot \overset{-8}{\cancel{(-64)}}}{\underset{1}{\cancel{8}}\cdot 13}=\frac{1\cdot(-8)}{1\cdot 13}=-\frac{8}{13}$$

ç) $$\frac{18}{19}:\frac{3}{38}=\frac{18}{19}\cdot\frac{38}{3}=\frac{\overset{6}{\cancel{18}}\cdot \overset{2}{\cancel{38}}}{\underset{1}{\cancel{19}}\cdot \underset{1}{\cancel{3}}}=\frac{6\cdot 2}{1\cdot 1}=\frac{12}{1}=12$$

d) $$-11:\frac{22}{17}=-\frac{11}{1}\cdot\frac{17}{22}=\frac{\overset{-1}{\cancel{(-11)}}\cdot 17}{1\cdot \underset{2}{\cancel{22}}}=\frac{(-1)\cdot 17}{1\cdot 2}=-\frac{17}{2}$$

e) $$\left(-1\frac{19}{23}\right):6=\left(-\frac{1\cdot 23+19}{23}\right):\frac{6}{1}=\left(-\frac{42}{23}\right):\frac{6}{1}=-\frac{42}{23}\cdot\frac{1}{6}=\frac{\overset{-7}{\cancel{(-42)}}\cdot 1}{23\cdot \underset{1}{\cancel{6}}}=\frac{(-7)\cdot 1}{23\cdot 1}=-\frac{7}{23}$$

Örnek

$-\frac{15}{8} : \frac{45}{4}$ işleminin sonucunun çeyreğini bulalım.

Çözüm

Önce verilen bölme işlemini yapalım.

$$-\frac{15}{8} : \frac{45}{4} = -\frac{15}{8} \cdot \frac{4}{45} = \frac{\overset{-1}{\cancel{(-15)}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \cdot \underset{3}{\cancel{45}}} = \frac{(-1) \cdot 1}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{6}$$

Şimdi $-\frac{1}{6}$ rasyonel sayısının çeyreğini bulmak için $-\frac{1}{6}$ sayısını 4'e bölelim.

$$-\frac{1}{6} : 4 = -\frac{1}{6} : \frac{4}{1} = -\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{(-1) \cdot 1}{6 \cdot 4} = -\frac{1}{24}$$

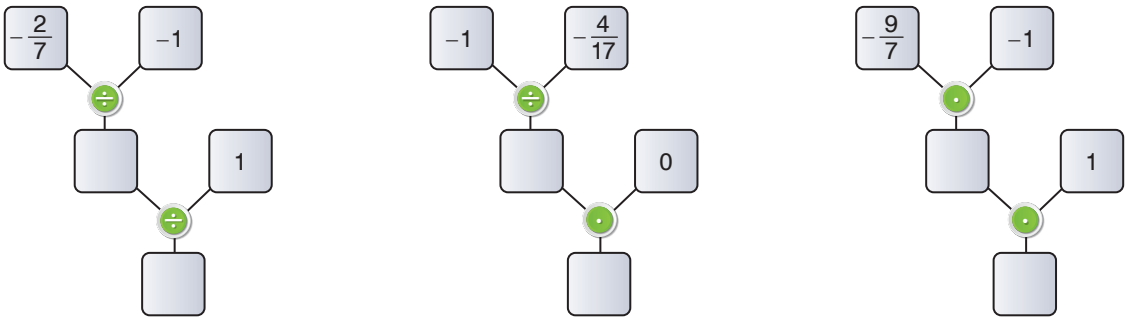
Bilgi Kutusu

- Bir rasyonel sayının 0 (sıfır) ile çarpımı 0'a eşittir.
- Bir rasyonel sayının 1 ile çarpımı o rasyonel sayıya eşittir.
- 0 (sıfır) hâriç bir rasyonel sayının –1 ile çarpımı, o rasyonel sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.

Bilgi Kutusu

- Bir rasyonel sayının 0'a (sıfır) bölümü tanımsızdır.
- Bir rasyonel sayının 1'e bölümü o rasyonel sayıya eşittir.
- Bir rasyonel sayının –1'e bölümü, o rasyonel sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.
- 1 sayısının 0 dışındaki bir rasyonel sayıya bölümü, o rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersine eşittir.
- 0 sayısının 0 dışındaki bir rasyonel sayıya bölümü 0'a eşittir.
- –1 sayısının 0 hariç herhangi bir rasyonel sayıya bölümü, o rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersinin toplama işlemine göre tersine eşittir.

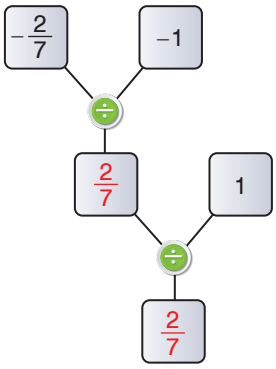
Örnek



Yukarıdaki şemalarda belirtilen işlemleri yaparak boş kutucuklara uygun sayıları yazalım.

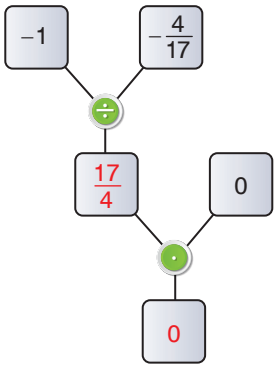
Çözüm

Şemalarda belirtilen işlemleri ayrı ayrı yapalım ve boş kutucuklara uygun sayıları yazalım.



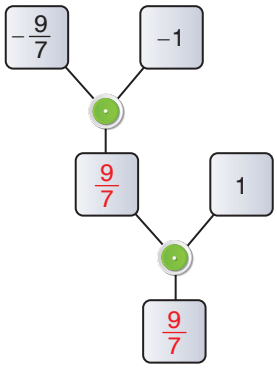
$-\frac{2}{7} : (-1) = \frac{2}{7}$

$\frac{2}{7} : 1 = \frac{2}{7}$



$-1 : \left(-\frac{4}{17}\right) = \frac{17}{4}$

$\frac{17}{4} \cdot 0 = 0$



$-\frac{9}{7} \cdot (-1) = \frac{9}{7}$

$\frac{9}{7} \cdot 1 = \frac{9}{7}$

Örnek

Leyla Hanım, $\frac{48}{5}$ litre limonatayı, her biri $\frac{3}{5}$ litre limonata ile dolan boş şişelere dolduruyor. Buna göre Leyla Hanım'ın kaç boş şişeyi limonata ile doldurduğunu bulalım.

Çözüm

Leyla Hanım'ın kaç boş şişeyi limonata ile doldurduğu bulunurken $\frac{48}{5}$ rasyonel sayısı, $\frac{3}{5}$ rasyonel sayısına bölünür.

$$\frac{48}{5} : \frac{3}{5} = \frac{48}{\cancel{5}_{1}} \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

Leyla Hanım, 16 boş şişeyi limonata ile doldurmuştur.

Örnek

Çınar'ın odasında aşağıda gösterilen dolap vardır. Bu dolabın dikdörtgen şeklinde 5 eş kapağı vardır.

Görselde verilen ölçüye göre dolaptaki eş kapaklardan birinin bir yüzünün çevre uzunluğunu bulalım.

Çözüm

Dikdörtgen şeklindeki kapağın kısa kenar uzunluğunu bulmak için $\frac{18}{5}$ rasyonel sayısını 3'e bölelim.

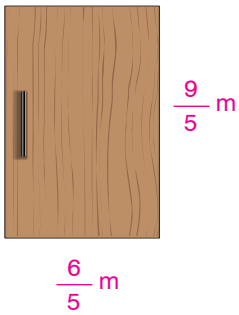
$$\frac{18}{5} : 3 = \frac{18}{5} : \frac{3}{1} = \frac{\overset{6}{\cancel{18}}}{5} \cdot \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{6}{5}$$

Dikdörtgen şeklindeki kapağın kısa kenar uzunluğu $\frac{6}{5}$ m'dir.

Dikdörtgen şeklindeki kapağın uzun kenar uzunluğunu bulmak için $\frac{18}{5}$ rasyonel sayısını 2'ye bölelim.

$$\frac{18}{5} : 2 = \frac{18}{5} : \frac{2}{1} = \frac{\overset{9}{\cancel{18}}}{5} \cdot \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{9}{5}$$

Dikdörtgen şeklindeki kapağın uzun kenar uzunluğu $\frac{9}{5}$ m'dir. Buna göre Çınar'ın odasında bulunan dolaptaki eş kapaklardan birinin bir yüzünün çevre uzunluğunu bulalım.



$$\text{Çevre uzunluğu} = 2 \cdot \left(\frac{6}{5} + \frac{9}{5}\right)$$
$$= 2 \cdot \left(\frac{15}{5}\right)$$
$$= 2 \cdot 3$$
$$= 6 \text{ m}$$

e-içerik

Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen çarpma ve bölme tablolarındaki boş kutucukları örneklere uygun olarak doldurunuz.

a)

$\cdot$	$\frac{7}{3}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{14}{5}$
$-2\frac{1}{7}$			
$-\frac{3}{14}$			$-\frac{3}{5}$
$\frac{1}{21}$			

Örnek:

$$\left(-\frac{3}{\cancel{14}_{1}}\right)\cdot\left(\frac{\cancel{14}^{1}}{5}\right)=-\frac{3}{5}$$

b)

		Bölen		
	$:$	$1\frac{3}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{10}$
Bölünen	$\frac{3}{5}$			
	$-\frac{7}{5}$		-35	
	$\frac{2}{25}$			

Örnek:

$$\left(-\frac{7}{5}\right):\frac{1}{25}=\left(-\frac{7}{\cancel{5}_{1}}\right)\cdot\frac{\cancel{25}^{5}}{1}=-7\cdot 5=-35$$

2. Aşağıda verilen çarpma ve bölme işlemlerini yapınız.

a) $\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot 4\frac{2}{3}=?$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{2}{19}\right)=?$

c) $\frac{21}{4}\cdot(-1)=?$

ç) $17\cdot\left(-\frac{11}{34}\right)=?$

d) $\frac{3}{8}\cdot(-4)=?$

e) $0\cdot\left(-3\frac{7}{19}\right)=?$

f) $\left(-\frac{5}{7}\right):\left(-1\frac{2}{5}\right)=?$

g) $(-2):\left(-\frac{4}{13}\right)=?$

ğ) $\left(-\frac{50}{3}\right):1=?$

h) $0:\left(2\frac{5}{11}\right)=?$

ı) $(-1):\left(-\frac{7}{15}\right)=?$

i) $1\frac{8}{19}:(-1)=?$

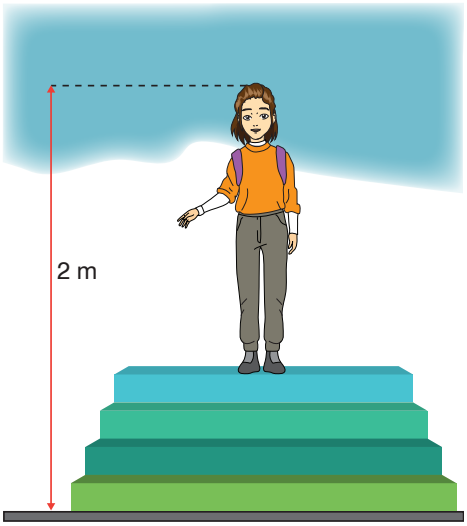
3. Yandaki kutucuklarda verilen çarpma işlemlerine göre ▲ : ■ işleminin sonucunu bulunuz.

$▲ \cdot \frac{2}{5} = -\frac{3}{10}$

$\frac{10}{7} \cdot ■ = \frac{2}{21}$

4. Hülya, görselde yer alan eş yükseklikteki 4 basamağın üzerine çıkıyor. Görseldeki konumda bulunan Hülya'nın başının en üst noktası ile zemin arasındaki mesafe 2 metredir.

Hülya'nın boy uzunluğu $1\frac{13}{20}$ m olduğuna göre her bir eş basamağın yüksekliği kaç metredir?

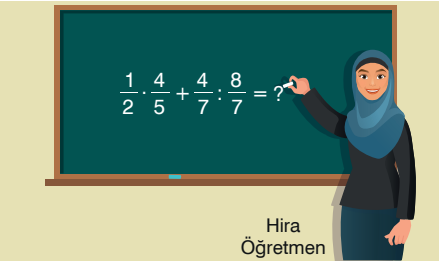


5. Aşağıdaki işlemleri çarpma işleminin özelliklerini kullanarak yapınız. Mavi kutucuklardaki işlemlerin sonuçları ile sarı kutucuklardaki rasyonel sayılar eşleştirildiğinde hangi rasyonel sayı açıkta kalır?

$\left(+\frac{1}{10}\right) \cdot \left(\frac{10}{3} - \frac{20}{7}\right) =$	$-\frac{1}{21}$
$\left(-\frac{6}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{21}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) =$	$-\frac{3}{21}$
$\left(-\frac{1}{7}\right) \cdot 0 =$	0
$1 \cdot \frac{2}{21} =$	$\frac{1}{21}$
	$\frac{2}{21}$

Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler

Hira Öğretmen tahtaya görseldeki işlemi yazıyor. Eda, defterinde Hira Öğretmen'in tahtaya yazdığı işlemin sonucunu doğru bir şekilde buluyor. Aynı işlemi çözmeye çalışan Ece, işlemde uygun yerlere parantezler koyarak Eda ile aynı sonucu buluyor.



Buna göre Ece, işlemdeki hangi kısımlara parantezler koymuş olabilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Birden fazla işlem bulunan ifadelerin değerini bulmak için işlem önceliğini bilmeliyiz. İşlem önceliğine göre ifadede birden fazla işlem var ise

- Önce varsa parantez içindeki işlem yapılır.
- Sonra varsa üslü ifadelerin değerleri uygun yerlere yazılır.
- Daha sonra varsa çarpma ve bölme işlemleri yapılır.
- Son olarak toplama ve çıkarma işlemleri yapılır.

Eğer ifadede çarpma ve bölme işlemlerinin ikisi de bulunuyorsa işlemi yapmaya en soldan başlanır.

Bilgi Kutusu

- Çok adımlı işlemlerde hangi işlemin daha önce yapılacağı parantezle belirtilir.
- Kesir çizgisi kullanılarak verilen işlemlerde işlem önceliği ana kesir çizgisine göre belirlenir.

Örnek

$1-\dfrac{5}{2\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$1-\dfrac{5}{2\cdot\left(\underset{(2)}{\frac{1}{3}}-\underset{(3)}{\frac{1}{2}}\right)}$ (Parantezin içindeki çıkarma işlemini yapalım. Bunun için $\frac{1}{3}$ ile $\frac{1}{2}$ rasyonel sayılarının paydalarını 6'da eşitleyelim.)

$=1-\dfrac{5}{2\cdot\left(\frac{2}{6}-\frac{3}{6}\right)}$

$=1-\dfrac{5}{2\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)}$ (Çarpma işlemini yapalım.)

$=1-\dfrac{5}{-\frac{2}{6}}$ (Bölme işlemini yapalım.)

$=1-\dfrac{5}{1}\cdot\left(-\dfrac{6}{2}\right)$

$=1-\dfrac{5\cdot(-6)}{1\cdot 2}=1-\dfrac{(-30)}{2}=1+\dfrac{30}{2}=1+15=16$

Örnek

$\frac{2}{7} : \frac{3}{14} \cdot \frac{6}{5}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Verilen çok adımlı işlemde önce bölme işlemini, sonra çarpma işlemini yapalım.

$$\frac{2}{7} : \frac{3}{14} \cdot \frac{6}{5} = \frac{2}{7} \cdot \frac{14}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{2 \cdot \overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot 3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{5}$$

$$= \frac{4 \cdot \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot 5}$$

$$= \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 5}$$

$$= \frac{8}{5}$$

Örnek

$\frac{3}{7} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Verilen çok adımlı işlemde önce çarpma işlemini, sonra çıkarma işlemini yapalım.

$$\frac{3}{7} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{7} - \frac{2 \cdot \overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot 7} = \frac{3}{7} - \frac{2}{7}$$

$$= \frac{3-2}{7}$$

$$= \frac{1}{7}$$

Örnek

Yanda verilen kutucuktaki işlemin sonucu 2'dir. Buna göre ★ yerine yazılması gereken sayıyı bulalım.

$$3 - \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + ★}}$$

Çözüm

$$3-\boxed{\frac{1}{2+\frac{1}{4+\bigstar}}}=2$$

3'ten **1** çıkarsa sonuç 2 olur. Bundan dolayı işlemdeki kırmızı çerçeveli kısım **1**'e eşittir.

$$\frac{1}{\boxed{2+\frac{1}{4+\bigstar}}}=1$$

1 sayısını **1**'e bölersek sonuç 1 olur. Bundan dolayı işlemdeki mavi çerçeveli kısım **1**'e eşittir.

$$2+\boxed{\frac{1}{4+\bigstar}}=1$$

2 ile **–1** sayıları toplanırsa sonuç 1 olur. Bundan dolayı işlemdeki yeşil çerçeveli kısım **–1**'e eşittir.

$$\frac{1}{\boxed{4+\bigstar}}=-1$$

1 sayısını **–1**'e bölersek sonuç –1 olur. Bundan dolayı işlemdeki turuncu çerçeveli kısım **–1**'e eşittir.

$$4+\bigstar=-1$$

4 ile –5 sayıları toplanırsa sonuç –1 olur. Buna göre ★ yerine –5 yazılmalıdır.

Örnek

$\dfrac{\frac{3}{4}}{9}+\dfrac{3}{\frac{4}{9}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{1}}+\frac{3}{\frac{4}{9}}=\frac{3}{4}:\frac{9}{1}+\frac{3}{1}:\frac{4}{9}$$

(Kırmızı renkle belirtilen kesir çizgilerinin üstündeki sayılar birinci, altındaki sayılar ise ikinci rasyonel sayı olmak üzere bölme işlemlerini yapalım.)

$$=\frac{\cancel{3}^{1}}{4}\cdot\frac{1}{\cancel{9}_{3}}+\frac{3}{1}\cdot\frac{9}{4}$$

$$=\frac{1}{\underset{(1)}{12}}+\frac{27}{\underset{(3)}{4}}$$

(Rasyonel sayıların paydalarını 12'de eşitleyelim ve toplama işlemini yapalım.)

$$=\frac{1}{12}+\frac{81}{12}$$

$$=\frac{1+81}{12}$$

$$=\frac{\cancel{82}^{41}}{\cancel{12}_{6}}$$

$$=\frac{41}{6}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\dfrac{3}{1-\dfrac{\left(1+\frac{1}{2}\right)}{\left(1-\frac{1}{2}\right)}} = ?$

b) $1+\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}} = ?$

c) $\dfrac{1}{3-\frac{3}{2}}+\dfrac{2}{1+\frac{1}{3}} = ?$

ç) $2-\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{\frac{1}{-2}}} = ?$

d) $\dfrac{1}{\frac{3}{8}}+\dfrac{\frac{1}{3}}{8} = ?$

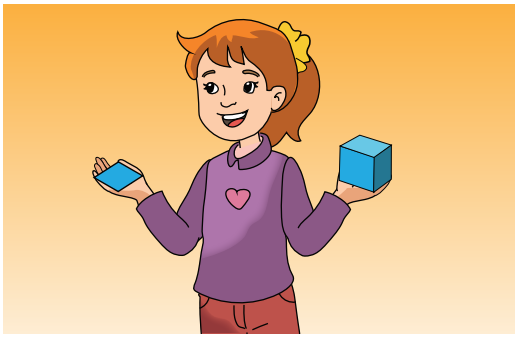
e) $\dfrac{1}{5}-\dfrac{2}{3}:\dfrac{8}{3}+\dfrac{1}{4}:\dfrac{5}{8} = ?$

2. Yandaki kutucukta verilen işlemin sonucu 1 olduğuna göre ★ yerine kaç yazılmalıdır?

$$\frac{6}{1+\dfrac{\bigstar-2}{3}}-1$$

Rasyonel Sayıların Karesi ve Küpü

Zehra, projesi için kartondan bir kenar uzunluğu $\frac{17}{2}$ cm olan bir kare ve bir ayrıt uzunluğu $\frac{40}{3}$ cm olan bir küp oluşturur.



Zehra'nın projesini tamamlayabilmesi için karenin alanını ve küpün hacmini hesaplaması gerekiyor.

Bunun için Zehra nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.

Hatırlatma

- Bir tam sayının karesi hesaplanırken tam sayı kendisi ile çarpılır.
  - $(-7)^2 = (-7) \cdot (-7) = +49$
  - $(+13)^2 = (+13) \cdot (+13) = +169$
- Bir tam sayının küpü hesaplanırken tam sayı üç kez yan yana yazılır ve bu üç tam sayı birbirleriyle çarpılır.
  - $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$
  - $(+3)^3 = (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = +27$

Bilgi Kutusu

- Bir rasyonel sayının karesi hesaplanırken rasyonel sayı kendisi ile çarpılır.
- Bir rasyonel sayının küpü hesaplanırken rasyonel sayı üç kez yan yana yazılır ve bu üç rasyonel sayı birbirleriyle çarpılır.

Örnek

$-\frac{1}{5}$ ve $\frac{2}{3}$ rasyonel sayılarının karelerinin ve küplerinin değerlerini bulalım.

Çözüm

Önce $-\frac{1}{5}$ sayısının karesinin ve küpünün değerini bulalım.

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{(-1) \cdot (-1)}{5 \cdot 5} = \frac{1}{25}$$

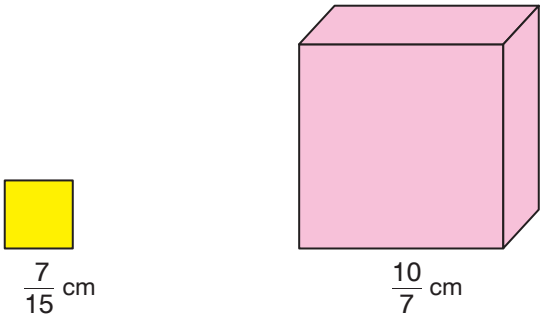
$$\left(-\frac{1}{5}\right)^3 = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)}{5 \cdot 5 \cdot 5} = -\frac{1}{125}$$

Şimdi $\frac{2}{3}$ sayısının karesinin ve küpünün değerini bulalım.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{27}$$

Örnek



Yukarıdaki sarı karenin bir kenar uzunluğu $\frac{7}{15}$ cm, pembe küpün bir ayrıt uzunluğu $\frac{10}{7}$ cm'dir. Buna göre sarı karenin alanı ile pembe küpün hacmini hesaplayalım.

Çözüm

Bir karenin alanı, kenar uzunluğunun karesine eşittir. Buna göre sarı karenin alanını hesaplayalım.

$$\text{Sarı karenin alanı} = \left(\frac{7}{15}\right)^2 = \frac{7}{15} \cdot \frac{7}{15}$$

$$= \frac{49}{225}\ \text{cm}^2$$

Bir küpün hacmi, ayrıt uzunluğunun küpüne eşittir. Buna göre pembe küpün hacmini hesaplayalım.

$$\text{Pembe küpün hacmi} = \left(\frac{10}{7}\right)^3 = \frac{10}{7} \cdot \frac{10}{7} \cdot \frac{10}{7}$$

$$= \frac{1000}{343}\ \text{cm}^3$$

Örnek

Yandaki kutucuklarda verilen ifadelere göre ■ + ★ işleminin sonucunu bulalım.

■ $= -\left(\frac{1}{8}\right)^2$

★ $= \left(-1\frac{1}{4}\right)^3$

Çözüm

Önce ■ ile ★ yerine yazılması gereken rasyonel sayıları bulalım.

$$■ = -\left(\frac{1}{8}\right)^2 = -\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = -\frac{1 \cdot 1}{8 \cdot 8} = -\frac{1}{64}$$

$$★ = \left(-1\frac{1}{4}\right)^3 = \left(-\frac{5}{4}\right)^3 = \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)$$

$$= \frac{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)}{4 \cdot 4 \cdot 4}$$

$$= -\frac{125}{64}$$

Şimdi ■ + ★ işleminin sonucunu bulalım.

$$■ + ★ = -\frac{1}{64} + \left(-\frac{125}{64}\right)$$
$$= -\frac{1}{64} - \frac{125}{64}$$
$$= \frac{-1-125}{64}$$
$$= -\frac{126}{64}$$
$$= -\frac{63}{32}$$

Örnek

Levent Bey, manavdaki incirlerin 1 kilogramının $\frac{15}{2}$ TL'den satıldığını görüyor. Levent Bey'in manavdan $\frac{15}{2}$ kg incir aldığında ödeyeceği parayı bulalım.

Çözüm

Levent Bey, manavdan 1 kilogramı $\frac{15}{2}$ TL olan incirlerden $\frac{15}{2}$ kg alıyor. Buna göre Levent Bey'in aldığı incirler için ödeyeceği para bulunurken $\frac{15}{2}$ ile $\frac{15}{2}$ rasyonel sayıları çarpılır. Yani $\frac{15}{2}$ rasyonel sayısının karesi hesaplanır.

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)\cdot\left(\frac{15}{2}\right)$$
$$= \frac{15\cdot 15}{2\cdot 2}$$
$$= \frac{225}{4}$$
$$= 56,25$$

Levent Bey, aldığı incirler için 56,25 TL öder.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\left(-\frac{3}{11}\right)^2$ **b)** $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$ **c)** $\left(\frac{4}{13}\right)^2$

ç) $\left(-\frac{1}{20}\right)^2$ **d)** $-\left(\frac{5}{7}\right)^2$ **e)** $-\left(-\frac{4}{15}\right)^2$

f) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$ **g)** $\left(-\frac{2}{11}\right)^3$ **ğ)** $-\left(-\frac{1}{10}\right)^3$

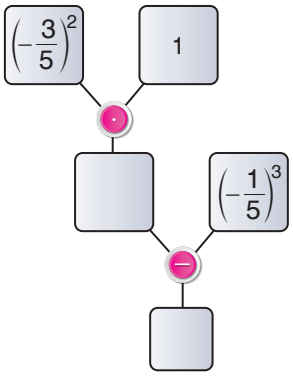
h) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ **ı)** $\left(3\frac{1}{2}\right)^3$ **i)** $\left(-1\frac{2}{7}\right)^2$

2. Aşağıdaki mavi kutularda verilen ifadelerin değerleri, sarı kutularda verilen rasyonel sayılarla eşleştirildiğinde hangi rasyonel sayı açıkta kalır?

$\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ $\left(\frac{1}{8}\right)^2$ $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$ $-\left(\frac{1}{16}\right)^2$

$-\frac{1}{8}$ $-\frac{1}{64}$ $-\frac{1}{256}$ $\frac{1}{64}$ $\frac{1}{8}$

3. Yandaki şemada belirtilen işlemleri yaparak boş kutucuklara uygun rasyonel sayıları yazınız (Çıkarma işlemini yaparken soldaki rasyonel sayıdan sağdaki rasyonel sayıyı çıkarınız.).



Rasyonel Sayılar ile İlgili Problemler

Çağatay Bey'in bahçesinin $\frac{3}{20}$'sinde evi, $\frac{7}{20}$'sinde meyve ağaçları, $\frac{1}{5}$'inde çiçek ekili alan, $\frac{1}{10}$'unda yürüyüş yolu bulunmaktadır. Kalan kısmı ise dinlenme alanıdır.

Buna göre Çağatay Bey'in bahçesinin kaçta kaçının dinlenme alanı olduğu bulunurken nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.

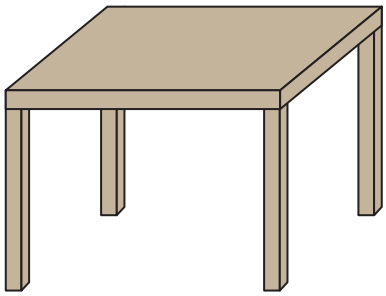
Bilgi Kutusu

Rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren problemler çözülürken aşağıdaki aşamalar dikkate alınır.

- Problemi anlayalım.
- Plan yapalım.
- Problemi çözelim.
- Çözümü kontrol edelim.

Problem

Yasemin Hanım, üst yüzü kare şeklinde olan görseldeki masanın üzerine sermek için kare şeklinde bir masa örtüsü alıyor. Masa örtüsünün masanın üst yüzünün her bir kenarından 50 cm sarktığını görüyor. Masanın üst yüzünün bir kenar uzunluğu $\frac{5}{4}$ m olduğuna göre Yasemin Hanım'ın aldığı masa örtüsünün bir yüzünün alanı kaç m^2 dir?



Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

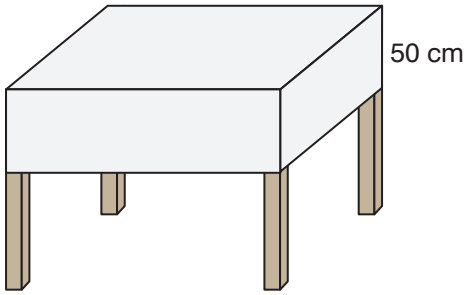
Yasemin Hanım'ın, üst yüzü kare şeklinde olan masanın üzerine sermek için kare şeklinde bir masa örtüsü aldığı belirtilmiştir. Masanın üst yüzünün bir kenar uzunluğu ile masa örtüsünün bir kenar uzunluğu arasındaki ilişki ve masanın üst yüzünün bir kenar uzunluğu verilmiştir. Bizden, Yasemin Hanım'ın aldığı masa örtüsünün bir yüzünün alanını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce masanın üzerine serilen masa örtüsünü modellemeliyiz. Sonra masanın üst yüzünün bir kenar uzunluğuna göre masa örtüsünün bir kenar uzunluğunu bulmalıyız. Son olarak kare şeklindeki masa örtüsünün bir yüzünün alanını hesaplamalıyız.

Problemi Çözelim

Masanın üzerine serilen masa örtüsü yandaki gibi modellenebilir. Modele göre masa örtüsünün bir kenar uzunluğu, masanın kare şeklindeki üst yüzünün bir kenar uzunluğundan 50 cm + 50 cm = 100 cm = 1 m büyüktür. Buna göre kare şeklindeki masa örtüsünün bir kenar uzunluğunu bulalım.



$$\frac{5}{4}\text{m} + 1\text{ m} = \frac{5}{4}\text{m} + \frac{4}{4}\text{m}$$
$$= \frac{9}{4}\text{m}$$

Kare şeklindeki masa örtüsünün bir kenar uzunluğu $\frac{9}{4}$ m olduğuna göre bir yüzünün alanını bulalım.

Masa örtüsünün bir yüzünün alanı $= \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{9 \cdot 9}{4 \cdot 4} = \frac{81}{16}\text{ m}^2$

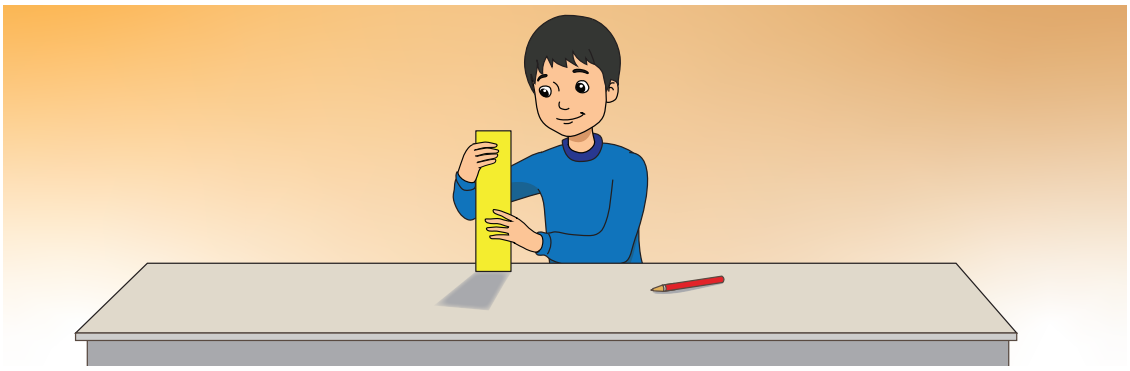
Çözümü Kontrol Edelim

Bir yüzünün alanı $\frac{81}{16}\text{m}^2$ olan kare şeklindeki masa örtüsünün bir kenar uzunluğu $\frac{9}{4}$ metredir. Buna göre $\frac{9}{4}$ metreden 1 metreyi çıkaralım. İşlem sonucu, masanın üst yüzünün bir kenar uzunluğu olan $\frac{5}{4}$ metreye eşit olmalıdır.

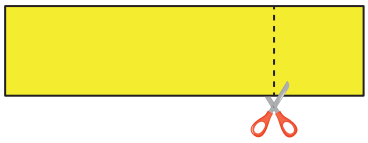
$$\frac{9}{4}\text{m} - 1\text{ m} = \frac{9}{4}\text{m} - \frac{4}{4}\text{m} = \frac{5}{4}\text{m}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem



Kemal, dikdörtgen şeklindeki bir kartonu yanda verilen görseldeki gibi kesik çizgi boyunca dikkatlice keserek bir kare elde ediyor. Kare dışındaki parçayı daha sonra kullanmak üzere ayırıyor. Başlangıçta verilen dikdörtgen şeklindeki kartonun uzun kenar uzunluğu 20 cm'dir. Kemal'in elde ettiği karenin bir kenar uzunluğu, başlangıçtaki dikdörtgenin uzun kenar uzunluğunun $\frac{1}{4}$'üne eşittir. Kemal, kare şeklindeki kartondan bir kenar uzunluğu $\frac{3}{2}$ cm olan bir kareyi kesip çıkarıyor. Buna göre kalan parçanın bir yüzünün alanı kaç cm^2 dir?



Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

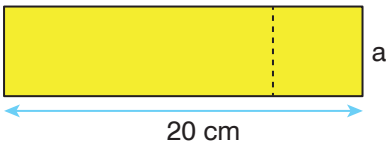
Kemal'in kullandığı dikdörtgen şeklindeki kartonun uzun kenar uzunluğu ve elde ettiği karenin bir kenar uzunluğu ile başlangıçtaki dikdörtgenin bir uzun kenarının uzunluğu arasındaki ilişki belirtilmiştir. Kemal'in kare şeklindeki kartondan, bir kenar uzunluğu $\frac{3}{2}$ cm olan bir kareyi kestiği belirtilmiştir. Bizden, kalan parçanın bir yüzünün alanını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce Kemal'in elde ettiği kare şeklindeki kartonun bir kenar uzunluğunu ve alanını hesaplamalıyız. Sonra kare şeklindeki kartonun alanından, Kemal'in kestiği ve bir kenar uzunluğu $\frac{3}{2}$ cm olan karenin alanını çıkarmalıyız.

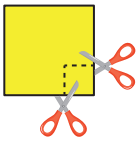
Problemi Çözelim

Kemal'in elde ettiği kare şeklindeki kartonun kenar uzunluğu, dikdörtgen şeklindeki kartonun uzun kenar uzunluğunun $\frac{1}{4}$'üne eşittir. Buna göre görseldeki karenin bir kenar uzunluğu olan a'yı bulalım.



$a = 20 \cdot \frac{1}{4} = \frac{20}{4} = 5\,\text{cm}$

Kemal'in elde ettiği kare şeklindeki kartonun kenar uzunluğu 5 cm ise alanı $5 \cdot 5 = 25\ \text{cm}^2$ olur. Kemal'in kartondan kestiği ve bir kenar uzunluğu $\frac{3}{2}$ cm olan karenin alanını bulalım.



Bir kenar uzunluğu $\frac{3}{2}$ cm olan karenin alanı $= \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}\ \text{cm}^2$

Son olarak alanı 25 cm^2 olan bir kareden, alanı $\frac{9}{4}$ cm^2 olan başka bir kare kesildiğinde kalan parçanın bir yüzünün alanını bulalım.

Kalan parçanın bir yüzünün alanı $= 25 - \frac{9}{4} = \frac{25}{1} - \frac{9}{4} = \frac{100}{4} - \frac{9}{4}$

$(4)\quad (1)$

$= \frac{91}{4}\ \text{cm}^2$

Çözümü Kontrol Edelim

Kalan kısmın bir yüzünün alanı olan $\frac{91}{4}$ cm^2 ile kesilen kısmın alanı olan $\frac{9}{4}$ cm^2yi toplayalım. Toplam, bir kenar uzunluğu 5 cm olan bir karenin alanına eşit olmalıdır. $\frac{1}{4}$'ü 5 cm olan uzunluğu bulalım. Bulduğumuz uzunluk 20 cm olmalıdır.

$\frac{91}{4} + \frac{9}{4} = \frac{100}{4} = 25\ \text{cm}^2$

Bir kenar uzunluğu 5 cm olan bir karenin alanı $= 5 \cdot 5 = 25\ \text{cm}^2$

$\frac{1}{4}$'ü 5 cm olan bir uzunluk bulunurken 5 doğal sayısı $\frac{1}{4}$ rasyonel sayısına bölünür.

$5 : \frac{1}{4} = 5 \cdot \frac{4}{1} = \frac{20}{1} = 20\,\text{cm}$'dir. Çözümümüz doğrudur.

Alıştırmalar

1. Eser $\frac{7}{4}$ m, Aslı $\frac{8}{5}$ m uzunluğundadır. Eser, boyunun $\frac{2}{7}$'si kadar, Aslı ise boyunun $\frac{3}{8}$'i kadar yükseğe görseldeki gibi zıplıyor.

Buna göre Eser ile Aslı, zıpladıklarında Eser'in ulaştığı en yüksek noktanın zemine uzaklığından, Aslı'nın ulaştığı en yüksek noktanın zemine uzaklığı çıkarıldığında sonuç kaç bulunur?

2. Evinden çıkıp annesini ziyaret etmek için arabasına binen İrem Hanım, 40 km'lik yolun çeyreğinin $\frac{7}{10}$'unu gidiyor. Buna göre İrem Hanım'ın gitmesi gereken kaç km yolu kalmıştır?

3. Hazal $-\frac{13}{25}$ rasyonel sayısının $-\frac{13}{5}$'e bölümünün $\frac{3}{4}$ katının $-\frac{7}{2}$ eksiği olan rasyonel sayıyı defterine yazıyor. Buna göre Hazal'ın defterine yazdığı rasyonel sayının $-\frac{13}{20}$ fazlası kaçtır?

4.

$\frac{1}{6}$ m

Yukarıda kısa kenar uzunluğu verilen eş fayanslar dikdörtgen şeklindeki bir zemine yandaki gibi döşeniyor. Fayansların döşendiği zeminin çevre uzunluğu K m, alanı L m^2 olmak üzere K + L toplamı kaçtır?

2. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Yandaki kutucuklarda verilen rasyonel sayılara göre aşağıda istenenleri yapınız.

$-\frac{3}{4}$ A	$\frac{1}{16}$ B
$\frac{5}{8}$ C	$-1\frac{1}{4}$ D
$-\frac{11}{32}$ E	$1\frac{1}{8}$ F

a) A kutucuğundaki rasyonel sayıyı, sayı doğrusunda gösteriniz.

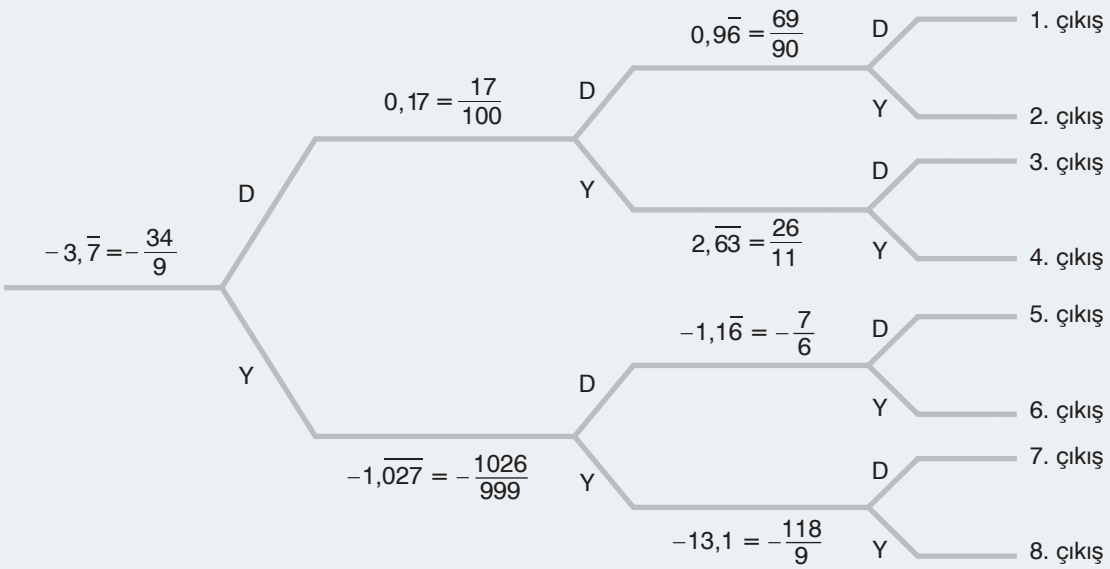
b) C kutucuğundaki rasyonel sayıyı, ondalık gösterimle ifade ediniz.

c) Kutucuklardaki en küçük rasyonel sayıyı belirleyiniz.

ç) Kutucuklardaki en büyük rasyonel sayıyı belirleyiniz.

d) A, B, C ve E kutucuklarındaki rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

2.



Şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yolunu takip ederek doğru çıkışı bulunuz.

3. Bir bölgedeki ağaçların $\frac{7}{12}$'si çam, $\frac{1}{4}$'ü gürgendir. Çam ağaçlarının $\frac{1}{7}$'si kadar da söğüt ağacı vardır. Kalanlar ise meşe ağacıdır. Buna göre bölgedeki ağaçların kaçta kaçı meşe ağacıdır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{5}{12}$

4. Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $-11,\overline{3}-\left(-\frac{7}{9}\right)=?$

b) $\left(1\frac{1}{7}-\frac{3}{14}\right)\cdot\frac{14}{13}=?$

c) $-\frac{49}{1216}\cdot 0=?$

ç) $1\frac{3}{5}-(-2,7)=?$

d) $-\frac{3}{8}:\frac{9}{4}+1\frac{1}{6}=?$

e) $0+\frac{317}{1042}=?$

f) $\frac{7}{41}:\frac{14}{123}=?$

g) $\frac{7}{5}+\left(-\frac{3}{11}\right)-\left(+\frac{7}{5}\right)=?$

ğ) $1\cdot\left(-\frac{6}{17}\right)=?$

h) $\left(-2\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{11}{8}\right)=?$

ı) $\frac{13}{6}\cdot\left[\left(\frac{6}{13}-\frac{18}{26}\right)\right]=?$

i) $-1:\left(-\frac{13}{17}\right)=?$

5. ***Tablo:*** *İşlemler ile İşlemlerin Sonuçları*

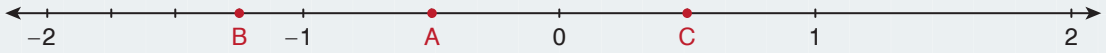
İşlem	İşlem Sonucu
$\left(-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=$	
$\left(-\frac{2}{3}\right)^3+\frac{1}{9}=$	
$-0,\overline{7}:\left(1\frac{1}{3}\right)^2=$	
$-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{4}\cdot\left(-\frac{8}{3}\right)=$	

Yandaki tabloda bazı işlemler verilmiştir. İşlemlerin sonuçlarını bularak tablodaki boş kutucuklara uygun sayıları yazınız.

6. $4-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{4+\frac{1}{2}}}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{19}{7}$ B) $-\frac{7}{19}$ C) $\frac{7}{19}$ D) $\frac{19}{7}$

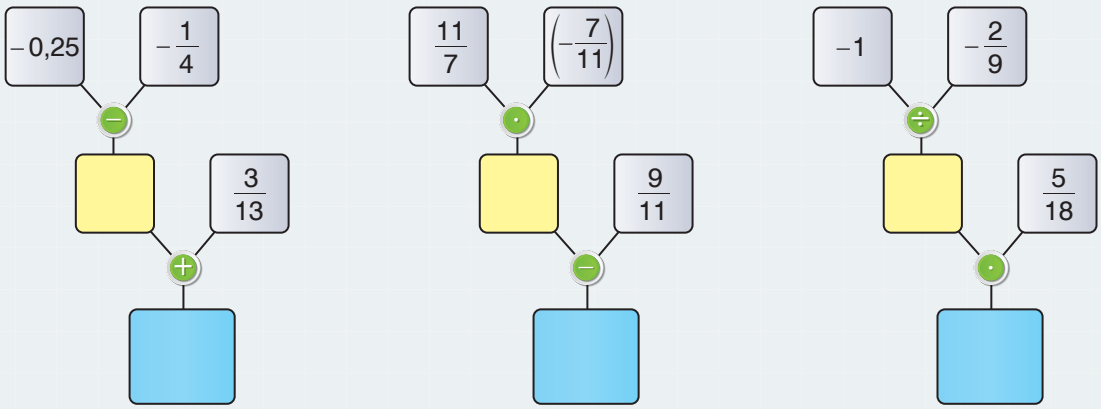
7.



Yukarıdaki sayı doğrusunda ardışık tam sayıların arası eş parçalara ayrılmıştır. Harflerle belirtilen noktalara karşılık gelen rasyonel sayılara göre $1-\dfrac{A}{B+\frac{1}{C}}$ işleminin sonucu kaçtır?

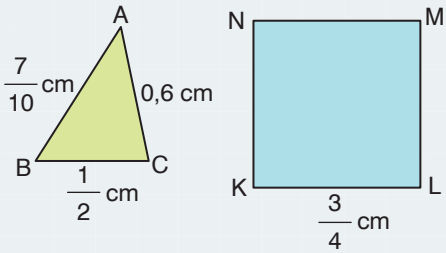
A) $2\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $-\frac{5}{3}$ D) $-2\frac{1}{3}$

8. Aşağıdaki şemalarda belirtilen işlemleri yaparak şemalardaki sarı ve mavi kutucuklara uygun rasyonel sayıları yazınız (İşlemleri soldan sağa doğru yapınız.).



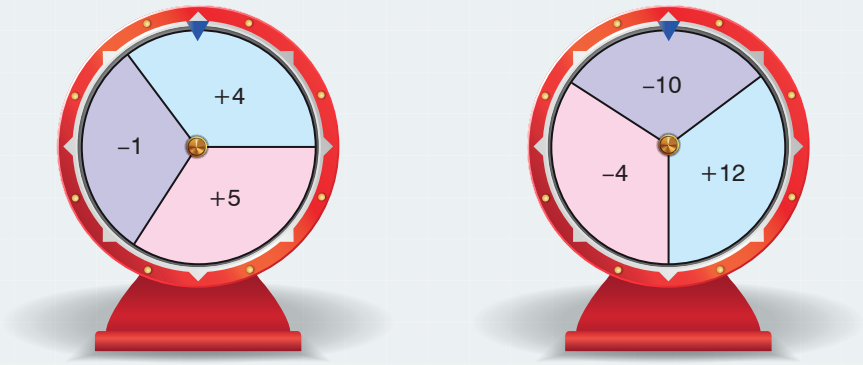
9. Yanda ABC üçgeni ve KLMN karesi verilmiştir.

$|AB| = \frac{7}{10}$ cm, $|BC| = \frac{1}{2}$ cm, $|AC| = 0{,}6$ cm ve $|KL| = \frac{3}{4}$ cm olduğuna göre ABC üçgeni ile KLMN karesinin çevre uzunluklarının toplamı kaç cm'dir?



10. Engin, elindeki sürahide bulunan $\frac{20}{7}$ L limonatayı, görseldeki 5 eş boş bardağa doldurmuştur. Buna göre Engin, boş bardakların her birine kaç L limonata doldurmuştur?

11. Üçer eş bölgeye ayrılıp her birinin üzerine birer tam sayının yazıldığı ve her bir bölmenin ayrı renk ile boyandığı iki çark aşağıda verilmiştir.

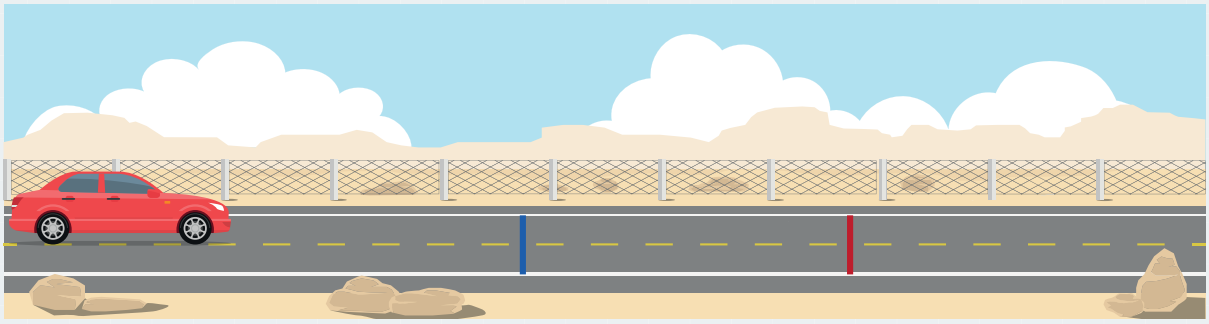


1. çark 2. çark

Aliye çarkları çeviriyor ve 1. çarktaki ibrenin gösterdiği tam sayıyı paya, 2. çarktaki ibrenin gösterdiği tam sayıyı paydaya yazarak bir rasyonel sayı oluşturuyor. Aliye'nin oluşturabileceği en büyük rasyonel sayıya karşılık gelen ondalık gösterim aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,1 B) $0,40\overline{6}$ C) $0,41\overline{6}$ D) $0,4\overline{6}$

12. A, B, C ve D marka lastiklerin fren mesafeleri ölçülmek isteniyor. Her bir marka lastiğin fren mesafesi ölçümü için aynı hızla giden araçta görseldeki mavi çizginin hizasında frene basılmış ve aracın durduğu noktanın mavi çizgiye uzaklığı ölçülmüştür.



Aşağıdaki tabloda, aracın farklı lastiklerle ölçülen fren mesafeleri verilmiştir.

Tablo: *Farklı Lastiklerle Ölçülen Fren Mesafeleri*

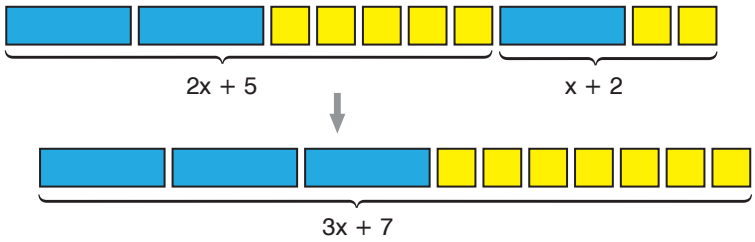
Lastik Markası	A	B	C	D
Fren Mesafesi (km)	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{7}{100}$

Araç, her lastikle görseldeki kırmızı çizgiye gelmeden durabiliyor. Tabloya göre araç hangi lastik ile kırmızı çizgiye en yakın mesafede durmuştur?

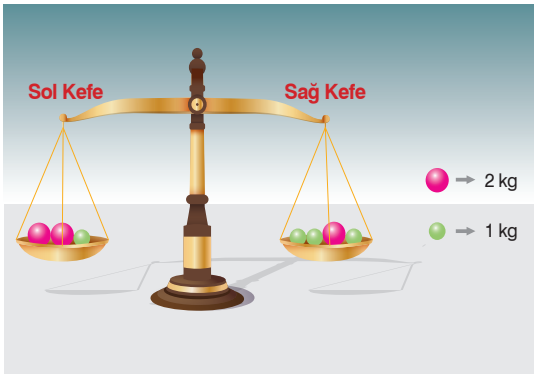
A) A B) B C) C D) D

Ek Sorular

3. ÜNİTE



$(12x - 7) + (-10x + 9)$	$x + 2$
$(-3x - 5) + (4x + 7)$	$x + 4$
$(-21x - 4) - (-23x - 8)$	$x + 6$
$(-7x + 8) - (-8x + 4)$	$2x + 2$
	$2x + 4$



7 — 11 — 15 — 19 — 23 — 27 — ...

Ünite Tanıtım

- **Cebirsel İfadeler**
- **Eşitlik ve Denklem**

EBA İçeriği

Terimler veya Kavramlar

eşitlik, derece, bilinmeyen, denklem

CEBİRSEL İFADELER

Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri

Bir şirkette çaycı olarak görev yapan Hamza Bey bugün, dün dağıttığı çay sayısının 2 katının 5 eksiği sayıda çay dağıtmıştır. Buna göre Hamza Bey'in dün ve bugün dağıttığı toplam çay sayısı matematik cümlesi ile nasıl belirtilebilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

- En az bir değişken ve işlem içeren ifadelere **cebirsel ifade** adı verilir.

  Örneğin $3x - 7$, $a^2 + 4$, $\frac{3b - 6c}{2}$ gibi ifadeler cebirsel ifadelerdir.
- Cebirsel ifadelerdeki harfler, sayıları temsil etmektedir ve **değişken** olarak adlandırılır.

Etkinlik

Araç Gereç: Cebir karoları

- Mavi cebir karosu x değişkenini, sarı cebir karosu +1 sayısını temsil etmektedir. Cebir karoları ile $3x + 5$ cebirsel ifadesini modelleyiniz.
- Ayrı bir yerde cebir karoları ile $2x + 1$ cebirsel ifadesini de modelleyiniz.
- İki modeldeki cebir karolarını bir araya getirerek yeni bir model oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz modelin belirttiği cebirsel ifadeyi yazınız.
- Yazdığınız cebirsel ifade ile $3x + 5$ ve $2x + 1$ cebirsel ifadelerinin arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- Belirlediğiniz ilişkiye göre cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapmaya yönelik genel bir ifade yazınız.
- Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.

Bilgi Kutusu

Cebirsel ifadelerle toplama veya çıkarma işlemleri yapılırken cebirsel ifadelerde benzer terim olup olmadığına bakılır.

- Benzer terimler yoksa ifadeler aynen yazılır.
- Benzer terimler varsa benzer terimlerin katsayıları toplanarak veya çıkarılarak değişkene katsayı olarak yazılır. Sabit terimlerin toplamı veya farkı da cebirsel ifadeye sabit terim olarak yazılır.

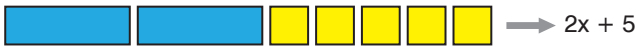
Örnek

Yukarıdaki mavi cebir karosu x değişkenini, sarı cebir karosu ise +1 sayısını temsil etmektedir.

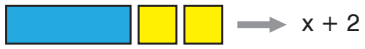
Buna göre $(2x + 5) + (x + 2)$ işlemini cebir karolarıyla modelleyerek yapalım.

Çözüm

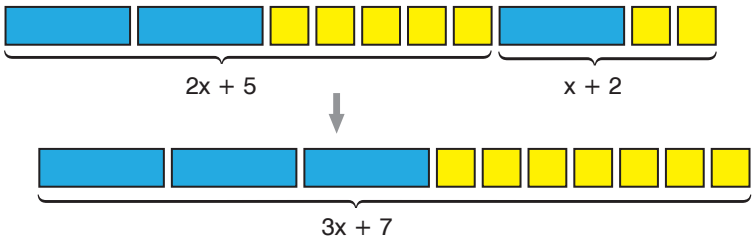
Önce $2x + 5$ cebirsel ifadesini cebir karolarıyla aşağıdaki gibi modelleyelim.



Sonra $x + 2$ cebirsel ifadesini cebir karolarıyla aşağıdaki gibi modelleyelim.



Son olarak iki modeldeki cebir karolarını aşağıdaki gibi bir araya getirelim. Toplamı belirten modeli elde edelim.



$$(2x + 5) + (x + 2) = (2x + x) + (5 + 2)$$
$$= 3x + 7$$

Örnek

Yukarıdaki mavi cebir karosu x değişkenini, sarı cebir karosu ise +1 sayısını temsil etmektedir.

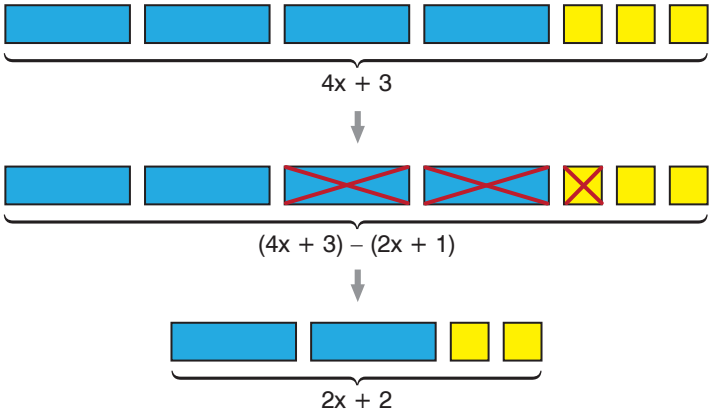
Buna göre $(4x + 3) - (2x + 1)$ işlemini cebir karolarıyla modelleyerek yapalım.

Çözüm

Önce $4x + 3$ cebirsel ifadesini cebir karolarıyla aşağıdaki gibi modelleyelim.

Sonra modeldeki $(2x + 1)$ cebirsel ifadesini belirten cebir karolarını aşağıdaki gibi işaretleyelim.

Son olarak işaretlediğimiz cebir karolarını modelden çıkararak çıkarma işlemini modelleyelim.



Örnek

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

a) $(3a - 2) + (5a + 4) = ?$

b) $(-2b - 1) + (7b + 1) = ?$

c) $(3 - 13x) + (-7 + 10x) = ?$

ç) $(-y - 2) + (y + 2) = ?$

d) $(17c - 10) - (5 + 4c) = ?$

e) $(2x - 4) - (-2x + 2) = ?$

f) $(e - 8) - (e - 5) = ?$

g) $(-3y - 5) - (y - 5) = ?$

Çözüm

Verilen işlemlerin sonuçlarını bulalım.

a) $(3a - 2) + (5a + 4) = (3a + 5a) + (-2 + 4)$

$= 8a + 2$

b) $(-2b - 1) + (7b + 1) = (-2b + 7b) + (-1 + 1)$

$= 5b$

c) $(3-13x)+(-7+10x)=(-13x+10x)+(3-7)$
$=-3x-4$

ç) $(-y-2)+(y+2)=(-y+y)+(-2+2)$
$=0$

d) $(17c-10)-(5+4c)=(17c-10)+(-5-4c)$
$=(17c-4c)+(-10-5)$
$=13c-15$

e) $(2x-4)-(-2x+2)=(2x-4)+(+2x-2)$
$=(2x+2x)+(-4-2)$
$=4x-6$

f) $(e-8)-(e-5)=(e-8)+(-e+5)$
$=(e-e)+(-8+5)$
$=-3$

g) $(-3y-5)-(y-5)=(-3y-5)+(-y+5)$
$=(-3y-y)+(-5+5)$
$=-4y$

Örnek

İngilizcesini geliştirmek isteyen Lale, geçen ay $(3x+7)$ ve bu ay $(2x-1)$ sayfa İngilizce kitap okumuştur.

x, sıfırdan büyük bir tam sayı olmak üzere Lale'nin iki ay boyunca okuduğu toplam sayfa sayısını belirten cebirsel ifadeyi yazalım.

Çözüm

Lale'nin iki ay boyunca okuduğu toplam sayfa sayısı bulunurken $(3x+7)$ ile $(2x-1)$ cebirsel ifadeleri toplanır.

$(3x+7)+(2x-1)=(3x+2x)+(7-1)$
$=5x+6$

Lale, İngilizcesini geliştirmek için iki ay boyunca toplam $(5x+6)$ sayfa İngilizce kitap okumuştur.

Örnek

$(-a+8)$ cebirsel ifadesinden $(-3a-8)$ cebirsel ifadesini çıkaralım.

Çözüm

$(-a+8)$ cebirsel ifadesinden $(-3a-8)$ cebirsel ifadesi çıkarılırken $(-a+8)-(-3a-8)$ işlemi yapılır.

$(-a+8)-(-3a-8)=(-a+8)+(+3a+8)$
$=(-a+3a)+(8+8)$
$=2a+16$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki işlemler ile bu işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde hangi cebirsel ifade açıkta kalır?

$(12x - 7) + (-10x + 9) =$	$x + 2$
$(-3x - 5) + (4x + 7) =$	$x + 4$
$(-21x - 4) - (-23x - 8) =$	$x + 6$
$(-7x + 8) - (-8x + 4) =$	$2x + 2$
	$2x + 4$

2. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $(-5a + 2) + (5a - 2) = ?$

b) $(10x - 3) + (-11x + 4) = ?$

c) $(-13h - 2) + (15h - 18) = ?$

ç) $(7y + 2) + (-3y - 2) = ?$

d) $(4a - 5) - (4a - 5) = ?$

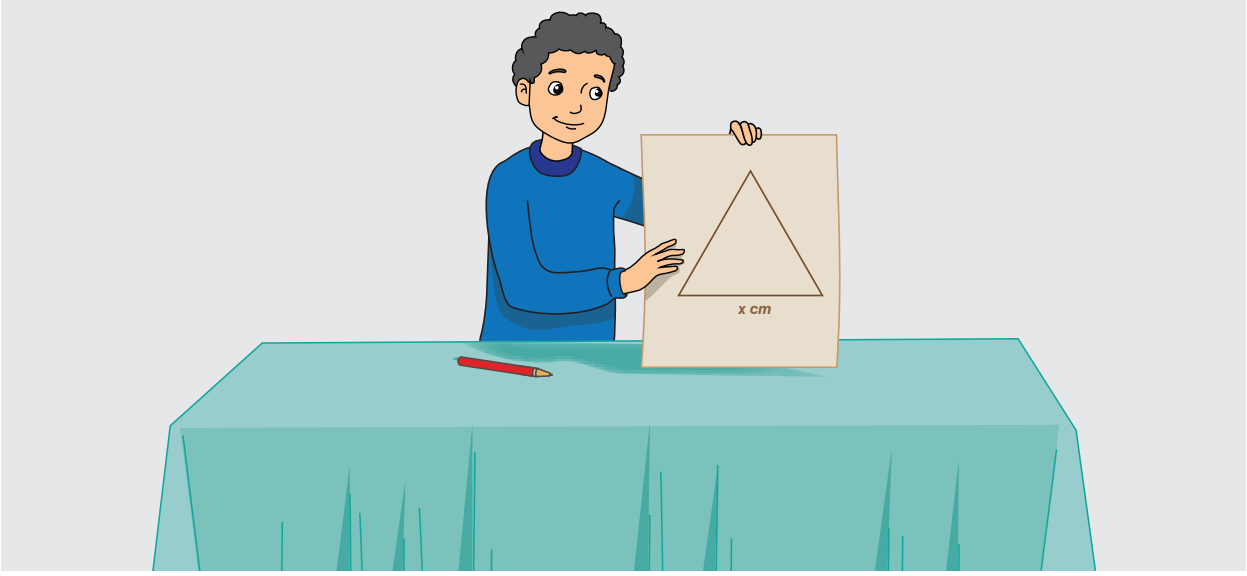
e) $(5x - 6) - (-5x + 6) = ?$

f) $(-2h - 4) - (5h - 3) = ?$

g) $(10y + 1) - (-11y - 13) = ?$

3. $(-c - 1) + (-c - 2) + (2c + 4)$ işleminin sonucunu bulunuz.

Bir Doğal Sayı ile Bir Cebirsel İfadeyi Çarpma



Cengiz, elindeki kartona bir kenar uzunluğu x cm olan eşkenar üçgen çiziyor. Kartona çizdiği eşkenar üçgenin çevre uzunluğunu hesaplamak isteyen Cengiz, bunun için eşkenar üçgenin kenar uzunluklarını topluyor.

Cengiz, kartona çizdiği eşkenar üçgenin çevre uzunluğunu kısa yoldan nasıl hesaplayabilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Doğal sayılarla çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliği vardır.

- $3 \cdot (2 + 5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5$
  $= 6 + 15$
  $= 21$
- $(1 + 4) \cdot 8 = 1 \cdot 8 + 4 \cdot 8$
  $= 8 + 32$
  $= 40$
- $7 \cdot (8 - 6) = 7 \cdot 8 - 7 \cdot 6$
  $= 56 - 42$
  $= 14$
- $(13 - 5) \cdot 2 = 13 \cdot 2 - 5 \cdot 2$
  $= 26 - 10$
  $= 16$

Bilgi Kutusu

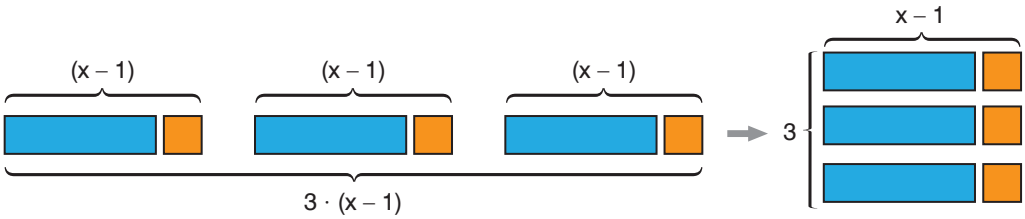
Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifade çarpılırken doğal sayı ile cebirsel ifadedeki her bir terim ayrı ayrı çarpılır.

Örnek

Yukarıdaki mavi cebir karosu x değişkenini, turuncu cebir karosu ise –1 sayısını temsil etmektedir. Buna göre $3 \cdot (x - 1)$ işlemini cebir karolarıyla modelleyerek yapalım.

Çözüm

$3 \cdot (x - 1)$ işlemi cebir karolarıyla modellenirken $(x - 1)$ cebirsel ifadesini belirten model üç kez oluşturulur ve modellerdeki cebir karoları bir araya getirilerek yeni bir model oluşturulur.



Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapalım.

a) $2 \cdot (x + 5) = ?$

b) $7 \cdot (-a + 3) = ?$

c) $4 \cdot (b - 4) = ?$

ç) $9 \cdot (-5y - 6) = ?$

d) $3 \cdot 2c = ?$

e) $(-2c - 1) \cdot 10 = ?$

f) $6 \cdot (-4y) = ?$

g) $(3e - 1) \cdot 5 = ?$

Çözüm

Verilen çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a) $2 \cdot (x + 5) = 2 \cdot x + 2 \cdot 5$
$= 2x + 10$

b) $7 \cdot (-a + 3) = 7 \cdot (-a) + 7 \cdot 3$
$= -7a + 21$

c) $4 \cdot (b - 4) = 4 \cdot b + 4 \cdot (-4)$
$= 4b - 16$

ç) $9 \cdot (-5y - 6) = 9 \cdot (-5y) + 9 \cdot (-6)$
$= -45y - 54$

d) $3 \cdot 2c = 6c$

e) $(-2c - 1) \cdot 10 = (-2c) \cdot 10 - 1 \cdot 10$
$= -20c - 10$

f) $6 \cdot (-4y) = -24y$

g) $(3e - 1) \cdot 5 = 3e \cdot 5 - 1 \cdot 5$
$= 15e - 5$

Örnek

Görseldeki Ferit Bey, yabancı dil kursuna gitmek amacıyla her gün $(5x - 6)$ km yol yürüyor.

x, 2'den büyük bir sayı olmak üzere Ferit Bey'in kursa gitmek için 1 hafta boyunca yürüdüğü mesafeyi km biriminden belirten cebirsel ifadeyi yazalım.

Çözüm

1 hafta 7 gündür. Buna göre Ferit Bey'in kursa gitmek amacıyla 1 hafta boyunca kaç km yol yürüdüğünü belirten cebirsel ifade yazılırken 7 sayısı ile $(5x - 6)$ cebirsel ifadesi çarpılır.

$$7 \cdot (5x - 6) = 7 \cdot 5x + 7 \cdot (-6)$$
$$= 35x - 42$$

Ferit Bey, kursa gitmek amacıyla 1 hafta boyunca $(35x - 42)$ km yol yürümüştür.

Örnek

Bir okulun öğrencileri 6 eş gruba ayrılmıştır. Her bir grup, görselde yer alan bölgeye $(10a - 20)$ adet fidan dikmiştir.

a, 2'den büyük bir doğal sayı olmak üzere öğrencilerin diktikleri fidan sayılarının toplamını belirten cebirsel ifadeyi yazalım.

Çözüm

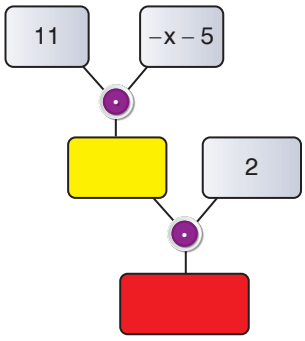
Öğrencilerin diktikleri fidan sayılarının toplamı bulunurken 6 sayısı ile $(10a - 20)$ cebirsel ifadesi çarpılır.

$$6 \cdot (10a - 20) = 6 \cdot 10a + 6 \cdot (-20)$$
$$= 60a - 120$$

Öğrenciler, bölgeye toplam $(60a - 120)$ adet fidan dikmişlerdir.

Örnek

Yandaki şemada belirtilen işlemleri yaparak sarı ve kırmızı kutucuklara yazılması gereken cebirsel ifadeleri belirleyelim.



Çözüm

Şemadaki sarı kutucuğa yazılması gereken cebirsel ifade bulunurken 11 sayısı ile $(-x - 5)$ cebirsel ifadesi çarpılır.

$$11 \cdot (-x - 5) = 11 \cdot (-x) + 11 \cdot (-5)$$
$$= -11x - 55$$

Şemadaki sarı kutucuğa $(-11x - 55)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

Şemadaki kırmızı kutucuğa yazılması gereken cebirsel ifade bulunurken $(-11x - 55)$ cebirsel ifadesi ile 2 sayısı çarpılır.

$$(-11x - 55) \cdot 2 = (-11x) \cdot 2 - 55 \cdot 2$$
$$= -22x - 110$$

Şemadaki kırmızı kutucuğa $(-22x - 110)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

Örnek

Sanat eserlerinin sergilendiği bir müzeye ziyaretçiler 3 farklı kapıdan sırayla alınmaktadır.

Her bir kapıdan $(15c + 21)$ ziyaretçi alındığına ve c, sıfırdan büyük bir tam sayı olduğuna göre müzeye alınan toplam ziyaretçi sayısını belirten cebirsel ifadeyi yazalım.

Vatikan Müzeleri (Roma)

Çözüm

3 farklı kapıdan alınan ziyaretçi sayısı bulunurken 3 sayısı ile $(15c + 21)$ cebirsel ifadesi çarpılır.

$$3 \cdot (15c + 21) = 3 \cdot 15c + 3 \cdot 21$$
$$= 45c + 63$$

3 farklı kapıdan toplam $(45c + 63)$ ziyaretçi alınmıştır.

Örnek

Yandaki tabloda bazı çarpma işlemleri verilmiştir. İşlemleri yaparak tablodaki renkli bölgelere yazılması gereken cebirsel ifadeleri belirleyelim.

Tablo: *İşlemler ve İşlemlerin Sonuçları*

İşlem	İşlem Sonucu
$13 \cdot (-d + 1) =$	$-13d + 13$
$8 \cdot (4y + 3) =$	
$12 \cdot (-3x - 2) =$	

Çözüm

Verilen işlemleri yaparak tablodaki renkli bölgelere yazılması gereken cebirsel ifadeleri belirleyelim.

$$8 \cdot (4y + 3) = 8 \cdot 4y + 8 \cdot 3 = 32y + 24$$

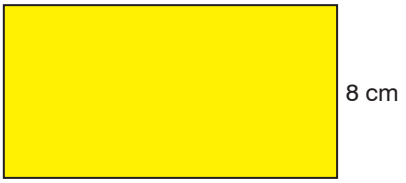
Tablodaki pembe bölgeye $(32y + 24)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

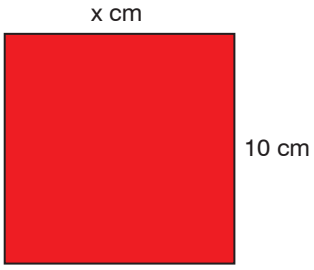
$$12 \cdot (-3x - 2) = 12 \cdot (-3x) + 12 \cdot (-2) = -36x - 24$$

Tablodaki yeşil bölgeye $(-36x - 24)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

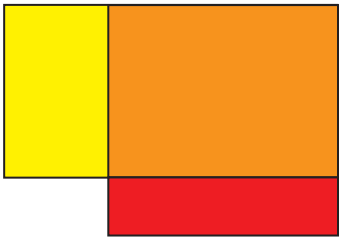
Örnek

Dikdörtgen şeklindeki iki yarı saydam plakanın bazı uzunlukları aşağıdaki görsellerde verilmiştir.





Şule, yarı saydam plakaları iki kenarı çakışacak biçimde yukarıdaki konumlarını değiştirmeden üst üste yerleştiriyor ve bu şekilde yandaki gibi sarı, kırmızı ve turuncu dikdörtgenler oluşuyor.



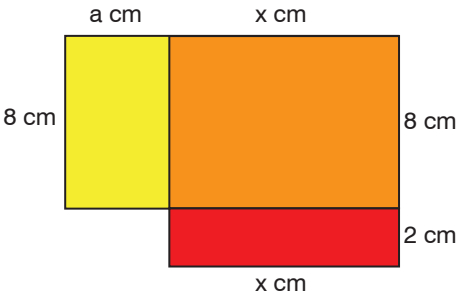
Son durumda sarı dikdörtgenin alanı kırmızı dikdörtgenin alanının 2 katına eşit oluyor.

Buna göre başlangıçtaki sarı plakanın çevre uzunluğunu belirten cebirsel ifadeyi yazalım.

Çözüm

Son durumda oluşan dikdörtgenlerle ilgili aşağıdaki bilgileri yazabiliriz.

- Sarı dikdörtgenin uzun kenar uzunluğu 8 cm'dir.
- Kırmızı dikdörtgenin kenar uzunlukları 2 cm ve x cm'dir.
- Turuncu dikdörtgenin kenar uzunlukları 8 cm ve x cm'dir.



Son durumda sarı dikdörtgenin kısa kenar uzunluğu a cm olsun. Sarı dikdörtgenin alanını, kırmızı dikdörtgenin alanının 2 katına eşitleyerek a'yı bulalım.

$8 \cdot a = 2 \cdot 2 \cdot x$

$8 \cdot a = 4 \cdot x$ olduğuna göre x, 2a'ya eşit olur.

$x = 2a$

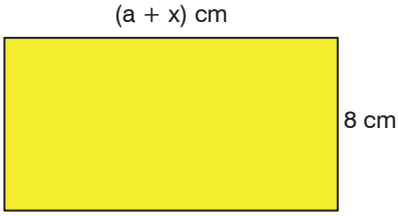
Bu durumda yarı saydam sarı plakanın uzun kenar uzunlukları toplamını bulalım.

Uzun kenar uzunlukları toplamı $= a + x + a + x$

$= 2a + 2x$

$= x + 2x$

$= 3x$ cm



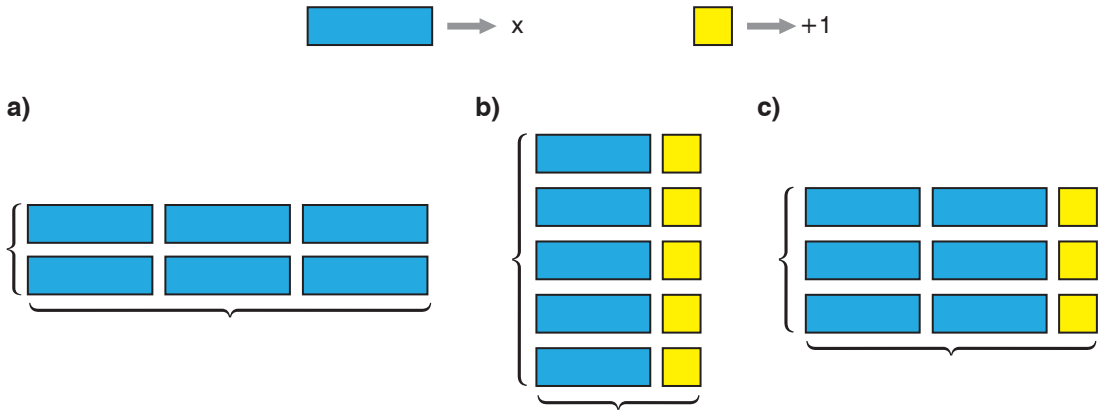
Şimdi sarı plakanın çevre uzunluğunu bulalım.

Çevre uzunluğu $= 3x + 8 + 8$

$= (3x + 16)$ cm

Alıştırmalar

1. Mavi cebir karosu x değişkenini, sarı cebir karosu +1 sayısını temsil etmek üzere aşağıda cebir karolarıyla modellenen çarpma işlemlerini yanlarındaki noktalı yerlere yazınız.



....

2. Aşağıda verilen işlemlerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

a) ☐ $7 \cdot (-k + 4) = -7k - 28$

b) ☐ $(x + 7) \cdot 15 = 15x + 105$

c) ☐ $18 \cdot (-b - 6) = -18b + 12$

ç) ☐ $40 \cdot (-y - 1) = 40y - 40$

d) ☐ $17 \cdot (c - 1) = 17c - 17$

e) ☐ $(-13a) \cdot 10 = -130a$

f) ☐ $20 \cdot (20d - 2) = 400d - 40$

g) ☐ $13 \cdot (m + 1) = 13m + 14$

3. Aşağıda verilen çarpma işlemlerini yapınız.

a) $18 \cdot (-k)$ **b)** $19 \cdot (-d + 2)$ **c)** $20 \cdot (8e)$ **ç)** $4 \cdot (n - 21)$

d) $(5 - 5p) \cdot 5$ **e)** $(10 - 10d) \cdot 7$ **f)** $(-2 - 7t) \cdot 8$ **g)** $(-5 + 3x) \cdot 30$

Sayı Örüntülerinin Kuralını Harfle İfade Etme ve İstenen Terimlerini Belirleme

Nermin Hanım, bahçesine çiçek dikmeye karar veriyor. Nermin Hanım; ilk sıraya 1, ikinci sıraya 3, üçüncü sıraya 5, dördüncü sıraya 7, beşinci sıraya 9 çiçek dikiyor.

Nermin Hanım'ın her bir sıraya diktiği çiçek sayılarının arasındaki ilişkiye dikkat ederek çiçek dikmeye devam etmesi durumunda dokuzuncu sıraya dikeceği çiçek sayısı nasıl bulunabilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Sayı örüntülerinde ardışık iki terim arasındaki ilişki aynıdır.

Örneğin 2, 5, 8, 11, 14, ... örüntüsündeki her bir sayı, kendisinden bir önceki sayının 3 fazlasına eşittir.

Bilgi Kutusu

Bir sayı örüntüsünün kuralında bulunan cebirsel ifadedeki harf, değişkeni belirtir.

Örneğin kuralı $6n - 5$ olarak belirtilen bir sayı örüntüsünde n yerine 1 yazılırsa sayı örüntüsünün 1. terimi, n yerine 8 yazılırsa sayı örüntüsünün 8. terimi bulunur. Bundan dolayı sayı örüntüsünün kuralını belirten cebirsel ifadedeki değişkenin yerine yazılacak pozitif tam sayı önemlidir.

Örnek

7 — 11 — 15 — 19 — 23 — 27 — ...

Yukarıda verilen sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade edelim.

Çözüm

Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı 7'dir. Örüntüde sayılar dörder artarak devam etmektedir. Buna göre sayı örüntüsünün kuralı harfle ifade edilirken n terim sayısı olmak üzere önce 4n yazılır. Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı bulunurken n yerine 1 yazılır. 4n cebirsel ifadesindeki n yerine 1 yazılırsa ifadenin değeri $4 \cdot 1 = 4$ olur. Ancak sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı 7'dir. $4 + 3 = 7$ olduğundan 4n ifadesine 3 eklenir. Verilen sayı örüntüsünün kuralı harfli ifade ile $(4n + 3)$ olarak yazılır.

Örnek

Aşağıda verilen sayı örüntülerinin kurallarını harfle ifade edelim.

a) 3, 5, 7, 9, 11, ...

b) 100, 90, 80, 70, 60, ...

c) −8, −5, −2, 1, 4, ...

ç) −4, −10, −16, −22, −28, ...

d) 20, 25, 30, 35, 40, ...

e) 6, 5, 4, 3, 2, ...

Çözüm

a)

3, 5, 7, 9, 11, ...

Sayı örüntüsündeki sayılar ikişer artarak devam etmektedir. Önce 2n cebirsel ifadesi yazılır.

$n = 1$ için $2n = 2 \cdot 1 = 2$ bulunur. Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı 3'tür.

$2 + 1 = 3$ olduğundan örüntünün kuralı $(2n + 1)$ olarak yazılır.

b)

100, 90, 80, 70, 60, ...

Sayı örüntüsündeki sayılar onar azalarak devam etmektedir. Önce $-10n$ cebirsel ifadesi yazılır.

$n = 1$ için $-10n = -10 \cdot 1 = -10$ bulunur. Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı 100'dür.

$-10 + 110 = 100$ olduğundan örüntünün kuralı $(-10n + 110)$ olarak yazılır.

c)

−8, −5, −2, 1, 4, ...

Sayı örüntüsündeki sayılar üçer artarak devam etmektedir. Önce 3n cebirsel ifadesi yazılır.

$n = 1$ için $3n = 3 \cdot 1 = 3$ bulunur. Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı −8'dir.

$3 - 11 = -8$ olduğundan örüntünün kuralı $(3n - 11)$ olarak yazılır.

ç)

−4, −10, −16, −22, −28, ...

Sayı örüntüsündeki sayılar altışar azalarak devam etmektedir. Önce $-6n$ cebirsel ifadesi yazılır.

$n = 1$ için $-6n = -6 \cdot 1 = -6$ bulunur. Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı −4'tür.

$-6 + 2 = -4$ olduğundan örüntünün kuralı $(-6n + 2)$ olarak yazılır.

d)

20, 25, 30, 35, 40, ...

Sayı örüntüsündeki sayılar beşer artarak devam etmektedir. Önce 5n cebirsel ifadesi yazılır.

$n = 1$ için $5n = 5 \cdot 1 = 5$ bulunur. Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı 20'dir.

$5 + 15 = 20$ olduğundan örüntünün kuralı $(5n + 15)$ olarak yazılır.

e)

6, 5, 4, 3, 2, ...

Sayı örüntüsündeki sayılar birer azalarak devam etmektedir. Önce $-1n = -n$ cebirsel ifadesi yazılır.

$n = 1$ için $-n = -1$ bulunur. Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı 6'dır.

$-1 + 7 = 6$ olduğundan örüntünün kuralı $(-n + 7)$ olarak yazılır.

Örnek

17 10 3 −4 ▲ ■ ...

Yukarıdaki sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade edelim. Sayı örüntüsündeki ▲ ve ■ yerine yazılması gereken sayıları bulalım.

Çözüm

Sayı örüntüsündeki sayılar yedişer azalarak devam etmektedir. Önce $-7n$ cebirsel ifadesi yazılır.

$n = 1$ için, $-7n = -7 \cdot 1 = -7$ bulunur. Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı 17'dir.

$-7 + 24 = 17$ olduğundan örüntünün kuralı $(-7n + 24)$ olarak yazılır.

Sayı örüntüsünün 5. terimindeki sayı ▲, 6. terimindeki sayı ■ olarak belirtilmiş. Bundan dolayı $(-7n + 24)$ ifadesindeki n yerine 5 yazarak ▲, 6 yazarak ■ yerine yazılması gereken sayıyı bulalım.

$n = 5$ için $-7n + 24 = -7 \cdot 5 + 24 = -35 + 24 = -11$ bulunur.

$n = 6$ için $-7n + 24 = -7 \cdot 6 + 24 = -42 + 24 = -18$ bulunur.

Sayı örüntüsündeki ▲ yerine -11, ■ yerine -18 yazılmalıdır.

Örnek

−40 −29 −18 −7 4 15 ...

Yukarıdaki sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade edelim ve 20. terimindeki sayıyı bulalım.

Çözüm

Sayı örüntüsündeki her bir sayı, bir önceki sayıdan 11 fazladır. Önce $11n$ cebirsel ifadesi yazılır.

$n = 1$ için $11n = 11 \cdot 1 = 11$ bulunur. Sayı örüntüsünün ilk terimindeki sayı -40'tır.

$11 - 51 = -40$ olduğundan örüntünün kuralı $(11n - 51)$ olarak yazılır.

Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayı bulunurken $(11n - 51)$ cebirsel ifadesindeki n yerine 20 yazılır.

$n = 20$ için $11n - 51 = 11 \cdot 20 - 51$

$= 220 - 51$

$= 169$

Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayı 169'dur.

Örnek

Büşra, ülkesinin tarihini konu alan bir filmi izlemek için görseldeki sinemaya gidiyor. Büşra; filmi izlemek için gişedeki personelden,

- birinci gün 100,
- ikinci gün 310,
- üçüncü gün 520,
- dördüncü gün 730,
- beşinci gün 940 izleyicinin geldiğini öğreniyor.

Filmi izlemeye gelen izleyici sayıları ile bir sayı örüntüsü oluşturabileceğini fark eden Büşra, sayıların arasındaki ilişkinin devam etmesi durumunda filmi izlemek için onuncu gün kaç izleyicinin geleceğini merak ediyor.

Buna göre filmi izlemek için onuncu gün kaç izleyicinin geleceğini belirleyerek Büşra'ya yardımcı olalım.

Çözüm

Filmi izlemeye gelen günlük izleyici sayıları ile aşağıdaki sayı örüntüsü oluşturulabilir.

100 310 520 730 940 ...

Filmi izlemeye gelen izleyicilerin günlere göre sayılarını belirten aşağıdaki tabloyu oluşturalım.

Tablo: *Filmi İzlemeye Gelen İzleyicilerin Günlere Göre Sayıları*

Gün Sayısı	1	2	3	4	5	...	n
İzleyici Sayısı	100	310	520	730	940	...	...
İlişki	$210 \cdot 1 - 110$	$210 \cdot 2 - 110$	$210 \cdot 3 - 110$	$210 \cdot 4 - 110$	$210 \cdot 5 - 110$	...	$210 \cdot n - 110$

Tabloya göre sayı örüntüsünün kuralı harfli ifade ile $(210n - 110)$ olarak yazılır. Sayı örüntüsüne göre filmi onuncu gün izlemeye gelen izleyici sayısı bulunurken $(210n - 110)$ cebirsel ifadesindeki n yerine 10 yazılır.

$n = 10$ için $210n - 110 = 210 \cdot 10 - 110$

$= 2100 - 110$

$= 1990$

Sayı örüntüsüne göre sinemaya filmi izlemek için onuncu gün 1990 izleyici gelir.

e-içerik

Örnek

n terim sayısı olmak üzere kuralı $(-6n + 96)$ harfli ifadesi olarak verilen bir sayı örüntüsünün ilk dört terimini yazalım. Bu sayı örüntüsünün 10 ve 20. terimlerindeki sayıların toplamını bulalım.

Çözüm

Sayı örüntüsünün ilk dört terimindeki sayıları belirleyelim.

$n = 1$ için $(-6n + 96) = -6 \cdot 1 + 96 = -6 + 96 = 90$,

$n = 2$ için $(-6n + 96) = -6 \cdot 2 + 96 = -12 + 96 = 84$,

$n = 3$ için $(-6n + 96) = -6 \cdot 3 + 96 = -18 + 96 = 78$,

$n = 4$ için $(-6n + 96) = -6 \cdot 4 + 96 = -24 + 96 = 72$ bulunur.

Sayı örüntüsünün 10 ve 20. terimlerindeki sayıları belirleyelim.

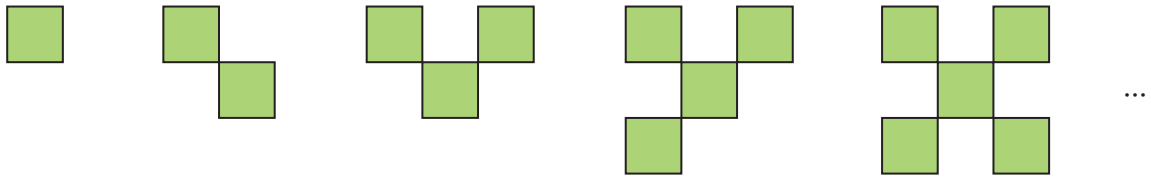
$n = 10$ için $(-6n + 96) = -6 \cdot 10 + 96 = -60 + 96 = 36$,

$n = 20$ için $(-6n + 96) = -6 \cdot 20 + 96 = -120 + 96 = -24$ bulunur.

Sayı örüntüsünün 10 ve 20. terimlerindeki sayıların toplamı $36 + (-24) = 12$ bulunur.

Örnek

Aşağıda bir şekil örüntüsü oluşturulmuştur.



1. adım 2. adım 3. adım 4. adım 5. adım

Şekil örüntüsünün her bir adımındaki kare sayısı ile toplam kenar sayısının arasındaki ilişkiyi belirten cebirsel ifadeyi yazalım.

Çözüm

Şekil örüntüsündeki kare sayılarının ve toplam kenar sayılarının arasındaki ilişkiyi belirten aşağıdaki tabloyu oluşturalım.

Tablo: *Şekil Örüntüsündeki Kare Sayıları ile Toplam Kenar Sayıları Arasındaki İlişki*

Adım Sayısı	1	2	3	4	5	...	n
Kare Sayısı	1	2	3	4	5	...	n
Toplam Kenar Sayısı	4	8	12	16	20	...	...
İlişki	$4 \cdot 1$	$4 \cdot 2$	$4 \cdot 3$	$4 \cdot 4$	$4 \cdot 5$	...	$4 \cdot n$

Tabloya göre n adım sayısı olmak üzere şekil örüntüsünün her bir adımındaki kare sayısı n olur. Kare sayısı ile toplam kenar sayısının arasındaki ilişkiyi belirten cebirsel ifade 4n olarak yazılır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayı örüntülerinin kurallarını harfle ifade ediniz.

a) −50, −45, −40, −35, −30, ...

b) 20, 29, 38, 47, 56, ...

c) −17, −28, −39, −50, −61, ...

ç) 100, 80, 60, 40, 20, ...

d) 13, 13, 13, 13, 13, ...

e) 4, 0, −4, −8, −12, ...

f) −100, −50, 0, 50, 100, ...

g) −32, −52, −72, −92, −112, ...

2.

Yukarıda verilen sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade ediniz. Sayı örüntüsündeki ▲ ve ■ yerine yazılması gereken sayılara göre ▲ − ■ işleminin sonucunu bulunuz.

3. Aşağıdaki şekil örüntüsü eşkenar üçgenler kullanılarak oluşturulmuştur.

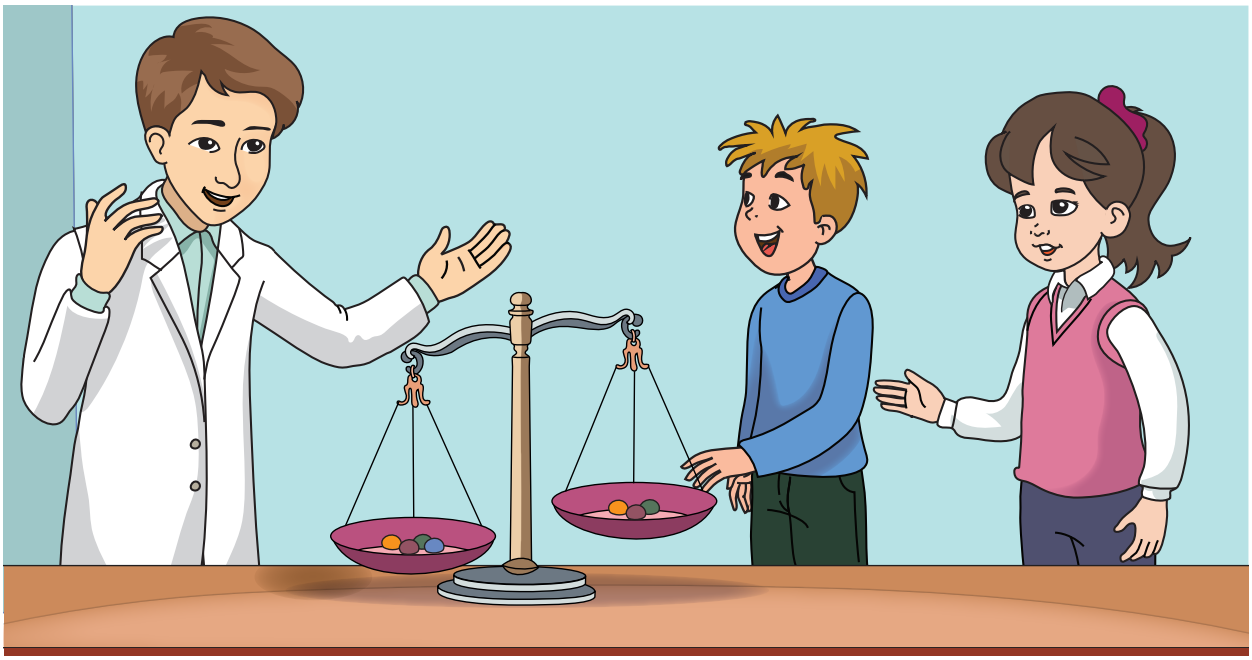
1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

a) Şekil örüntüsünün her bir adımı ile o adımdaki eşkenar üçgen sayısı arasındaki ilişkiyi belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

b) Şekil örüntüsünün her bir adımı ile o adımdaki şeklin çevresindeki toplam kenar sayısı arasındaki ilişkiyi belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

EŞİTLİK VE DENKLEM

Eşitliğin Korunumu



Adnan Öğretmen, öğrencileriyle fen ve teknoloji laboratuvarında bir deney yapıyor. Bu deneyde aynı renkteki cisimler özdeş olmak üzere bu cisimleri eşit kollu terazide tartıyor. Adnan Öğretmen'in deneyde kullandığı eşit kollu terazi görseldeki gibi denge durumunda değildir. Adnan Öğretmen, bu teraziyi denge durumuna getirmek istiyor.

Buna göre Adnan Öğretmen nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.

Etkinlik

Araç Gereç: Eşit kollu terazi; 5 kg'lık, 1 kg'lık, 500 g'lık ve 250 g'lık kütleler

- Eşit kollu terazinin sağ kefesine 1 adet 5 kg'lık, sol kefesine 2 adet 500 g'lık, 3 adet 1 kg'lık kütle koyunuz.
- Eşit kollu terazi dengede midir? Değil ise teraziyi denge durumuna getirebilmek için neler yapılmalıdır? Arkadaşlarınızla tartışınız.
- Eşit kollu terazinin sağ kefesindeki 5 kg'lık kütlenin yanına 1 adet 1 kg'lık kütle koyunuz.
- Son durumda eşit kollu terazi denge durumunda oldu mu?
- Eşit kollu terazi dengede değil ise terazinin dengede olması için terazinin sol kefesine kaç adet 250 g'lık kütle konulmalıdır? Nedenini açıklayınız.
- Eşit kollu teraziyi denge durumuna getirmek için kullandığınız yöntemleri arkadaşlarınızla paylaşınız.

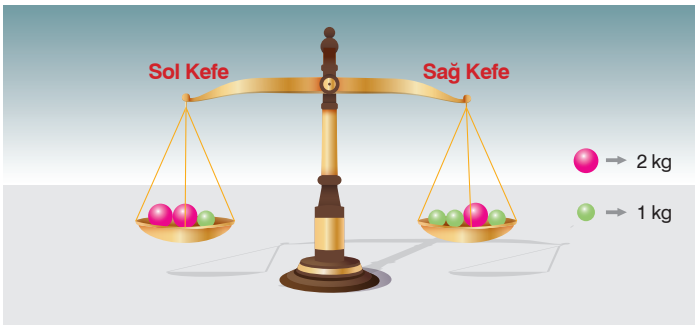
Bilgi Kutusu

Bir eşitliğin

- her iki tarafı, aynı tam sayı ile toplanırsa veya her iki tarafından aynı tam sayı çıkarılırsa
- her iki tarafı, aynı tam sayı ile çarpılırsa veya 0 (sıfır) hariç aynı tam sayıya bölünürse eşitlik korunur.

Örnek

Görselde verilen terazi dengededir.



Her bir pembe cismin kütlesi 2 kg, yeşil cismin kütlesi 1 kg'dır. Görselde verilenlere göre

a) Terazide modellenen eşitliği yazınız.

b) Terazinin her iki kefesine,

- birer adet daha pembe,
- birer adet daha yeşil cisim konulduğunda denge durumunun değişip değişmeyeceğini inceleyiniz.

c) Terazinin her iki kefesinden,

- birer adet pembe,
- birer adet yeşil cisim alındığında denge durumunun değişip değişmeyeceğini inceleyiniz.

Çözüm

a) Terazinin sol kefesinde 2 adet pembe, 1 adet yeşil; sağ kefesinde 1 adet pembe, 3 adet yeşil cisim vardır. Pembe cisimler ikişer kilogram, yeşil cisimler birer kilogramdır. Buna göre terazide modellenen eşitliği yazalım.

Sol Kefe **Sağ Kefe**

$$2 + 2 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1$$

$$5 = 5$$

b) Terazinin her iki kefesine birer adet daha pembe cisim konulduğunda terazinin her iki kefesindeki kütleler ikişer kg artar.

Sol Kefe **Sağ Kefe**

$$5 + 2 = 5 + 2$$

$$7 = 7$$

Terazi son durumda da dengede olur.

Terazinin her iki kefesine birer adet daha yeşil cisim konulduğunda terazinin her iki kefesindeki kütleler birer kg artar.

Sol Kefe **Sağ Kefe**

$$5 + 1 = 5 + 1$$

$$6 = 6$$

Terazi son durumda da dengede olur.

c) Terazinin her iki kefesinden birer adet pembe cisim alındığında terazinin her iki kefesindeki kütleler ikişer kg azalır.

Sol Kefe		Sağ Kefe
$5 - 2$	$=$	$5 - 2$
3	$=$	3

Terazi son durumda da dengede olur.

Terazinin her iki kefesinden birer adet yeşil cisim alındığında terazinin her iki kefesindeki kütleler birer kg azalır.

Sol Kefe		Sağ Kefe
$5 - 1$	$=$	$5 - 1$
4	$=$	4

Terazi son durumda da dengede olur.

Örnek

$$-6 + 2 = 7 - 11$$

Kutucukta verilen eşitliğin

a) her iki tarafına 5 sayısının eklenmesi,

b) her iki tarafından 3 sayısının çıkarılması,

c) her iki tarafının (-7) sayısı ile çarpılması,

ç) her iki tarafının 2 sayısına bölünmesi

durumlarında eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını belirleyelim.

Çözüm

Önce eşitlikteki işlemleri yapalım.

$$-6 + 2 = 7 - 11$$

$$-4 = -4$$

a) Eşitliğin her iki tarafına 5 sayısını ekleyelim.

$$-4 = -4$$

$$-4 + 5 = -4 + 5$$

$$1 = 1$$

Eşitliğin her iki tarafına 5 sayısının eklenmesi durumunda da eşitlik sağlandı.

b) Eşitliğin her iki tarafından 3 sayısını çıkaralım.

$$\begin{aligned} -4 &= -4 \\ -4-3 &= -4-3 \\ -7 &= -7 \end{aligned}$$

Eşitliğin her iki tarafından 3 sayısının çıkarılması durumunda da eşitlik sağlandı.

c) Eşitliğin her iki tarafını (-7) sayısı ile çarpalım.

$$\begin{aligned} -4 &= -4 \\ (-7)\cdot(-4) &= (-4)\cdot(-7) \\ 28 &= 28 \end{aligned}$$

Eşitliğin her iki tarafının (-7) sayısı ile çarpılması durumunda da eşitlik sağlandı.

ç) Eşitliğin her iki tarafını 2 sayısına bölelim.

$$\begin{aligned} -4 &= -4 \\ \frac{-4}{2} &= \frac{-4}{2} \\ -2 &= -2 \end{aligned}$$

Eşitliğin her iki tarafının 2 sayısına bölünmesi durumunda da eşitlik sağlandı.

Örnek

$$2\cdot(8-1) = 3^2 + \blacksquare$$

Yukarıdaki kutucukta bir eşitlik verilmiştir. Buna göre eşitlikteki ■ yerine yazılması gereken sayıyı bulalım.

Çözüm

Önce eşitliğin sol tarafındaki işlemi yapalım ve sağ tarafındaki 3^2 ifadesinin değerini yerine yazalım.

$$\begin{aligned} 2\cdot(8-1) &= 3^2 + \blacksquare \\ 2\cdot 7 &= 3\cdot 3 + \blacksquare \\ 14 &= 9 + \blacksquare \end{aligned}$$

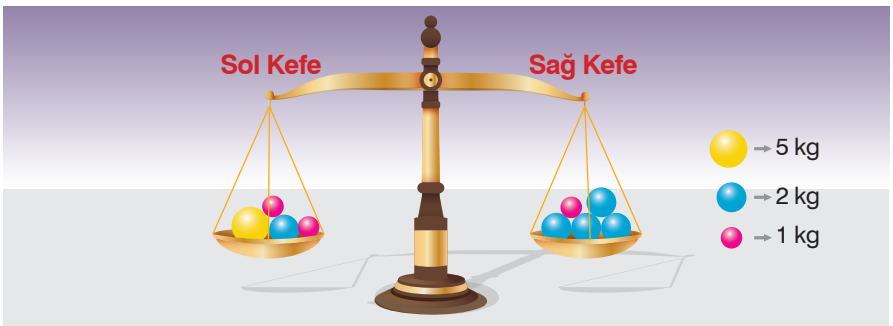
Son durumdaki eşitliğin her iki tarafından 9 sayısını çıkaralım.

$$\begin{aligned} 14-9 &= \cancel{9} + \blacksquare - \cancel{9} \\ 5 &= \blacksquare \end{aligned}$$

Buna göre eşitlikteki ■ yerine 5 sayısı yazılmalıdır.

Alıştırmalar

1.



Görselde verilen denge durumundaki terazinin sol kefesinde iki adet pembe, birer adet sarı ve mavi cisim; sağ kefesinde ise dört adet mavi, bir adet pembe cisim vardır. Aynı renkte olan cisimler kendi aralarında özdeştir. Her bir sarı cismin kütlesi 5 kg, mavi cismin kütlesi 2 kg, pembe cismin kütlesi 1 kg'dır. Görselde verilenlere göre

a) Terazide modellenen eşitliği yazınız.

b) Terazinin her iki kefesine,

- birer adet sarı, ikişer adet pembe,
- dörder adet mavi cisim konulduğunda denge durumunun değişip değişmeyeceğini inceleyiniz.

c) Terazinin her iki kefesinden,

- birer adet mavi,
- birer adet pembe cisim alındığında denge durumunun değişip değişmeyeceğini inceleyiniz.

2. Aşağıda verilen eşitliklerdeki boş kutucuklara yazılması gereken sayıları belirleyiniz.

a) $29 - (-3) = 5^2 + \square$

b) $6 + (-3) = \square - 5$

c) $13 \cdot 2 = 3^3 - \square$

ç) $\square : 2 = 10 - 4$

d) $21 - \square = 4^2 + 3$

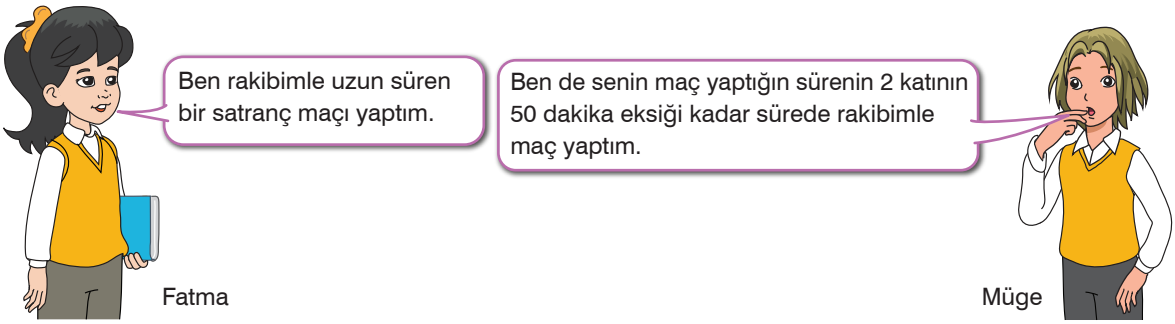
e) $10 : 2 - 1 = -3 + \square$

f) $17 + 3 = \square - 10^2$

g) $\square + 19 = 7 \cdot 4$

3. $\square - 3 = \triangle + 4$ eşitliğindeki $\triangle$ yerine bir rakam yazılıyor. Buna göre $\square$ yerine en çok kaç yazılır?

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemi Tanıma ve Kurma



Müge rakibiyle 70 dakika süren bir satranç maçı yapmıştır. Fatma ile Müge'nin ifadelerine göre Fatma'nın rakibi ile yaptığı maç süresi hesaplanırken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade belirlenirken bilinmeyenin yerine bir harf yazılır.

Bilgi Kutusu

Bilinmeyen içeren eşitliklere **denklem** denir. Denklemde bir adet değişken varsa ve değişkenin kuvveti 1 ise bu denklemlere **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler** denir.

Örneğin $x - 7 = 4$ ve $3 - 2a = 1$ denklemleri birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerdir.

Bilgi Kutusu

Gerçek hayat durumlarına uygun bir denklem yazılırken

- Önce bilinmeyenin yerine bir harf belirlenir.
- Sonra ifadede bilinmeyenin;
  - fazlası deniyorsa toplama,
  - eksiği deniyorsa çıkarma,
  - katı deniyorsa çarpma,
  - oranı veya bölümü deniyorsa bölme işlemi yapılır ve denklem elde edilir.

Örnek

Yandaki kutucukta verilen birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdeki değişkeni ve değişkenin katsayısını belirleyelim.

$-3x + 8 = 11$

Çözüm

$-3x + 8 = 11$ denkleminde bulunan x değişkendir. Değişken olan x ile çarpılan -3 sayısı ise değişkenin katsayısıdır.

Örnek

Türkiye'de yapılan görseldeki dans etkinliğine katılan Rus dansçı sayısının 2 katının 20 eksiği 40'tır. Buna göre etkinliğe katılan Rus dansçı sayısını bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

Çözüm

Etkinliğe katılan Rus dansçı sayısı a olsun.

Rus dansçı sayısının 2 katı 2a olur.

Rus dansçı sayısının 2 katının 20 eksiği 2a – 20 olur.

Rus dansçı sayısının 2 katının 20 eksiği 40 ise Rus dansçı sayısını (a) bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

$$2a - 20 = 40$$

Örnek

Yandaki görselde, karate turnuvasına hazırlanan Esma isimli bir sporcu yer almaktadır. Esma'nın günlük yaptığı antrenman süresinin (saat) 3 katının 4 saat fazlası 25 saattir.

Buna göre Esma'nın günlük yaptığı antrenman süresini bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

Çözüm

Esma'nın bir günde yaptığı antrenman süresi e saat olsun. Antrenman süresinin 3 katı 3e saat olur. Antrenman süresinin 3 katının 4 saat fazlası 3e + 4 saat olur. Esma'nın bir günde yaptığı antrenman süresinin 3 katının 4 fazlası 25 saat ise antrenman süresini bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

$$3e + 4 = 25$$

Örnek

Kezban Hanım'ın evine gelen misafirlere ikram ettiği çikolata sayısının 2 fazlasının 3 katı 66'dır.

Buna göre Kezban Hanım'ın misafirlerine ikram ettiği çikolata sayısını bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

Çözüm

Kezban Hanım'ın misafirlerine ikram ettiği çikolata sayısı d olsun.

Çikolata sayısının 2 fazlası $d + 2$ olur.

Çikolata sayısının 2 fazlasının 3 katı $3 \cdot (d + 2)$ olur.

e-içerik

Kezban Hanım'ın misafirlerine ikram ettiği çikolata sayısının 2 fazlasının 3 katı 66 ise çikolata sayısını bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

$$3 \cdot (d + 2) = 66$$

Örnek

Bir sayının 5 katının 20 eksiği, sayının 4 katına eşittir. Buna göre bu sayıyı bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

Çözüm

Sayımız x olsun. Sayının 5 katı 5x, 5 katının 20 eksiği $5x - 20$ olur. Sayımızın 4 katı ise 4x olur. Buna göre sayımızı bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

$$5x - 20 = 4x$$

Örnek

Büşra Hanım ile Tuna Bey, Sevgi Evlerindeki çocuklara hediyeler dağıtıyorlar. Büşra Hanım'ın dağıttığı hediye sayısı, Tuna Bey'in dağıttığı hediye sayısının 3 katından 18 eksiktir.

Aynı zamanda Büşra Hanım'ın dağıttığı hediye sayısı, Tuna Bey'in dağıttığı hediye sayısından 12 fazla olduğuna göre Tuna Bey'in çocuklara dağıttığı hediye sayısını bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

Çözüm

Tuna Bey'in çocuklara dağıttığı hediye sayısı y olsun. Büşra Hanım'ın çocuklara dağıttığı hediye sayısı $3y - 18$ olur. Aynı zamanda Büşra Hanım'ın dağıttığı hediye sayısı, Tuna Bey'in dağıttığı hediye sayısından 12 fazla ise $y + 12$ olur. Buna göre Tuna Bey'in çocuklara dağıttığı hediye sayısını bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım.

$$3y - 18 = y + 12$$

Alıştırmalar

1. Emre her gün kumbarasına para atıyor. Emre'nin son durumda kumbarasında TL biriminde bulunan para miktarının 5 katının 40 TL fazlası 440 TL'ye eşittir.

Buna göre son durumda Emre'nin kumbarasında bulunan para miktarı e TL olmak üzere e'yi bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazınız.

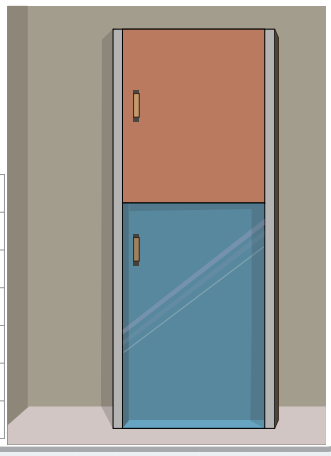
2. İlker Bey, evinden çıkıp eski bir arkadaşını evinde ziyaret ediyor. İlker Bey'in gittiği mesafenin 20 km eksiğinin 2 katı 120 km'dir.

Buna göre İlker Bey'in evinden çıkarak arkadaşının evine kadar gittiği mesafe x km olmak üzere bu mesafeyi bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazınız.

3. Esra'nın gezdiği müze sayısının 5 fazlasının 3 katı 48'dir.

Buna göre Esra'nın gezdiği müze sayısı m olmak üzere müze sayısını bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazınız.

4. Yanda boyu 160 cm uzunluğunda olan bir dolap verilmiştir. Dolabın cam kapağının boyu, tahta kapağın boyundan 20 cm daha fazladır. Tahta kapağın boyu x cm olmak üzere tahta kapağın boyunu bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazınız.



Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Çözümü

Okulunun hentbol takımının kalecisi olan Özlem'in son maçında yediği gol sayısının 2 katının 12 eksiği 38'dir. Buna göre Özlem'in son maçında yediği gol sayısı bulunurken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Bir denklemi sağlayan bilinmeyenin değerine **denklemin kökü**, bu değeri bulma işlemine **denklemi çözme** denir.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözülürken bilinmeyen, eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır. Bilinmeyeni yalnız bırakmak için aşağıdakiler yapılabilir.

- Eşitliğin iki tarafı aynı tam sayı ile toplanabilir.
- Eşitliğin iki tarafından aynı tam sayı çıkarılabilir.
- Eşitliğin iki tarafı aynı tam sayı ile çarpılabilir veya 0 (sıfır) hariç aynı tam sayıya bölünebilir.

Örnek

$x + 8 = -15 + 9$ denklemini çözelim.

Çözüm

$x + 8 = -15 + 9$ (Eşitliğin sağ tarafındaki işlemi yapalım.)

$x + 8 = -6$

$x + 8 - 8 = -6 - 8$ (Eşitliğin her iki tarafından 8 çıkaralım.)

$x = -14$

Örnek

$3x - 5 = 4$	$2 \cdot (x - 5) = 12$	$3x - 7 = x + 17$	$5 \cdot (x - 4) = 4x - 2$

Yukarıdaki kutucuklarda verilen denklemleri çözelim.

Çözüm

$$3x - 5 = 4$$

$$3x - 5 = 4$$

$$3x - 5 + 5 = 4 + 5$$ (Eşitliğin her iki tarafına 5 ekleyelim.)

$$3x = 9$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 3'e bölelim.)

$$x = 3$$

$$2 \cdot (x - 5) = 12$$

$$2 \cdot (x - 5) = 12$$

$$\frac{2 \cdot (x - 5)}{2} = \frac{12}{2}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 2'ye bölelim.)

$$x - 5 = 6$$

$$x - 5 + 5 = 6 + 5$$ (Eşitliğin her iki tarafına 5 ekleyelim.)

$$x = 11$$

$$3x - 7 = x + 17$$

$$3x - 7 = x + 17$$

$$3x - 7 + 7 = x + 17 + 7$$ (Eşitliğin her iki tarafına 7 ekleyelim.)

$$3x = x + 24$$

$$3x - x = x + 24 - x$$ (Eşitliğin her iki tarafından x çıkaralım.)

$$2x = 24$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 2'ye bölelim.)

$$x = 12$$

$$5 \cdot (x - 4) = 4x - 2$$

$$5 \cdot (x - 4) = 4x - 2$$

$$5 \cdot (x - 4) = 4x - 2$$ (Eşitliğin sol tarafında, çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğini uygulayalım.)

$$5 \cdot x + 5 \cdot (-4) = 4x - 2$$

$$5x - 20 = 4x - 2$$

$$5x - 20 + 20 = 4x - 2 + 20$$ (Eşitliğin her iki tarafına 20 ekleyelim.)

$$5x = 4x + 18$$

$$5x - 4x = 4x + 18 - 4x$$ (Eşitliğin her iki tarafından 4x çıkaralım.)

$$x = 18$$

Örnek

$5x - (-2) = -28$ denklemini çözelim.

Çözüm

$$5x - (-2) = -28$$

$$5x + 2 = -28$$

$$5x + 2 - 2 = -28 - 2$$ (Eşitliğin her iki tarafından 2 çıkaralım.)

$$5x = -30$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{-30}{5}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 5'e bölelim.)

$$x = -6$$

Örnek

Dilan Hanım'ın beslediği köpek sayısının 7 fazlasının 4 katı 84'tür.

Buna göre Dilan Hanım'ın beslediği köpek sayısını bulalım.

Çözüm

Dilan Hanım'ın beslediği köpek sayısı d olsun.

Köpek sayısının 7 fazlasının 4 katı $4 \cdot (d + 7)$ olur.

Buna göre Dilan Hanım'ın beslediği köpek sayısını bulmaya yönelik birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi yazalım ve çözelim.

$$4 \cdot (d + 7) = 84$$

$$4 \cdot (d + 7) = 84$$ (Eşitliğin sol tarafında, çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini uygulayalım.)

$$4 \cdot d + 4 \cdot 7 = 84$$

$$4d + 28 = 84$$

$$4d + 28 - 28 = 84 - 28$$ (Eşitliğin her iki tarafından 28 çıkaralım.)

$$4d = 56$$

$$\frac{4d}{4} = \frac{56}{4}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 4'e bölelim.)

$$d = 14$$

Dilan Hanım 14 köpeği beslemektedir.

Örnek

I	II
$7 \cdot (x - 5) = 21$	$3x + a = 30$

Yukarıdaki kutucuklarda verilen denklemler çözüldüğünde bulunan x değerleri eşit oluyor. Buna göre II numaralı kutucukta verilen denklemdeki a değerini bulalım.

Çözüm

Önce I numaralı kutucuktaki denklemi çözerek x değerini bulalım.

$$7 \cdot (x - 5) = 21$$

$$\frac{7 \cdot (x - 5)}{7} = \frac{21}{7}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 7'ye bölelim.)

$$x - 5 = 3$$

$$x - 5 + 5 = 3 + 5$$ (Eşitliğin her iki tarafına 5 ekleyelim.)

$$x = 8$$

Bulduğumuz x değerini II numaralı kutucukta verilen denklemde yerine yazarak yeni bir denklem elde edelim.

$$3x + a = 30$$

$$3 \cdot 8 + a = 30$$

$$24 + a = 30$$

$24 + a = 30$ denklemini çözerek a değerini bulalım.

$$24 + a = 30$$

$$24 + a - 24 = 30 - 24$$ (Eşitliğin her iki tarafından 24 çıkaralım.)

$$a = 6$$

Örnek

Barış, boş kumbarasına her gün eşit miktarda para atıyor. 5 gün sonra Barış'ın kumbarasında 55 TL birikiyor.

Buna göre Barış'ın kumbarasına her gün attığı para miktarını bulalım.

Çözüm

Barış'ın her gün kumbarasına attığı para miktarı b TL olsun. 5 gün sonra, Barış'ın başlangıçta boş olan kumbarasında $5 \cdot b$ TL para birikir. 5 gün sonra Barış, kumbarasında 55 TL biriktirdiğine göre $5 \cdot b$ ifadesini 55'e eşitleyelim. Oluşturduğumuz denklemi çözerek b değerini bulalım.

$$5 \cdot b = 55$$

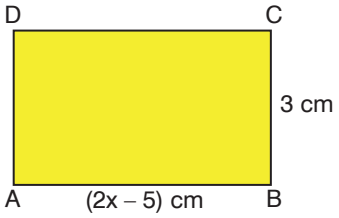
$$\frac{5 \cdot b}{5} = \frac{55}{5}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 5'e bölelim.)

$$b = 11$$

Barış, kumbarasına her gün 11 TL atmaktadır.

Örnek

Yandaki ABCD dikdörtgeninde $|AB| = (2x - 5)$ cm ve $|BC| = 3$ cm'dir. ABCD dikdörtgeninin alanı 15 cm^2 olduğuna göre x değerini bulalım.



Çözüm

ABCD dikdörtgeninin alanı, birer kısa ve uzun kenar uzunluklarının çarpımına eşittir.

$$\text{Alan} = |BC| \cdot |AB|$$

$$\text{Alan} = 3 \cdot (2x - 5) = 15$$

$3 \cdot (2x - 5) = 15$ denklemini çözelim ve x değerini bulalım.

$3 \cdot (2x - 5) = 15$ (Denklemi yazalım.)

$\frac{3 \cdot (2x - 5)}{3} = \frac{15}{3}$ (Eşitliğin her iki tarafını 3'e bölelim.)

$2x - 5 = 5$

$2x - 5 + 5 = 5 + 5$ (Eşitliğin her iki tarafına 5 ekleyelim.)

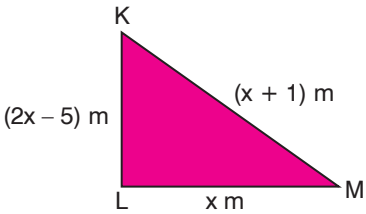
$2x = 10$

$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$ (Eşitliğin her iki tarafını 2'ye bölelim.)

$x = 5$

Örnek

Yandaki KLM üçgeninde, $|KL| = (2x - 5)$ m, $|LM| = x$ m, $|KM| = (x + 1)$ m'dir. KLM üçgeninin çevre uzunluğu 12 m olduğuna göre x değerini bulalım.



Çözüm

KLM üçgeninin çevre uzunluğu, kenar uzunluklarının toplamına eşittir.

$$\text{Çevre uzunluğu} = |KL| + |LM| + |KM|$$

$$\text{Çevre uzunluğu} = (2x - 5) + x + (x + 1) = 12$$

$(2x - 5) + x + (x + 1) = 12$ denklemini çözelim ve x değerini bulalım.

$(2x - 5) + x + (x + 1) = 12$ (Denklemi yazalım.)

$4x - 4 = 12$

$4x - 4 + 4 = 12 + 4$ (Eşitliğin her iki tarafına 4 ekleyelim.)

$4x = 16$

$\frac{4x}{4} = \frac{16}{4}$ (Eşitliğin her iki tarafını 4'e bölelim.)

$x = 4$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki denklemlerde bilinmeyenlerin değerlerini bulunuz.

a) $-11a = -99$

b) $20a = 1220$

c) $6b - 20 = 4$

ç) $-b + 28 = 3b$

d) $-9 \cdot (c - 5) = -27$

e) $13 \cdot (c + 1) = 130$

f) $10 \cdot (x + 1) = 0$

g) $-2 \cdot (13 + x) = -2$

2. Aşağıdaki denklemler ile bu denklemler çözüldüğünde elde edilen x değerleri eşleştirildiğinde hangi x değeri açıkta kalır?

$2 \cdot (x - 5) = -2$	$x = -2$
$7x - 10 = x + 8$	$x = -1$
$3x - 11 = -8$	$x = 1$
$6 \cdot (x - 3) = 5x - 20$	$x = 3$
	$x = 4$

3. Bir göçmen kuşun göç ederken uçtuğu km biriminde mesafenin 3 katının 100 km eksiği 4100 km'dir. Buna göre göçmen kuş göç ederken kaç km uçmuştur?

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler

Dilek ile Doruk, atletizm yarışlarına hazırlanıyorlar. Doruk, Dilek'in antrenmanda koştuğu tur sayısının 3 katının 14 eksiği kadar tur koşuyor. İkisi birlikte toplam 26 tur koşuyor.

Buna göre Dilek'in antrenmanda koştuğu tur sayısı bulunurken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Problem

Fırıncı Salim Bey, ihtiyacı olanlara ekmek dağıtmaktadır. Salim Bey'in bugün dağıttığı ekmek sayısı, dün dağıttığı ekmek sayısının 5 katının 20 eksiğine eşittir. Salim Bey, bu iki gün boyunca toplam 226 ekmek dağıttığına göre dün kaç ekmek dağıtmıştır?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde, Salim Bey'in dün ve bugün dağıttığı ekmek sayılarının arasındaki ilişki ve iki gün boyunca dağıttığı ekmek sayılarının toplamı belirtilmiştir. Bizden, Salim Bey'in dün kaç ekmek dağıttığını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Salim Bey'in dün ve bugün dağıttığı ekmek sayıları arasındaki ilişkiden ve iki gün boyunca dağıttığı ekmek sayılarının toplamından yararlanarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem yazmalıyız. Yazdığımız denklemi çözerek Salim Bey'in dün dağıttığı ekmek sayısını bulmalıyız.

Problemi Çözelim

Salim Bey'in dün dağıttığı ekmek sayısı x olsun.

Bugün dağıttığı ekmek sayısı $5x - 20$ olur. Salim Bey'in iki gün boyunca dağıttığı ekmek sayılarının toplamını 226'ya eşitleyerek birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem yazalım ve yazdığımız denklemi çözelim.

$$x + 5x - 20 = 226$$ (Eşitliğin sol tarafındaki bilinmeyenleri toplayalım.)

$$6x - 20 = 226$$

$$6x - 20 + 20 = 226 + 20$$ (Eşitliğin her iki tarafına 20 ekleyelim.)

$$6x = 246$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{246}{6}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 6'ya bölelim.)

$$x = 41$$

Salim Bey, dün 41 ekmek dağıtmıştır.

Çözümü Kontrol Edelim

Salim Bey, dün 41 ekmek dağıtmıştır. Buna göre önce Salim Bey'in bugün dağıttığı ekmek sayısını, sonra iki gün boyunca dağıttığı ekmek sayılarının toplamını bulalım. Toplam 226 olmalıdır.

Salim Bey'in bugün dağıttığı ekmek sayısı bulunurken $(5x - 20)$ cebirsel ifadesindeki x yerine 41 yazılır.

$$5x - 20 \rightarrow 5 \cdot 41 - 20 = 205 - 20 = 185$$

Salim Bey bugün 185 ekmek dağıtmıştır. Buna göre Salim Bey iki gün boyunca toplam $41 + 185 = 226$ ekmek dağıtmıştır.

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Gürkan, bir deneme sınavında soruların yarısını doğru cevaplıyor. Kalan soruları ise süreyi iyi ayarlayamadığı için boş bırakıyor. Deneme sınavında doğru cevaplanan her soru için 5 puan veriliyor. Boş bırakılan sorular için puan verilmiyor.

Gürkan, deneme sınavından 100 puan aldığına göre kaç soruyu boş bırakmıştır?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde, Gürkan'ın deneme sınavında doğru cevapladığı soru sayısı, cevaplanan her doğru cevap için verilen puan ve Gürkan'ın deneme sınavından aldığı puan ile ilgili bilgiler verilmiştir. Bizden Gürkan'ın deneme sınavında boş bıraktığı soru sayısını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Gürkan'ın deneme sınavından aldığı puandan yararlanarak doğru cevapladığı soru sayısını bulmalıyız. Gürkan, soruların yarısını doğru cevapladığına göre diğer yarısını boş bırakmıştır. Buna göre Gürkan'ın deneme sınavında boş bıraktığı soru sayısını bulmalıyız.

Problemi Çözelim

Gürkan'ın doğru cevapladığı soru sayısı x olsun. Deneme sınavında doğru cevaplanan her soru için 5 puan verildiğine göre Gürkan, deneme sınavından 5x puan alır. 5x cebirsel ifadesini 100'e eşitleyerek birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem yazalım ve yazdığımız denklemi çözelim.

$$5x = 100$$

$$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = \frac{100}{5} \qquad \text{(Eşitliğin her iki tarafını 5'e bölelim.)}$$

$$x = 20$$

Gürkan, deneme sınavında 20 soruyu doğru cevaplamıştır. Soruların yarısını doğru cevapladığına göre deneme sınavında $2 \cdot 20 = 40$ soru sorulmuştur.

Gürkan, deneme sınavında sorulan 40 sorunun 20'sini doğru cevaplamıştır. Buna göre kalan $40 - 20 = 20$ soruyu boş bırakmıştır.

Çözümü Kontrol Edelim

Gürkan, deneme sınavında sorulan 40 sorudan 20'sini boş bırakmıştır. Buna göre önce Gürkan'ın doğru cevapladığı soru sayısını sonra deneme sınavından aldığı puanı bulmalıyız. Bulduğumuz puan 100 olmalıdır.

Gürkan deneme sınavında sorulan sorulardan $40 - 20 = 20$'sini doğru cevaplamıştır. Buna göre Gürkan'ın deneme sınavından aldığı puanı bulalım.

$5 \cdot 20 = 100$ puan

Çözümümüz doğrudur.

Alıştırmalar

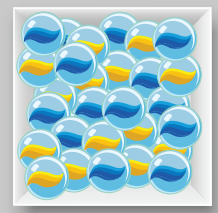
1. Görseldeki gibi bir atölyede her ay, bir önceki ay üretilen sandalye sayısının 50 fazlası kadar sandalye üretiliyor. Atölyede, üç ay boyunca toplam 285 sandalye üretildiğine göre ilk ay kaç sandalye üretilmiştir?

2. Bir davete katılan Bülent Bey, bir önceki davette tokalaştığı kişi sayısının 2 katının 15 eksiği kadar kişi ile tokalaşmıştır. Bülent Bey, bu davette 85 kişi ile tokalaştığına göre bir önceki davette kaç kişi ile tokalaşmıştır?

3. Bir sınıftaki 27 öğrenci sıralara üçerli oturduğunda 4 sıra boş kalıyor. Buna göre öğrenciler sıralara ikişerli oturduklarında kaç öğrenci ayakta kalır?

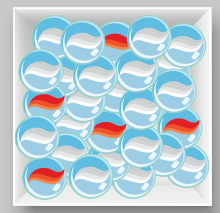
4. Yandaki kutuların içlerindeki bilye sayıları altlarında yazılmıştır. 2. kutuya 2 adet daha beyaz bilye atıldığında kutulardaki bilye sayıları eşit oluyor. Buna göre 1. kutuda kaç adet mavi bilye vardır?

1. Kutu



$(3x - 1)$ adet mavi
$(2x + 6)$ adet sarı

2. Kutu



$(x + 3)$ adet kırmızı
$(3x + 7)$ adet beyaz

1. Yandaki kutucuklarda verilen cebirsel ifadelere göre aşağıda istenenleri yapınız.

A: $3x - 7$	B: $-2x + 4$
C: $5 - 4x$	D: $-x - 6$
E: $-2 + 5x$	F: $x + 4$

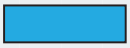
a) A ile C kutucuklarındaki cebirsel ifadeleri toplayınız.

b) B kutucuğundaki cebirsel ifadeden F kutucuğundaki cebirsel ifadeyi çıkarınız.

c) D kutucuğundaki cebirsel ifadeyi 8 ile çarpınız.

ç) A, E ve F kutucuklarındaki cebirsel ifadeleri toplayınız.

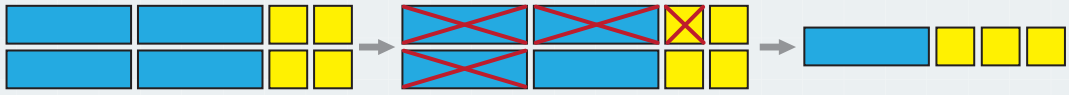
d) B kutucuğundaki cebirsel ifadeyi 2 ile çarpınız.

2.  → x ve → +1 olmak üzere cebir karolarıyla aşağıda modellenen işlemleri noktalı yerlere yazınız.

a)

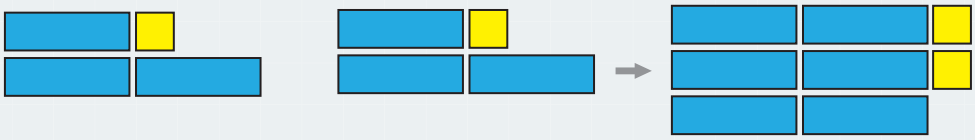
..... + ... = ...

b)



..... – ..... = ...

c)



..... + ... = ...

3. Defne, defterine yazdığı sayı örüntüsünün kuralını 5n – 3 olarak harfle ifade ediyor. n terim sayısı olmak üzere Defne'nin defterine yazdığı sayı örüntüsünün 100. terimi kaçtır?

A) 102 B) 497 C) 503 D) 530

4. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $3a - 7 + 5 - 3a$

b) $(13y - 6) - (-13y - 6)$

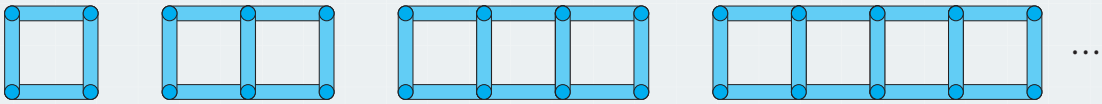
c) $3 \cdot (c - 6)$

ç) $(2x - 5) - (x + 4)$

d) $2k + 3 + 7 - k$

e) $2 \cdot (-3d)$

5. Öğrenciler geometri çubuklarıyla aşağıdaki örüntüyü oluşturuyorlar.



1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

Öğrencilerin oluşturduğu örüntüye göre aşağıdakilerden hangisi söylenemez?

A) 7. adımda 22 geometri çubuğu kullanır.

B) Her bir adımda bir önceki adımda kullanılan geometri çubuğu sayısından 3 fazla sayıda geometri çubuğu bulunur.

C) 11. adımda 32 geometri çubuğu kullanılır.

D) 6. ve 2. adımlarda kullanılan geometri çubuğu sayılarının toplamı 26'dır.

6. Görselde yer alan Ufuk;

- ilk ay 100,
- ikinci ay 105,
- üçüncü ay 110,
- dördüncü ay 115,
- beşinci ay 120 İspanyolca kelime öğreniyor.

Ufuk'un her ay öğrendiği İspanyolca kelime sayıları ile bir sayı örüntüsü oluşturunuz. Oluşturduğunuz sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade ediniz.

7. Aşağıda verilen sayı örüntülerinin kurallarını harfle ifade ediniz.

a) 20, 26, 32, 38, 44, ...

b) −28, −26, −24, −22, −20, ...

c) −19, −6, 7, 20, 33, ...

ç) −50, −25, 0, 25, 50, ...

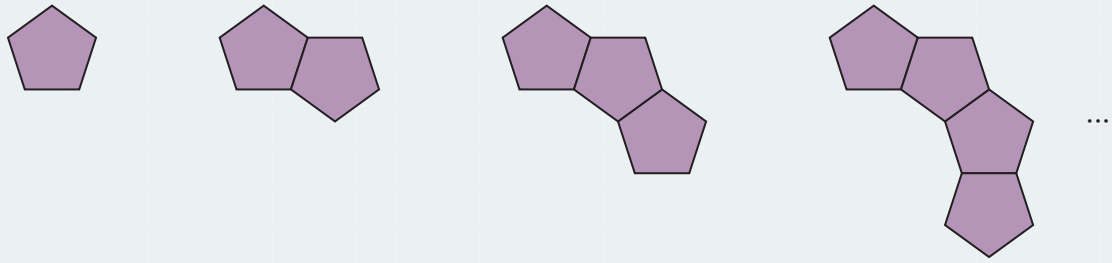
d) −20, −15, −10, −5, 0, ...

e) −40, −37, −34, −31, −28, ...

f) 51, 34, 17, 0, −17, ...

g) 18, 12, 6, 0, −6, ...

8. Aşağıda eş beşgenler kullanılarak bir şekil örüntüsü oluşturulmuştur.



1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

Şekil örüntüsünün her bir adımındaki beşgen sayısı ile şeklin çevresindeki kenar sayısının arasındaki ilişkiyi belirten cebirsel ifadeyi bir tablo oluşturarak belirleyiniz.

Belirlediğiniz ilişkiye göre şekil örüntüsünün 25. adımındaki şeklin çevresindeki kenar sayısını bulunuz.

9. Metin ile Sevil'in yandaki ifadelerinde belirttiği işlemleri eşitleyerek bir denklem oluşturunuz. Oluşturduğunuz denkleme göre Sevil'in ifadesinde belirttiği, bilinmeyen sayıyı bulunuz.

10. Murat, her gün bir önceki gün çözdüğü soru sayısının 10 fazlası kadar soru çözüyor. Murat, üç gün boyunca toplam 240 soru çözüyor. Buna göre Murat ilk gün kaç soru çözmüştür?

A) 60 B) 65

C) 70 D) 80

11. Aşağıda verilen gerçek hayat durumları ile bunlara karşılık gelen birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler eşleştirildiğinde hangi denklem açıkta kalır?

Leman'ın kalemlerinin sayısının 2 katının 4 eksiği 20'dir.	$2 \cdot (x - 4) = 20$
Bir tezgâhtaki balık sayısının 4 eksiğinin 2 katı 20'dir.	$2 \cdot (2x + 4) = 20$
Bir sınıftaki silgi sayısının 2 katının 4 fazlası 20'dir.	$2 \cdot (x + 4) = 20$
Bir odadaki telefon sayısının 4 fazlasının 2 katı 20'dir.	$2x - 4 = 20$
	$2x + 4 = 20$

12. Aşağıda verilen denklemleri çözerek x değerlerini bulunuz.

a) $3 \cdot (x - 7) = 2x + 16$

b) $-7 \cdot 4x = 2x - 30$

c) $5x - 15 = 105$

ç) $4x + 16 = 40$

d) $5 \cdot (x - 4) = 6x + 2$

e) $7x - 6 = 3x + 10$

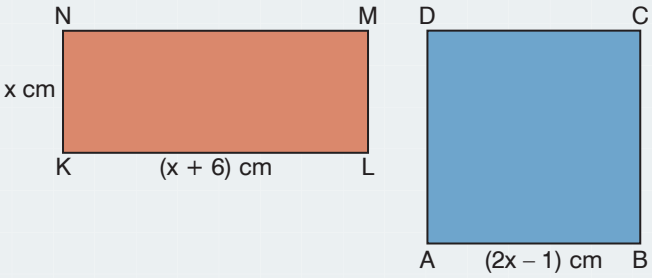
f) $13x - 9 = -x + 47$

g) $-x - 6 = -2x - 17$

13. Yandaki KLMN dikdörtgeni ile ABCD karesinin çevre uzunlukları eşittir.

$|KN| = x$ cm, $|KL| = (x + 6)$ cm ve

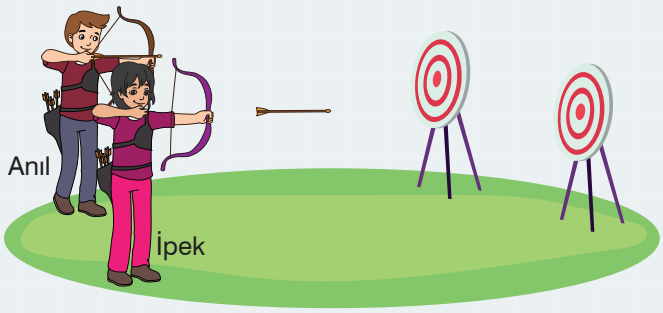
$|AB| = (2x - 1)$ cm olduğuna göre x kaçtır?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 8

14. Anıl ile İpek, hedef tahtasına sırayla ok atıyorlar. Anıl'ın hedefe isabet ettirdiği ok sayısı, İpek'in hedefe isabet ettirdiği ok sayısının 3 eksiğinin 4 katıdır.

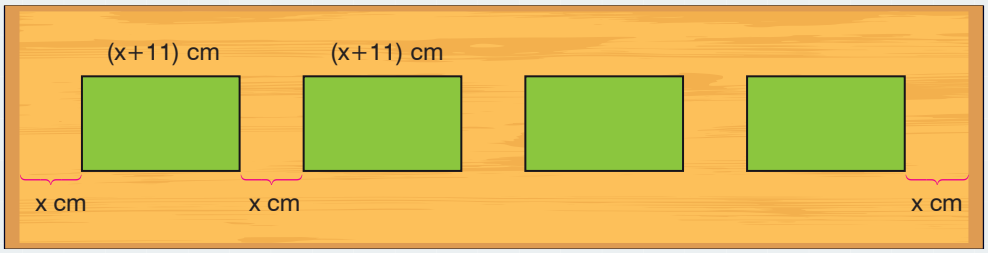
Anıl'ın attığı 20 ok, hedefe isabet ettiğine göre İpek'in attığı kaç ok, hedefe isabet etmiştir?



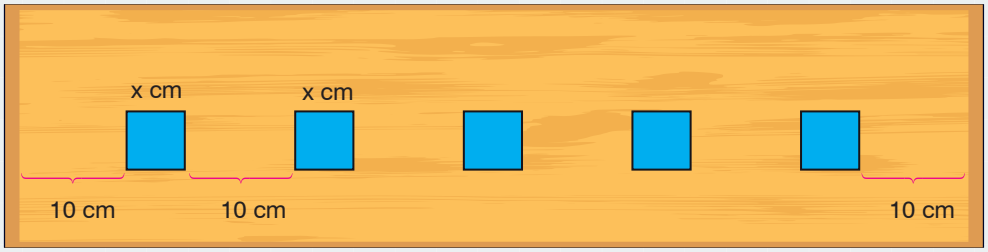
A) 4 B) 5
C) 6 D) 8

15. Meltem, mavi kartonu keserek eş kareler, yeşil kartonu keserek eş dikdörtgenler elde ediyor ve bu şekilleri sınıfındaki iki eş sıranın üst yüzüne görsellerdeki gibi diziyor.

1. Sıra



2. Sıra



Eş kareler ve eş dikdörtgenler ile ilgili aşağıdakiler biliniyor.

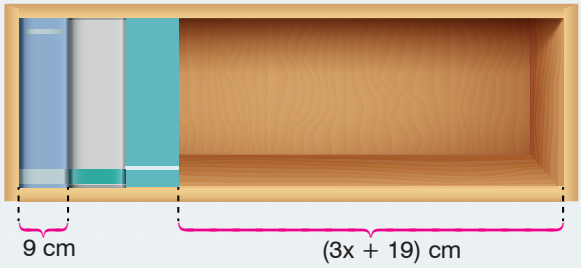
- Eş karelerin bir kenar uzunluğu x cm, eş dikdörtgenlerin uzun kenar uzunluğu (x + 11) cm'dir.
- Ardışık iki yeşil dikdörtgen arasındaki mesafe eşittir ve x cm'dir.
- İlk ve son yeşil dikdörtgenler ile 1. sıranın üst yüzünün kısa kenarları arasındaki mesafe x cm'dir.
- Ardışık iki mavi kare arasındaki mesafeler eşittir ve 10 cm'dir.
- İlk ve son mavi kareler ile 2. sıranın üst yüzünün kısa kenarları arasındaki mesafe 10 cm'dir.

Buna göre sıralardan birinin üst yüzünün uzun kenarı kaç cm'dir?

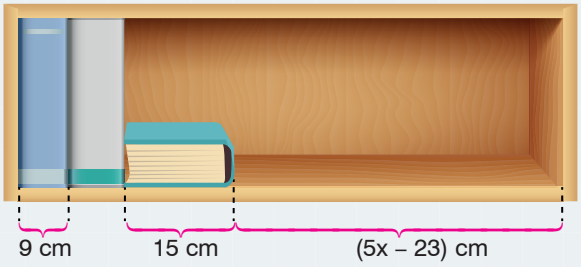
A) 65 B) 70 C) 75 D) 80

16. Erman, odasındaki kitaplığının bir rafına kalınlığı 9 cm olan eş büyüklükteki 3 kitabı 1. görseldeki gibi diziyor. En sağdaki kitap yatay yerleştirildiğinde ise 2. görsel oluşuyor.

1. Görsel



2. Görsel



Görsellerde verilenlere göre kitaplığın bir rafının uzunluğu kaç cm'dir?

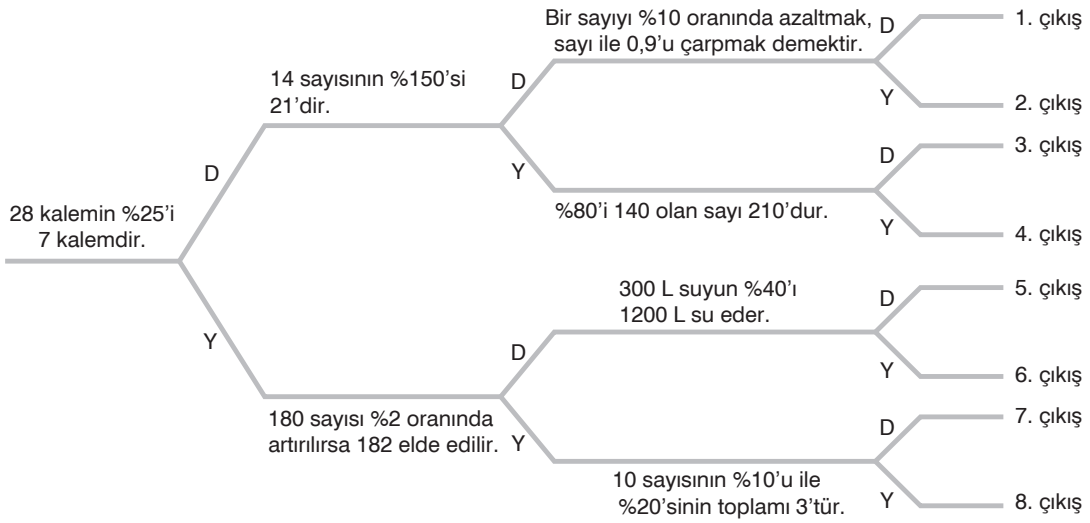
A) 90 B) 100 C) 108 D) 118

Ek Sorular

4. ÜNİTE

Tablo: *Geçen Gün Sayılarına Göre Fırat Bey'in Sattığı Ekmek Sayıları*

Geçen Gün Sayısı	1	2	3	4	5
Satılan Ekmek Sayısı	200	400	600	800	1000



Ünite Tanıtım

- **Oran ve Orantı**
- **Yüzdeler**

EBA İçeriği

Terimler veya Kavramlar

orantı, doğru orantı, ters orantı

Semboller

$a : b$, $\frac{a}{b}$, a / b, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, %

ORAN VE ORANTI

Oran

Beden eğitimi öğretmenliği yapan Çağdaş Bey, öğrencilerine voleybol oynatıyor. Voleybol oynayan 12 öğrencinin 5'i erkektir.

Buna göre voleybol oynayan kız öğrenci sayısının erkek öğrenci sayısına bölümü nasıl bulunabilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

- İki çokluğun bölme işlemi yapılarak karşılaştırılmasına **oran** denir.
- a'nın b'ye oranı $a:b$, $\frac{a}{b}$ veya a / b olarak gösterilebilir.

Bilgi Kutusu

Oranda, çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değer belirlenebilir.

Örnek

Sedef Hanım, manavdan 3 kg mandalina alıyor ve aldığı mandalinalar için 24 TL ödüyor. Sedef Hanım'ın 1 kg mandalina alması durumunda kaç TL ödeyeceğini oran yardımıyla bulalım.

Çözüm

Sedef Hanım'ın 1 kg mandalina alması durumunda ödeyeceği parayı orandan yararlanarak bulalım.

$\frac{24\,TL}{3\,kg}$ bir orandır. Oranın pay ve paydasını 3'e bölelim.

$$\frac{24\,TL:3}{3\,kg:3} = \frac{8\,TL}{1\,kg}$$

Buna göre Sedef Hanım 1 kg mandalina aldığında 8 TL öder.

Örnek

1 porsiyon köfte yapılırken kullanılan malzemeler yanda verilmiştir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayalım.

a) 2 porsiyon köfte yapılırken kaç adet soğan kullanılır?

b) 4 porsiyon köfte yapılırken kaç kg kıyma kullanılır?

c) 3 porsiyon köfte yapılırken kaç çay kaşığı kimyon kullanılır?

ç) 8 porsiyon köfte yapılırken kaç yemek kaşığı galeta unu kullanılır?

1 Porsiyon Köfte Yapılırken Kullanılan Malzemeler

- 1 adet soğan
- Yarım demet maydanoz
- 500 g kıyma
- 1 adet yumurta
- 1 çay kaşığı zeytinyağı
- 1 çay kaşığı kimyon
- 1 çay kaşığı karabiber
- 1,5 yemek kaşığı galeta unu

Çözüm

Verilen soruları orandan yararlanarak cevaplayalım.

a) 1 porsiyon köfte yapılırken 1 adet soğan kullanılıyor.

$\frac{1}{1} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 2} = \frac{2}{2}$ bulunur. Buna göre 2 porsiyon köfte yapılırken 2 adet soğan kullanılır.

b) 1 porsiyon köfte yapılırken 500 g kıyma kullanılıyor.

$\frac{1}{500} = \frac{1 \cdot 4}{500 \cdot 4} = \frac{4}{2000}$ bulunur. Buna göre 4 porsiyon köfte yapılırken 2000 g = 2 kg kıyma kullanılır.

c) 1 porsiyon köfte yapılırken 1 çay kaşığı kimyon kullanılıyor.

$\frac{1}{1} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 3} = \frac{3}{3}$ bulunur. Buna göre 3 porsiyon köfte yapılırken 3 çay kaşığı kimyon kullanılır.

ç) 1 porsiyon köfte yapılırken 1,5 yemek kaşığı galeta unu kullanılıyor.

$\frac{1}{1,5} = \frac{1 \cdot 8}{1,5 \cdot 8} = \frac{8}{12}$ bulunur. Buna göre 8 porsiyon köfte yapılırken 12 yemek kaşığı galeta unu kullanılır.

Örnek

Dilek 1 günde, telefonuna yüklediği bir uygulamaya en fazla 4 kez giriyor. Buna göre Dilek'in 7 günde, telefonuna yüklediği bu uygulamaya en fazla kaç kez gireceğini bulalım.

Çözüm

$$\frac{1 \text{ gün}}{4 \text{ kez}} = \frac{1 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{7 \text{ gün}}{28 \text{ kez}}$$

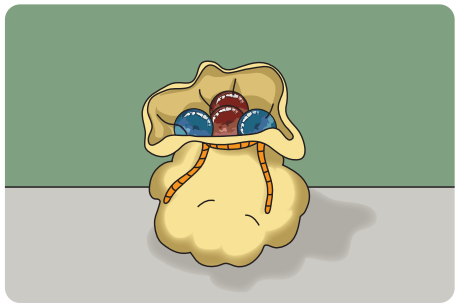
Belirlediğimiz orana göre Dilek, telefonuna yüklediği bir uygulamaya 7 günde en fazla 28 kez girer.

Bilgi Kutusu

Birbirlerine oranı verilen iki çokluktan biri verildiğinde diğeri bulunabilir.

Örnek

Görseldeki torbanın içinde kırmızı ve mavi bilyeler vardır. Torbadaki kırmızı bilyelerin sayısının mavi bilyelerin sayısına oranı $\frac{2}{5}$'tir. Torbada 18 kırmızı bilye olduğuna göre kaç mavi bilye olduğunu bulalım.



Çözüm

$$\frac{\text{Kırmızı bilyelerin sayısı}}{\text{Mavi bilyelerin sayısı}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{18}{\text{Mavi bilyelerin sayısı}} = \frac{2}{5}$$

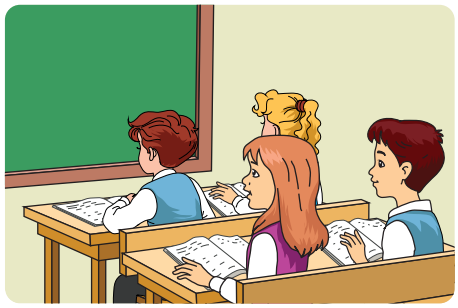
9 katı

9 katı

18 sayısı 2'nin 9 katıdır. Öyleyse mavi bilyelerin sayısı $5 \cdot 9 = 45$'tir.

Örnek

Bir okulun 7/A sınıfındaki kız öğrencilerin sayısının erkek öğrencilerin sayısına oranı $\frac{6}{7}$'dir. 7/A sınıfında 14 erkek öğrenci olduğuna göre kaç kız öğrenci olduğunu bulalım.



Çözüm

$$\frac{\text{Kız öğrenci sayısı}}{\text{Erkek öğrenci sayısı}} = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{\text{Kız öğrenci sayısı}}{14} = \frac{6}{7}$$

2 katı

2 katı

14 sayısı 7'nin 2 katıdır. Öyleyse kız öğrenci sayısı $6 \cdot 2 = 12$'dir.

Örnek

Sinan Bey'in bahçesinde çam ve elma ağaçları vardır. Bahçedeki çam ağaçlarının sayısının elma ağaçlarının sayısına oranı $\frac{2}{9}$'dur. Sinan Bey'in bahçesinde 20 çam ağacı olduğuna göre kaç elma ağacı olduğunu bulalım.

Çözüm

$$\frac{\text{Çam ağacı sayısı}}{\text{Elma ağacı sayısı}} = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{20}{\text{Elma ağacı sayısı}} = \frac{2}{9}$$

10 katı

10 katı

20 sayısı 2'nin 10 katıdır.

Öyleyse Sinan Bey'in bahçesindeki elma ağacı sayısı $9 \cdot 10 = 90$'dır.

Örnek

Erdal'ın boy uzunluğunun Jale'nin boy uzunluğuna oranı $\frac{3}{4}$'tür.

Jale 180 cm uzunluğunda olduğuna göre Erdal'ın boy uzunluğunu bulalım.

Çözüm

$$\frac{\text{Erdal'ın boy uzunluğu}}{\text{Jale'nin boy uzunluğu}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\text{Erdal'ın boy uzunluğu}}{180} = \frac{3}{4}$$

45 katı

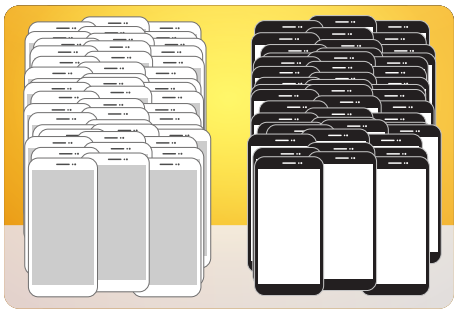
45 katı

180 sayısı 4'ün 45 katıdır.

Öyleyse Erdal'ın boy uzunluğu $3 \cdot 45 = 135$ cm'dir.

Örnek

Bir telefoncuda sadece siyah renkli ve beyaz renkli telefonlar bulunmaktadır. Telefoncudaki siyah renkli telefonların sayısının tüm telefonların sayısına oranı $\frac{6}{13}$'tür. Telefoncuda 78 telefon olduğuna göre kaç beyaz renkli telefon olduğunu bulalım.



Çözüm

$$\frac{\text{Siyah renkli telefonların sayısı}}{78} = \frac{6}{13} \Rightarrow \frac{\text{Siyah renkli telefonların sayısı}}{78} = \frac{6}{13}$$

6 katı

6 katı

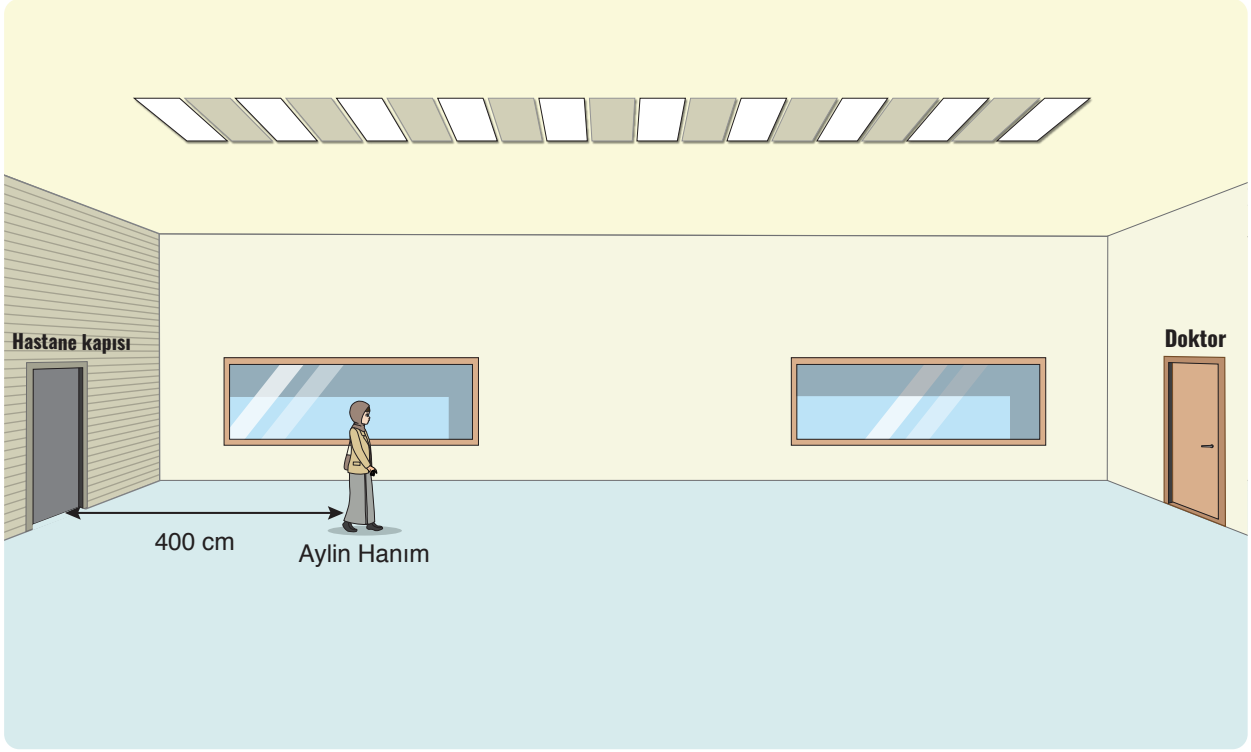
78 sayısı 13'ün 6 katıdır.

Öyleyse telefoncuda $6 \cdot 6 = 36$ siyah renkli telefon vardır.

Telefoncudaki 78 telefonun 36'sı siyah renkli olduğuna göre telefoncuda $78 - 36 = 42$ beyaz telefon vardır.

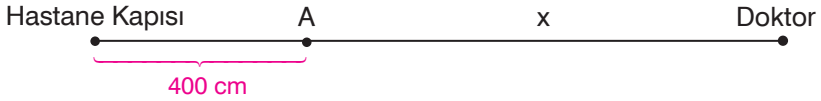
Örnek

Aylin Hanım, doktoruna muayene olmak için hastaneye gidiyor. Hastane kapısından içeri giriyor, koridor boyunca 400 cm yürüyor ve görseldeki durum oluşuyor.



Aylin Hanım, görseldeki durumda iken Aylin Hanım'ın hastane kapısına uzaklığının doktorunun kapısına olan uzaklığına oranı $\frac{1}{3}$ oluyor. Aylin Hanım, doktorunun odasına doğru her biri 25 cm olan 4 adım atıyor. Son durumda Aylin Hanım'ın hastane kapısına uzaklığının doktorunun kapısına olan uzaklığına oranını bulalım.

Çözüm



Yukarıdaki modelde Aylin Hanım A noktasında iken hastane kapısına uzaklığı 400 cm = 4 m'dir. Aylin Hanım'ın hastane kapısına uzaklığının doktorunun kapısına uzaklığına oranı $\frac{1}{3}$ olduğundan doktorunun kapısına uzaklığı $x = 4 \cdot 3 = 12$ m olur.

Aylin Hanım, görseldeki durumda iken doktorunun odasına doğru her biri 25 cm olan 4 adım atıyor. Bu durumda Aylin Hanım, doktorunun odasına doğru $25 \cdot 4 = 100$ cm $= 1$ m ilerler. Öyleyse son durumda Aylin Hanım'ın hastane kapısına uzaklığı $4 + 1 = 5$ m, doktorunun kapısına uzaklığı $12 - 1 = 11$ m olur. Son durumda Aylin Hanım'ın hastane kapısına uzaklığının doktorunun kapısına uzaklığına oranı $\frac{5}{11}$ olur.

Alıştırmalar

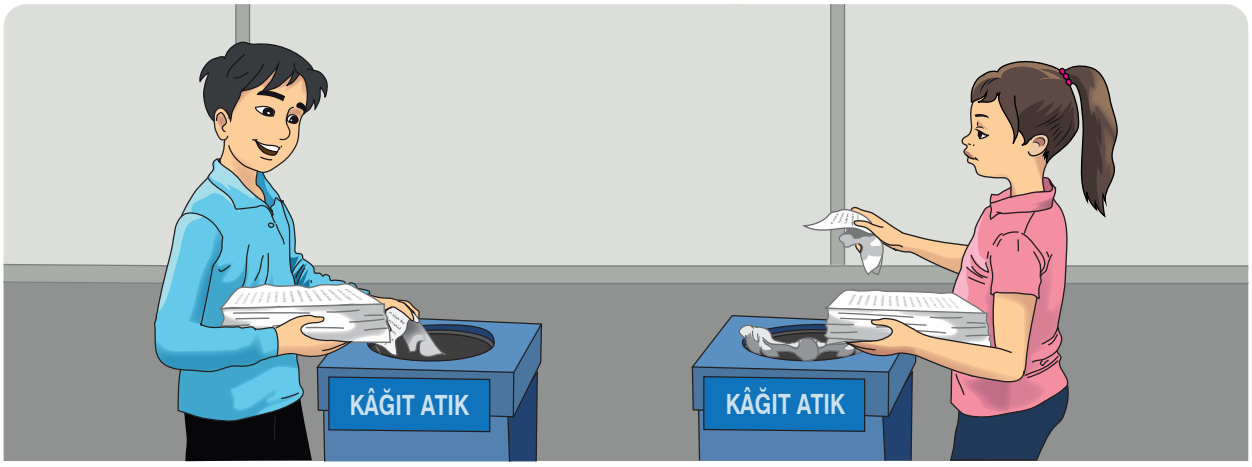
1. Cemre her gün 40 sayfa kitap okuyor. Buna göre Cemre'nin 1 haftada kaç sayfa kitap okuduğunu oran yardımıyla bulunuz.

2. Bir kitabın yayınevindeki satış fiyatı 80 TL'dir. Yayınevinden, bu kitaptan 120 adet alan bir kırtasiyecinin aldığı kitaplar için kaç TL ödeyeceğini oran yardımıyla bulunuz.

3. Bir bölgedeki ambulans sayısının itfaiye aracı sayısına oranı $\frac{7}{2}$'dir. Bu bölgede 126 ambulans olduğuna göre kaç itfaiye aracı vardır?

4. Bir otoparktaki beyaz renkli araçların sayısının tüm araçların sayısına oranı $\frac{4}{11}$'dir. Otoparkta 121 araç olduğuna göre beyaz renkli olmayan kaç araç vardır?

Orantı



Anıl ile Yağmur, biriktirdikleri kâğıt atıkları her ay geri dönüşüm kutularına atıyorlar. Anıl geçen ay 1 kg, bu ay 500 g; Yağmur ise geçen ay 2 kg, bu ay 1 kg kâğıt atığı geri dönüşüm kutusuna atmıştır. Anıl ile Yağmur'un geçen ay ile bu ay geri dönüşüm kutusuna attıkları kâğıt atık miktarlarının arasındaki ilişki belirtilirken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

İki veya daha fazla oranın eşitliğine **orantı** adı verilir.

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ birer oran olmak üzere $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ veya $a : b = c : d$ ifadesi bir orantıdır.

Bir orantıda içler ve dışlar çarpımı (çapraz çarpım) birbirine eşittir. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında $a \cdot d = b \cdot c$ olarak yazılır.

Örnek

Basketbol oyuncusu olan Efe'nin dört maç boyunca takımına kazandırdığı toplam basket sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: *Efe'nin Dört Maç Boyunca Takımına Kazandırdığı Basket Sayıları*

Oynanan Maç Sayısı	1	2	3	4
Toplam Basket Sayısı	12	24	36	48

Buna göre oynanan maç sayısı ile Efe'nin bu maçlarda takımına kazandırdığı toplam basket sayısının orantılı olup olmadığını belirleyelim.

Çözüm

Oynanan maç sayıları ile bu maçlarda Efe'nin takımına kazandırdığı toplam basket sayılarını ayrı ayrı oranlayalım.

- $\frac{1}{12}$
- $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$
- $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
- $\frac{4}{48} = \frac{1}{12}$

Bulunan oranların değerleri eşit olduğundan $\frac{1}{12} = \frac{2}{24} = \frac{3}{36} = \frac{4}{48}$ orantısı elde edilir.

Buna göre oynanan maç sayısı ile Efe'nin bu maçlarda takımına kazandırdığı toplam basket sayısı orantılıdır.

Örnek

Bir okulun 7/C sınıfında 15 kız, 13 erkek; 7/D sınıfında 14 kız, 14 erkek; 7/E sınıfında 10 kız, 12 erkek öğrenci vardır. Sınıflardaki kız ve erkek öğrenci sayılarının orantılı olup olmadığını belirleyelim.

Çözüm

Okulun 7/C, 7/D ve 7/E sınıflarındaki kız ve erkek öğrenci sayılarını ayrı ayrı oranlayalım.

- $\frac{15}{13}$
- $\frac{14}{14} = 1$
- $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

Bulunan oranların değerleri eşit olmadığından 7/C, 7/D ve 7/E sınıflarındaki kız ve erkek öğrenci sayıları orantılı değildir.

Örnek

Bir asker her ay 20 kez paraşütle atlıyor. Buna göre geçen ay sayısı ile askerin paraşütle yaptığı toplam atlayış sayısının orantılı olup olmadığını belirliyelim.

Çözüm

Geçen ay sayıları ile askerin yaptığı toplam atlayış sayılarını belirten aşağıdaki tabloyu oluşturalım.

Tablo: *Geçen Ay Sayılarına Göre Askerin Yaptığı Toplam Atlayış Sayıları*

Geçen Ay Sayısı	1	2	3	4	5
Yapılan Toplam Atlayış Sayısı	20	40	60	80	100

Geçen ay sayıları ile askerin yaptığı toplam atlayış sayılarını ayrı ayrı oranlayalım.

- $\frac{1}{20}$
- $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$
- $\frac{3}{60} = \frac{1}{20}$
- $\frac{4}{80} = \frac{1}{20}$
- $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

$\frac{1}{20} = \frac{2}{40} = \frac{3}{60} = \frac{4}{80} = \frac{5}{100}$ orantısı elde edildiğinden geçen ay sayısı ile askerin yaptığı toplam atlayış sayısı orantılıdır.

Bilgi Kutusu

- İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluğa **doğru orantılı çokluklar** adı verilir.
- Doğru orantılı çokluklar arasında çarpmaya dayalı bir ilişki vardır.
- Doğru orantılı çoklukların birbirlerine bölümü sabit bir sayıya eşittir. Bu sabit sayıya **orantı sabiti** denir. a ve b doğru orantılı iki çokluk olmak üzere $\frac{a}{b} = k$'dir. (k orantı sabitidir.)

Örnek

Bir parktaki yetişkinlerin sayısının çocukların sayısına oranı $\frac{2}{11}$'dir. Parkta 77 çocuk olduğuna göre kaç yetişkin olduğunu bulalım.

Çözüm

Parktaki yetişkinlerin sayısının çocukların sayısına oranını kullanarak bir orantı yazalım.

7 katı

$$\frac{\text{Yetişkinlerin sayısı}}{\text{Çocukların sayısı}} = \frac{2}{11} \Rightarrow \frac{\text{Yetişkinlerin sayısı}}{77} = \frac{2}{11}$$

7 katı

Yazdığımız orantıya göre parktaki çocukların sayısı 11'in, yetişkinlerin sayısı ise 2'nin aynı sayı olan katıdır. Parktaki çocukların sayısı 77'dir yani 11'in 7 katıdır $(7 \cdot 11 = 77)$. Bu durumda parktaki yetişkinlerin sayısı 2'nin 7 katı olur. Parkta $7 \cdot 2 = 14$ yetişkin vardır.

Örnek

Şener Bey'in sosyal medyada iki farklı hesabı vardır. Birinci hesabındaki abone sayısının, ikinci hesabındaki abone sayısına oranı $\frac{1}{9}$'dur. Şener Bey'in birinci hesabında 300 abone olduğuna göre ikinci hesabındaki abone sayısını bulalım.

Çözüm

Şener Bey'in sosyal medyada birinci hesabındaki abone sayısının ikinci hesabındaki abone sayısına oranını kullanarak bir orantı yazalım.

$$\frac{\text{Birinci hesaptaki abone sayısı}}{\text{İkinci hesaptaki abone sayısı}} = \frac{1}{9}$$

Yazdığımız orantıya göre birinci hesaptaki abone sayısı 1'in, ikinci hesaptaki abone sayısı ise 9'un aynı sayı olan katıdır. Birinci hesaptaki abone sayısı 1'in 300 katı olduğundan $(300 \cdot 1 = 300)$ ikinci hesaptaki abone sayısı 9'un 300 katıdır.

Bu durumda Şener Bey'in ikinci hesabındaki abone sayısı $300 \cdot 9 = 2700$'dür.

Örnek

x ve y değişkenlerinin bazı değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: *x ve y Değişkenlerinin Değerleri*

x	5	10	15	20	25	30
y	13	26	39	52	65	78

Tabloya göre x değeri 95 iken y değerini bulalım.

Çözüm

Tablodaki x değerleri ile bu değerlere karşılık gelen y değerlerinin oranlarını ayrı ayrı bulalım.

- $\frac{5}{13}$
- $\frac{10}{26} = \frac{5}{13}$
- $\frac{15}{39} = \frac{5}{13}$
- $\frac{20}{52} = \frac{5}{13}$
- $\frac{25}{65} = \frac{5}{13}$
- $\frac{30}{78} = \frac{5}{13}$

Oranları eşitleyerek bir orantı oluşturalım.

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{13} = \frac{10}{26} = \frac{15}{39} = \frac{20}{52} = \frac{25}{65} = \frac{30}{78}$$

$\frac{x}{y} = \frac{5}{13}$ orantısına göre x değeri 5'in katı iken y değeri 13'ün aynı sayı olan katıdır. $95 = 19 \cdot 5$ olduğundan x değeri 5'in 19 katı iken y değeri 13'ün 19 katı yani $19 \cdot 13 = 247$ olur.

Örnek

Bir atölyede mavi, yeşil, kırmızı ve beyaz kazaklar üreten iki farklı makine vardır. Makinelerin günlük ürettiği kazakların renklere göre sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: *Atölyede Günlük Üretilen Kazakların Renklere Göre Sayıları*

Makine	**Mavi**	**Yeşil**	**Kırmızı**	**Beyaz**
Birinci	6	15	21	A
İkinci	22	55	B	110

Atölyedeki birinci ve ikinci makinelerin günlük ürettiği kazakların renklere göre sayıları orantılı olduğuna göre tablodaki A ve B yerine yazılması gereken sayıları bulalım.

Çözüm

Atölyedeki iki makinenin günlük ürettiği kazakların renklere göre sayılarının oranlarını ayrı ayrı bulalım.

- $\frac{6}{22} = \frac{3}{11}$
- $\frac{15}{55} = \frac{3}{11}$
- $\frac{21}{B}$
- $\frac{A}{110}$

Bulduğumuz oranları eşitleyelim ve bir orantı oluşturalım.

$$\frac{6}{22} = \frac{15}{55} = \frac{21}{B} = \frac{A}{110} = \frac{3}{11}$$

$\frac{21}{B} = \frac{3}{11}$ orantısında 21 sayısı 3'ün 7 katıdır. Buna göre B yerine $7 \cdot 11 = 77$ yazılmalıdır.

$\frac{A}{110} = \frac{3}{11}$ orantısında 110 sayısı 11'in 10 katıdır. Buna göre A yerine $10 \cdot 3 = 30$ yazılmalıdır.

Örnek

Bir benzin istasyonunda benzinin 1 litresi 40 TL'den satılmaktadır. Buna göre

a) Alınan benzin miktarı ile ödenen ücret arasındaki orantıyı yazarak orantı sabitini belirleyelim.

b) Aracına 40 L benzin alan birinin ödeyeceği ücreti bulalım.

Çözüm

Benzin istasyonundan,

- 1 L benzin alan biri $1 \cdot 40 = 40$ TL,
- 2 L benzin alan biri $2 \cdot 40 = 80$ TL,
- 3 L benzin alan biri $3 \cdot 40 = 120$ TL,
- 4 L benzin alan biri $4 \cdot 40 = 160$ TL,
- 5 L benzin alan biri $5 \cdot 40 = 200$ TL ücret öder.

a) Alınan benzin miktarı ile ödenen ücret arasındaki orantıyı yazalım.

$\frac{1}{40} = \frac{2}{80} = \frac{3}{120} = \frac{4}{160} = \frac{5}{200}$ olduğundan orantıdaki orantı sabiti $\frac{1}{40}$'tır.

$$\frac{\text{Alınan benzin miktarı}}{\text{Ödenen ücret}} = \frac{1}{40}$$

b) $\frac{\text{Alınan benzin miktarı}}{\text{Ödenen ücret}} = \frac{1}{40}$ orantısındaki alınan benzin miktarı yerine 40, ödenen ücret (TL) yerine x yazalım.

$\frac{40}{x} = \frac{1}{40}$ orantısında içler dışlar çarpımı yapalım. $\frac{40}{x} = \frac{1}{40}$, $1 \cdot x = 40 \cdot 40$ ise $x = 1600$ bulunur.

Buna göre aracına 40 L benzin alan biri 1600 TL öder.

Aracına 40 L benzin alan birinin ödeyeceği ücreti farklı bir yolla bulalım. Doğru orantılı çokluklarda aynı tür olanlar alt alta yazıldığında çapraz çarpım yapılarak sonuçlar eşitlenir.

Artar. 1 L benzin alan biri — 40 TL öderse — Artar.
40 L benzin alan biri — x TL öder.

$$1 \cdot x = 40 \cdot 40$$
$$x = 1600 \text{ TL}$$

Örnek

Bir firmanın 7 farklı kıtanın her birinde eşit sayıda mağazası vardır. Bu firmanın 2 kıtada 20 mağazası varsa 7 kıtada kaç mağazası olduğunu bulalım.

Çözüm

Firmanın

Artar. 2 kıtada — 20 mağazası varsa — Artar.
7 kıtada — x mağazası vardır.

$$2 \cdot x = 20 \cdot 7$$
$$2x = 140$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{140}{2}$$

$x = 70 \Rightarrow$ Bu firmanın 7 kıtada toplam 70 mağazası vardır.

Örnek

Buğra Bey; 25 000 TL'sini sırasıyla 11, 18 ve 21 yaşlarındaki üç çocuğuna yaşları ile doğru orantılı olacak şekilde paylaştırıyor. Buna göre Buğra Bey'in her bir çocuğuna kaç TL verdiğini bulalım.

Çözüm

Buğra Bey'in 11, 18 ve 21 yaşlarındaki çocuklarına sırasıyla a TL, b TL ve c TL verdiğini düşünelim.

Buna göre $\frac{a}{11} = \frac{b}{18} = \frac{c}{21} = k$ orantısı yazılabilir.

$\frac{a}{11} = k$ ise $a = 11k$,

$\frac{b}{18} = k$ ise $b = 18k$,

$\frac{c}{21} = k$ ise $c = 21k$ olarak yazılabilir.

Buğra Bey, üç çocuğuna 25 000 TL'sini paylaştırdığına göre $a + b + c = 25\,000$ olur.

$$a + b + c = 25\,000$$
$$11k + 18k + 21k = 25\,000$$
$$50k = 25\,000$$
$$\frac{50k}{50} = \frac{25\,000}{50}$$
$$k = 500$$

$k = 500$ ise $a = 11k = 11 \cdot 500 = 5500$ TL,

$b = 18k = 18 \cdot 500 = 9000$ TL,

$c = 21k = 21 \cdot 500 = 10\,500$ TL bulunur.

Buna göre Buğra Bey; 11, 18 ve 21 yaşlarındaki çocuklarına sırasıyla 5500 TL, 9000 TL ve 10 500 TL vermiştir.

Örnek

Aşağıdaki tabloda doğru orantılı olan x ve y değişkenlerinin bazı değerleri verilmiştir.

Tablo: *Bazı x ve y Değişkenlerinin Değerleri*

x Değişkeni	1	2	3	4	5	6
y Değişkeni	4	8	12	16	20	24

Tabloya göre orantı sabitini belirleyelim.

Çözüm

x değişkenlerini, bu değerlere karşılık gelen y değerlerine bölerek orantı sabitini belirleyelim.

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
- $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
- $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
- $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$
- $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

Orantı sabiti $\frac{1}{4}$'tür. $\frac{y}{x}$ oranları bulunduğunda orantı sabiti 4 olarak alınır.

Bilgi Kutusu

- İki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyorsa ya da biri azalırken diğeri aynı oranda artıyorsa bu iki çokluğa **ters orantılı** çokluklar adı verilir.
- Ters orantılı iki çokluğun çarpımı orantı sabitine eşittir.

  a ve b ters orantılı iki çokluk olmak üzere $a \cdot b = k$'dir. (k orantı sabitidir.)

Örnek

Bir traktör, bir tarlayı 12 günde sürebilmektedir. Aşağıdaki tabloda, aynı nitelikte 1, 2, 3, 4, 6 ve 12 traktörün birlikte aynı tarlayı sürme süreleri verilmiştir.

Tablo: *Aynı Nitelikteki Traktör Sayıları ve Bu Traktörlerin Aynı Tarlayı Birlikte Sürme Süreleri*

Traktör Sayısı	1	2	3	4	6	12
Tarlayı Sürme Süresi (gün)	12	6	4	3	2	1

Tabloya göre aynı nitelikteki traktör sayıları ile traktörlerin aynı tarlayı birlikte sürme sürelerinin ters orantılı olup olmadığını belirleyelim.

Çözüm

Tabloya göre tarlayı; aynı nitelikteki 1 traktör 12 günde, 2 traktör birlikte 6 günde, 3 traktör birlikte 4 günde, 4 traktör birlikte 3 günde, 6 traktör birlikte 2 günde, 12 traktör birlikte 1 günde sürebilmektedir.

Tablonun her bir sütunundaki traktör sayısı ile tarlayı sürme sürelerinin (gün) çarpımını bulalım.

- $1 \cdot 12 = 12$
- $2 \cdot 6 = 12$
- $3 \cdot 4 = 12$
- $4 \cdot 3 = 12$
- $6 \cdot 2 = 12$
- $12 \cdot 1 = 12$

$1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 6 \cdot 2 = 12 \cdot 1 = 12$ orantısı yazıldığında her bir çarpımın 12 sabit sayısına eşit olduğu görülür. Bundan dolayı aynı nitelikteki traktör sayıları ile traktörlerin aynı tarlayı sürme süreleri (gün) ters orantılıdır. Orantı sabiti ise 12'dir.

Örnek

a değişkeni 2, b değişkeni 5 ile ters orantılıdır. $2a - b$ işleminin sonucu 24 olduğuna göre $\frac{4a - b}{6}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

a değişkeni 2, b değişkeni 5 ile ters orantılı olduğuna göre bu duruma uygun orantıyı yazalım.

$2a = 5b = k$ (k, orantı sabitidir.)

a değişkeni 2 ile ve b değişkeni 5 ile ters orantılı olduğundan orantıda 2 ile a ve 5 ile b çarpıldı. 2a ve 5b ifadelerini ayrı ayrı k'ye eşitleyelim ve a ile b'yi k cinsinden yazalım.

$2a = k$ ise $a = \frac{k}{2}$, $5b = k$ ise $b = \frac{k}{5}$ bulunur.

$$2a - b = 24 \longrightarrow \cancel{2}\cdot\frac{k}{\cancel{2}} - \frac{k}{5} = 24 \longrightarrow k - \frac{k}{5} = 24$$

$$\frac{k}{\underset{(5)}{1}} - \frac{k}{\underset{(1)}{5}} = 24$$

$$\frac{5k}{5} - \frac{k}{5} = 24$$

$$\frac{4k}{5} = 24 \longrightarrow 4k = 24\cdot 5 \longrightarrow 4k = 120 \longrightarrow k = 30 \text{ bulunur.}$$

$k = 30$ olduğuna göre $a = \frac{30}{2} = 15$, $b = \frac{30}{5} = 6$ bulunur.

Buna göre $\frac{4a - b}{6}$ işleminin sonucunu bulalım.

$$\frac{4a - b}{6} = \frac{4\cdot 15 - 6}{6} = \frac{60 - 6}{6} = \frac{54}{6} = 9$$

Örnek

m ile n ters orantılıdır. m değeri 7 iken n değeri 8 oluyor. Buna göre m değeri 28 iken n değerini bulalım.

Çözüm

m ile n ters orantılı olduğuna göre k orantı sabiti olmak üzere $m\cdot n = k$ olarak yazılır.

$m\cdot n = k$ orantısında m yerine 7, n yerine 8 yazarak k orantı sabitini bulalım.

$m\cdot n = k$ eşitliğinde $7\cdot 8 = k$ olduğunda $k = 56$ bulunur.

$m\cdot n = 56$ orantısında m yerine 28 yazarak n değerini bulalım.

$28\cdot n = 56$ olduğundan $n = \frac{56}{28} = 2$ bulunur.

Örnek

Aynı nitelikteki 3 işçi bir işi 21 günde bitirebilmektedir. Buna göre aynı nitelikteki 7 işçinin aynı işi kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm

Aynı nitelikteki işçi sayısı artırıldığında işçilerin işi bitirebilme süresi aynı oranda azalır. Buna göre aynı nitelikteki işçi sayısı ile işçilerin işi bitirme süresi ters orantılıdır. Ters orantılı çokluklarda aynı tür olanlar alt alta yazıldığında karşılıklı çarpım yapılarak sonuçlar eşitlenir.

Aynı nitelikte,

Artar. 3 işçi ⟷ 21 günde bitirirse Azalır.

7 işçi ⟷ x günde bitirir.

$$7\cdot x = 3\cdot 21$$

$$7x = 63$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{63}{7}$$

$$x = 9$$

Aynı nitelikteki 7 işçi aynı işi 9 günde bitirir.

Alıştırmalar

1. Yavuz ile Yaren'in bir hafta boyunca günlük suladıkları ağaç sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: *Yavuz ile Yaren'in Bir Hafta Boyunca Günlük Suladıkları Ağaç Sayıları*

	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
Yavuz	50	75	80	100	50	120	120
Yaren	100	150	50	100	50	120	120

Tabloya göre Yavuz ile Yaren'in günlük suladıkları ağaç sayılarının orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

2. Ömer; üç gün boyunca sırayla 2 L, 1,75 L ve 1,5 L su içiyor. Özden ise üç gün boyunca sırayla 4 L, 3,5 L ve 3 L su içiyor.

Ömer ile Özden'in günlere göre içtikleri su miktarlarının orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

3. Aşağıdaki tabloda, doğru orantılı olan x ile y değişkenlerinin bazı değerleri verilmiştir.

Tablo: *x ve y Değişkenlerinin Bazı Değerleri*

x	■	5	6	8	11	50
y	4	10	12	★	22	▲

Tablodaki sembollerin yerine yazılması gereken sayılara göre $\frac{▲ - ★}{■}$ işleminin sonucunu bulunuz.

4. a ile b sayıları doğru orantılıdır. a sayısı 7 iken b sayısı 15'tir. Buna göre b sayısı 105 iken a sayısı kaç olur?

5. Bir orantıda x sayısı 2, y sayısı 9 ile doğru orantılıdır. $x + y = 132$ olduğuna göre $2y - x$ işleminin sonucu kaçtır?

6. Bir orantıda a sayısı 3, b sayısı 5 ile ters orantılıdır. a ve b sayılarının çarpımı 15'tir. Orantı sabiti pozitif bir sayı olmak üzere $3a - 2b$ işleminin sonucu kaçtır?

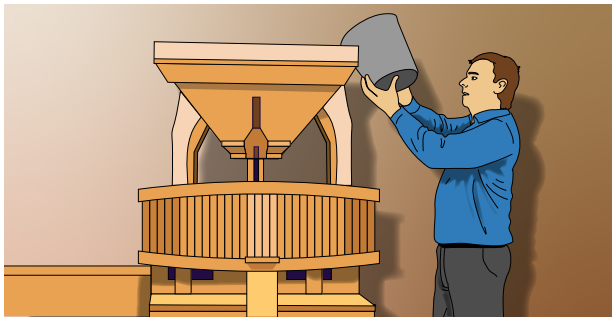
7. Aynı miktarda su akıtan musluk sayıları ile muslukların boş bir havuzu doldurma süreleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: *Musluk Sayıları ve Muslukların Boş Bir Havuzu Doldurma Süreleri*

Musluk Sayısı	1	2	3	6	9	18
Muslukların Boş Bir Havuzu Doldurma Süreleri (saat)	18	9	6	3	2	1

Tabloya göre aynı miktarda su akıtan musluk sayıları ile bu muslukların boş bir havuzu doldurma sürelerinin ters orantılı olup olmadığını belirleyiniz. Ters orantılı ise orantı sabitini bulunuz.

Doğru ve Ters Orantı ile İlgili Problemler



Kardeş olan Melih Bey ile Barış Bey yapılması gereken işleri paylaşıyorlar. Görseldeki gibi Melih Bey, buğday tarlasını sürüyor, Barış Bey ise toplanan buğdayları una dönüştürüyor.

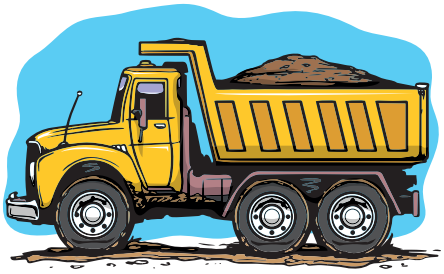
Buna göre

a) Melih Bey, tarlayı 1 traktör yerine aynı anda ve aynı nitelikte 2 traktör ile sürdürdüğünde tarlayı sürme süresindeki değişim,

b) Barış Bey, 1 çuval buğday yerine aynı kütledeki 2 çuval buğdayı una dönüştürdüğünde buğdayları una dönüştürme süresindeki değişim bulunurken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Problem

Görseldeki kamyon her seferinde en fazla 500 kg kum taşıyabiliyor. Buna göre bu kamyon, 12 seferde toplam en fazla kaç ton kum taşıyabilir?



Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde bir kamyonun her seferinde en fazla 500 kg kum taşıyabildiği belirtilmiştir. Bizden kamyonun 12 seferde toplam en fazla kaç ton kum taşıyabileceğini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Kamyonun bir seferde en fazla taşıyabildiği kum miktarından faydalanıp, 12 seferde toplam en fazla kaç kg kum taşıyabileceğini bir orantı yazarak bulmalıyız. Bulduğumuz değeri ton biriminde belirtmeliyiz.

Problemi Çözelim

Kamyon, 1 seferde en fazla 500 kg kum taşıyor. 12 seferde, 1 seferde taşıdığından daha fazla kum taşır. Kamyonun yaptığı sefer sayısı arttıkça taşıdığı kum miktarı da aynı oranda artıyor. Buna göre sefer sayısı ile kamyonun taşıdığı kum miktarı doğru orantılıdır.

Kamyon,

1 seferde en fazla — 500 kg kum taşırsa

12 seferde toplam en fazla — x kg kum taşır.

$$1 \cdot x = 12 \cdot 500$$

$$x = 6000$$

Kamyon 12 seferde toplam en fazla 6000 kg $= \dfrac{6000}{1000}$ ton $=$ 6 ton kum taşıyabilir.

Çözümü Kontrol Edelim

6 ton kumun kaç kg olduğunu belirleyelim. Bulduğumuz değeri 12'ye bölerek kamyonun 1 seferde en fazla kaç kg kum taşıyabileceğini bulalım. Bölüm 500 kg olmalıdır.

6 ton $= 6 \cdot 1000$ kg $= 6000$ kg

$$\frac{6000}{12} = 500 \text{ kg}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Bir bölgede, her gün eşit miktarda et yiyen 15 aslana 20 gün yetecek kadar et vardır. 3 aslan başka bir bölgeye gidiyor. Buna göre aynı miktardaki et, kalan aslanlara kaç gün yeter?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde, bir bölgede 15 aslana 20 gün yetecek kadar et olduğu ve 3 aslanın bölgeden ayrıldığı belirtilmiştir. Bizden aynı miktardaki etin kalan aslanlara kaç gün yeteceğini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

15 aslandan 3'ü bölgeden ayrıldığında bölgede kaç aslan kalacağını belirlemeliyiz. Kalan aslanlara, aynı miktardaki etin kaç gün yeteceğini bir orantı yazarak bulmalıyız.

Problemi Çözelim

15 aslandan 3'ü bölgeden ayrıldığında bölgede $15 - 3 = 12$ aslan kalır. Bölgede 15 aslana 20 gün yetecek kadar et vardır. Aslan sayısı azalarak 12 olduğunda aynı miktardaki et 12 aslana, 15 aslana göre daha çok gün yetecektir. Buna göre aslan sayısı ile aynı miktardaki etin aslanlara yeteceği gün sayısı arasında ters orantı vardır.

15 aslana ⟷ 20 gün yetecek kadar et varsa

12 aslana ⟷ x gün yetecek kadar et olur.

$$12 \cdot x = 15 \cdot 20$$

$$12x = 300$$

$$\frac{12x}{12} = \frac{300}{12}$$

$$x = 25$$

Aynı miktarda et, 12 aslana 25 gün yeter.

e-içerik

Çözümü Kontrol Edelim

15 aslana 20 gün yetecek kadar et miktarını 15 ile 20 sayılarını çarparak, 12 aslana 25 gün yetecek kadar et miktarını ise 12 ile 25 sayılarını çarparak bulalım. Et miktarları aynı olduğu için çarpımlar eşit olmalıdır.

$15 \cdot 20 = 300$

$12 \cdot 25 = 300$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Miniatürk Müzesi

İstanbul'da bulunan Miniatürk Müzesi, ziyaretçilere bazı yapıların $\frac{1}{25}$ ölçekle oluşturulmuş maketlerini görme imkânı vermektedir. Görseldeki 15 Temmuz Şehitler Köprüsü'nün Miniatürk Müzesindeki maketinin uzunluğu 43 m'dir. Buna göre gerçekte 15 Temmuz Şehitler Köprüsü'nün uzunluğu kaç m'dir?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde Miniatürk Müzesinde $\frac{1}{25}$ ölçekle oluşturulan 15 Temmuz Şehitler Köprüsü'nün uzunluğu 43 m olarak belirtilmiştir. Bizden, gerçekte 15 Temmuz Şehitler Köprüsü'nün uzunluğunu bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

$\frac{1}{25}$ ölçekle oluşturulan bu maket köprünün uzunluğundan faydalanarak bir doğru orantı oluşturmalıyız. Orantıyı kullanarak gerçekte 15 Temmuz Şehitler Köprüsü'nün uzunluğunu bulmalıyız.

Problemi Çözelim

Miniatürk Müzesindeki 15 Temmuz Şehitler Köprüsü $\frac{1}{25}$ ölçekle oluşturulmuştur. Öyleyse bu köprünün gerçek hâli, maketinin 25 katı büyüklüğündedir. Buna göre müzedeki 1 m uzunluk, gerçekte 25 m uzunluğa karşılık gelir.

Miniatürk Müzesindeki,

1 m uzunluk — gerçekte 25 m uzunluk ise

43 m uzunluk — gerçekte x m uzunluk olur.

$$1 \cdot x = 43 \cdot 25$$

$$x = 1075 \text{ m}$$

15 Temmuz Şehitler Köprüsü'nün uzunluğu gerçekte 1075 m'dir.

Çözümü Kontrol Edelim

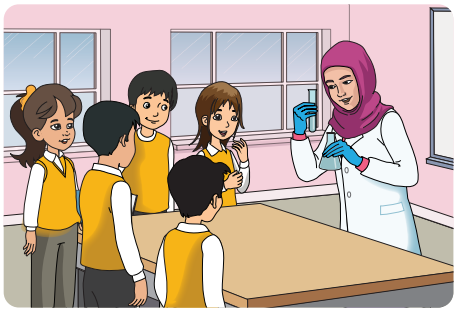
Gerçekte 1075 m olan 15 Temmuz Şehitler Köprüsü'nün Miniatürk Müzesindeki $\frac{1}{25}$ ölçekle oluşturulmuş maketinin uzunluğunu bulmak için 1075 sayısını 25'e bölelim. Bölüm 43 olmalıdır.

$$\begin{array}{r|l} 1075 & 25 \\ \cline{2-2} -100 & 43 \\ \cline{1-1} 0075 & \\ -\ \ 75 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Irmak Öğretmen, görseldeki laboratuvarda öğrencileri ile tuzlu su karışımı hazırlıyor. Irmak Öğretmen ile öğrencilerinin hazırladığı bir kaptaki 100 mL tuzlu suyun $\frac{3}{10}$'u, diğer kaptaki 400 mL tuzlu suyun $\frac{1}{5}$'i tuzdur.



Irmak Öğretmen'in öğrencileriyle hazırladığı iki kaptaki tuz miktarlarının toplamı kaç mL'dir?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde Irmak Öğretmen'in öğrencileriyle hazırladığı iki kaptaki karışımların miktarları ve bu karışımlardaki tuz oranları belirtilmiştir. Bizden, iki kaptaki tuz miktarlarının toplamını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Her bir kaptaki tuz oranından yararlanarak birer orantı oluşturalım. Orantılardan faydalanarak tuz miktarlarını bulup toplamalıyız.

Problemi Çözelim

1. kap

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karışım miktarı}} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{100} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Tuz miktarı} = \frac{3}{10} \cdot 100 = 30 \text{ mL}$$

2. kap

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karışım miktarı}} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{400} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Tuz miktarı} = \frac{1}{5} \cdot 400 = 80 \text{ mL}$$

İki kaptaki tuz miktarlarının toplamı 30 + 80 = 110 mL'dir.

Çözümü Kontrol Edelim

$\frac{30}{100}$ ile $\frac{3}{10}$ oranlarının ve $\frac{1}{5}$ ile $\frac{80}{400}$ oranlarının orantı oluşturup oluşturmadığını belirleyelim.

$\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ eşitliği orantıdır. $\frac{80}{400} = \frac{1}{5}$ eşitliği de orantıdır.

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Mağaza sahibi Gökhan Bey, satış fiyatı görseldeki gibi olan kazakların hedeflediği kadar satılmadığını görüyor. Her bir kazağa satış fiyatı üzerinden $\frac{1}{10}$ oranında indirim yaparak bu kazakların yeni satış fiyatlarını belirliyor. Buna göre son durumda Gökhan Bey'in mağazasından 5 kazak alan bir kişi kaç TL öder?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarını dikkate alarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde, mağazadaki satış fiyatı 480 TL olan kazaklara satış fiyatı üzerinden $\frac{1}{10}$ oranında indirim yapıldığı belirtilmektedir. Bizden, son durumda mağazadan 5 kazak alan bir kişinin ödeyeceği parayı bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Kazağın son durumdaki satış fiyatını doğru orantıdan faydalanarak bulmalıyız. Bir kazağın satış fiyatını 5 ile çarparak 5 kazak için ödenecek ücreti hesaplamalıyız.

Problemi Çözelim

Kazağın satış fiyatının $\frac{10}{10}$'u 480 TL ise

$\frac{1}{10}$'u x TL olur.

$$\frac{10}{10} \cdot x = \frac{1}{10} \cdot 480$$

$$x = \frac{480}{10} = 48$$

Bir kazağın satış fiyatına 48 TL indirim yapılırsa son durumda satış fiyatı 480 – 48 = 432 TL olur.

Buna göre son durumda Gökhan Bey'in mağazasından 5 kazak alan bir kişi $5 \cdot 432 = 2160$ TL öder.

Çözümü Kontrol Edelim

2160 TL'yi 5 sayısına bölerek bir kazağın son durumdaki satış fiyatını bulalım. Bir kazağın ilk satış fiyatından son satış fiyatını çıkararak kazağın fiyatına yapılan indirim miktarını bulalım. İndirim miktarının kazağın ilk satış fiyatına oranını bulalım. Bulduğumuz oran $\frac{1}{10}$ olmalıdır.

$2160 : 5 = 432$ TL

$480 - 432 = 48$ TL

$$\frac{48}{480} = \frac{1}{10}$$

Çözümümüz doğrudur.

Alıştırmalar

1. Bir otomobil saatte ortalama 90 km yol gidiyor. Buna göre bu otomobil aynı hızla 5 saatte kaç km yol gider?

2. Bir kuru yemişçiden 6 kg fındık alan Atakan Bey, aldığı fındıklar için 1500 TL ödemiştir. Atakan Bey, bu kuru yemişçiden 3 kg fındık alsaydı aldığı fındıklar için kaç TL öderdi?

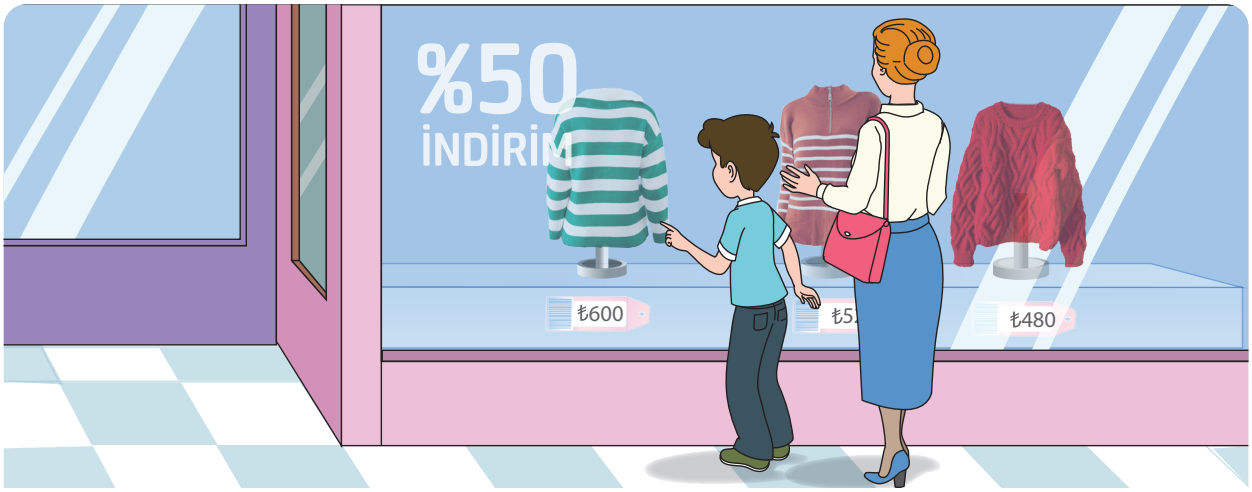
3. 5, 7 ve 10 yaşlarındaki üç kardeş, 124 bilyeyi yaşları ile ters orantılı olacak şekilde paylaşıyor. Buna göre en büyük kardeş, en küçük kardeşten kaç bilye eksik almıştır?

4. İki çarkın dişli sayılarının toplamı 112'dir. 1. çark 10 tur döndüğünde 2. çark 25 tur dönüyor. Buna göre 1. çarktaki dişli sayısı, 2. çarktaki dişli sayısından kaç fazladır?

5. Bir ses sanatçısı her ay eşit sayıda konser veriyor. Ses sanatçısı 3 ayda 24 konser verdiğine göre 1 yılda kaç konser verir?

YÜZDELER

Bir Çokluğun Belirtilen Yüzdesine Karşılık Gelen Miktarını ve Belirli Yüzdesi Verilen Bir Çokluğu Bulma



Annesi ile alışverişe çıkan Tuna, bir mağazanın vitrininde görselde bulunan bazı sembolleri fark etti. Tuna'nın fark ettiği sembollerin ne anlama geldiğini araştırınız.

Hatırlatma

Bir yüzdelik ifade kesir olarak yazılırken yüzdelik ifadenin yanındaki sayı 100'e bölünür.

- $\%28 = \frac{28}{100}$
- $\%5 = \frac{5}{100}$
- $\%2 = \frac{2}{100}$
- $\%97 = \frac{97}{100}$

Bilgi Kutusu

- Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulunurken çokluk, yüzdelik ifadeye karşılık gelen kesirle çarpılır.

  a sayısının %b'si bulunurken $a \cdot \frac{b}{100}$ işlemi yapılır.
- Belirli bir yüzdesi verilen çokluğun tamamı bulunurken verilen değer, yüzdelik ifadeye karşılık gelen kesre bölünür.

  %c'si d olan bir sayı bulunurken $d : \frac{c}{100}$ işlemi yapılır.

Örnek

45 sayısının %8'ini bulalım.

Çözüm

45 sayısının %8'i bulunurken 45 ile %8'e karşılık gelen $\frac{8}{100}$ çarpılır.

$45 \cdot \frac{8}{100} = \frac{360}{100} = 3,6$

45 sayısının %8'i 3,6'dır.

Örnek

%25'i 54 olan sayıyı bulalım.

Çözüm

%25'i 54 olan sayı bulunurken 54 sayısı, %25'e karşılık gelen $\frac{25}{100}$ kesrine bölünür.

$$54 : \frac{25}{100} = 54 \cdot \frac{100}{25} = \frac{5400}{25} = 216$$

%25'i 54 olan sayı 216'dır.

Örnek

Kenan Bey, kitaplığındaki 240 kitabın %70'ini okumuştur. Buna göre Kenan Bey'in kitaplığındaki okumadığı kitap sayısını bulalım.

Çözüm

Kenan Bey'in kitaplığındaki kaç kitabı okuduğu bulunurken 240 ile %70'e karşılık gelen $\frac{70}{100}$ kesri çarpılır.

$$240 \cdot \frac{70}{100} = \frac{16\,800}{100} = 168$$

Kenan Bey, kitaplığındaki 240 kitabın 168'ini okuduğuna göre 240 – 168 = 72 kitabı okumamıştır.

Örnek

Şükrü Bey, maaşının %15'ini her ay birikim için ayırmaktadır. Şükrü Bey birikim için maaşından her ay 3300 TL ayırdığına göre Şükrü Bey'in bir aylık maaşını bulalım.

Çözüm

Şükrü Bey'in bir aylık maaşı bulunurken 3300 sayısı, %15'e karşılık gelen $\frac{15}{100}$ kesrine bölünür.

$$3300 : \frac{15}{100} = 3300 \cdot \frac{100}{15} = \frac{330\,000}{15} = 22\,000$$

Şükrü Bey'in bir aylık maaşı 22 000 TL'dir.

Örnek

Bir bölgedeki kuşların %12'si papağandır. 360 papağanın bulunduğu bu bölgede kaç kuş olduğunu bulalım.

Çözüm

Bölgedeki kuş sayısı bulunurken 360 sayısı, %12'ye karşılık gelen $\frac{12}{100}$'e bölünür.

$$360 : \frac{12}{100} = 360 \cdot \frac{100}{12} = \frac{36\,000}{12} = 3000$$

Bölgede 3000 kuş vardır.

Örnek

Bir şirket bu ay, geçen ay elde ettiği kârın %105'i kadar kâr etmiştir. Şirket geçen ay 150 000 TL kâr ettiğine göre şirketin bu ay kaç TL kâr ettiğini bulalım.

Çözüm

Şirketin bu ay kaç TL kâr ettiğini iki farklı yolla bulalım.

1. yol:

150 000 sayısının %105'ini bulalım. Bunun için 150 000 ile $\frac{105}{100}$ kesrini çarpalım.

$$150\,0\cancel{00} \cdot \frac{105}{1\cancel{00}} = 1500 \cdot 105 = 157\,500$$

Şirket, bu ay 157 500 TL kâr etmiştir.

2. yol:

%105 ifadesi, %100 ile %5 ifadelerinin toplamına eşittir.

150 000 sayısının %100'ü 150 000'dir.

150 000 sayısının %5'i $150\,0\cancel{00} \cdot \frac{5}{1\cancel{00}} = 1500 \cdot 5 = 7500$'dür.

$150\,000 + 7500 = 157\,500$

Şirket bu ay 157 500 TL kâr etmiştir.

Örnek

Bir besinin %0,5'i magnezyum, %0,2'si potasyumdur. Buna göre bu besinin 2 kilogramında kaç g magnezyum ve kaç g potasyum olduğunu bulalım.

Çözüm

2 kg besin $2 \cdot 1000 = 2000$ gramdır.

2000 sayısının %0,5'ini bulalım.

$$2000 \cdot \frac{0,5}{100} = \frac{2000 \cdot 0,5}{100} = \frac{1000}{100} = 10$$

2 kg besinde, 10 g magnezyum vardır.

2000 sayısının %0,2'sini bulalım.

$$2000 \cdot \frac{0,2}{100} = \frac{2000 \cdot 0,2}{100} = \frac{400}{100} = 4$$

2 kg besinde, 4 g potasyum vardır.

Örnek

Bir bölgedeki 1000 penguenin %24,8'inin görseldeki gibi birer yavrusu oldu. Buna göre bölgedeki penguenlerin kaç yavrusu olduğunu tahmin edelim.

Çözüm

Bölgedeki 1000 penguenin %24,8'inin birer yavrusu olduğuna göre yavru sayısı tahmin edilirken 1000 sayısının %25'i yani çeyreği bulunabilir.

$$1000 \cdot \frac{25}{100} = 1000 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1000}{4} = 250$$

Bölgedeki 1000 penguenin 250 yavrusunun olduğu tahmin edilebilir.

Alıştırmalar

1. Devlet, Bireysel Emeklilik Sistemi'nde (BES) ödenen primin %30'u kadar ek ödeme yapmaktadır. Nursel Hanım'ın BES poliçesindeki priminin 2010 TL'sini devlet ödediğine göre Nursel Hanım'ın ödediği prim kaç TL'dir?

2. Aşağıda verilen ifadeler ile bu ifadelerin belirttiği sayılar eşleştirildiğinde hangi sayı açıkta kalır?

1500 sayısının %16'sı	180
1800 sayısının %12'si	200
200 000 sayısının %0,1'i	216
150 sayısının %120'si	224
	240

3. Görseldeki şekerli su karışımının %7'si şekerdir. Şekerli su karışımı 3 L olduğuna göre karışımdaki şeker miktarı kaç mL'dir?

4. Aşağıda verilen ifadelerin belirttiği sayıları noktalı yerlere yazınız.

a) %13'ü 325 olan sayı: .....

b) %160'ı 2000 olan sayı: .....

c) %85'i 425 olan sayı: .....

ç) %10'u 475 olan sayı: .....

d) %70'i 28 olan sayı: .....

e) %18'i 144 olan sayı: .....

f) %0,6'sı 90 olan sayı: .....

g) %22'si 220 olan sayı: .....

ğ) %50'si 140 olan sayı: .....

h) %33'ü 495 olan sayı: .....

5. Ece Hanım'ın manavdan aldığı patateslerin Katma Değer Vergisi (KDV) oranı %1'dir. Ece Hanım'ın aldığı patatesler için ödediği KDV'siz fiyat 200 TL ise KDV tutarı kaç TL'dir?

6. Emir, genel ağda www.tüik.gov.tr adresini ziyaret ediyor. Sayfayı incelerken 2021 yılının Eylül ayında trafikteki 25 022 960 aracın %29'unun motosiklet olduğunu görüyor. Buna göre 2021 yılının Eylül ayında trafikteki motosiklet sayısını tahmin ediniz.

TÜİK
TÜRKİYE İSTATİSTİK KURUMU

Bir Çokluğu Diğer Bir Çokluğun Yüzdesi Olarak Hesaplama ve Bir Çokluğu Belirli Bir Yüzde ile Artırma veya Azaltma

Ceyla Hanım, 40 adet hediyeyi 20 akrabasına eşit sayıda olacak şekilde paylaştırıyor. Ceyla Hanım, her bir akrabasına toplam hediye sayısının yüzde kaçını vermiştir? Sonucu bulurken nasıl bir yol izlediniz? Açıklayınız.

Her bir akrabasına verdiği hediye sayısını %50 artırmak isteyen Ceyla Hanım, nasıl bir hesaplama yapmalıdır? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

a ve b sıfırdan farklı birer doğal sayı olmak üzere

- a sayısının, b sayısının yüzde kaçı olduğu bulunurken $\frac{a}{b}$ ifadesinin değeri yüzdelik ifade şeklinde yazılır.

Örnek

7 sayısının, 28 sayısının yüzde kaçı olduğunu bulalım.

Çözüm

7 sayısının, 28 sayısının yüzde kaçı olduğu bulunurken $\frac{7}{28}$ ifadesinin değeri yüzdelik ifade şeklinde yazılır.

$$\frac{7}{28} = \frac{7:7}{28:7} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100} = \%25$$

7 sayısı, 28 sayısının %25'idir.

Örnek

Aşağıdaki tabloda x değişkeninin bazı değerleri ve bu değerlere karşılık gelen y değişkeninin değerleri verilmiştir.

Tablo: *x ve y Değişkenlerinin Bazı Değerleri*

x	1,5	3	21	30	39
y	2,5	5	35	50	65

Her bir sütundaki x değerinin y değerinin yüzde kaçı olduğunu belirleyelim.

Çözüm

Tablodaki x değişkeninin her bir değerini, bu değere karşılık gelen y değişkeninin değerine bölerek istenen yüzdeyi bulalım.

- $\frac{1,5}{2,5} = \frac{1,5 \cdot 40}{2,5 \cdot 40} = \frac{60}{100} = \%60$
- $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{60}{100} = \%60$
- $\frac{21:7}{35:7} = \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{60}{100} = \%60$
- $\frac{30}{50} = \frac{30 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{60}{100} = \%60$
- $\frac{39}{65} = \frac{39:13}{65:13} = \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{60}{100} = \%60$

Örnek

Bir atölyede üretilen 5000 havlunun 50 tanesi hatalı üretilmiştir. Buna göre atölyede üretilen havluların yüzde kaçının hatalı üretildiğini belirleyelim.

Çözüm

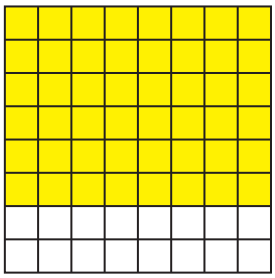
Atölyede üretilen 5000 havlunun 50 tanesi hatalı üretildiğine göre 50 sayısını 5000 sayısına bölerek üretilen havluların yüzde kaçının hatalı üretildiğini belirleyelim.

$$\frac{50}{5000} = \frac{50:50}{5000:50} = \frac{1}{100} = \%1$$

Atölyede üretilen havluların %1'i hatalı üretilmiştir.

Örnek

Eş birim karelere bölünmüş yandaki şeklin bazı kısımları sarıya boyanmıştır. Buna göre sarıya boyanan kısmın tüm şeklin yüzde kaçı olduğunu bulalım.



Çözüm

64 eş birim kareye bölünmüş şeklin 48 birim karesi sarıya boyanmıştır. 48 sayısını, 64 sayısına bölerek sarıya boyanan kısmın tüm şeklin yüzde kaçı olduğunu bulalım.

$$\frac{48}{64} = \frac{48:16}{64:16} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = \%75$$

Sarıya boyanan kısım tüm şeklin %75'idir.

Bilgi Kutusu

- Bir a sayısı, %b oranında artırılırken $\frac{100}{100}+\frac{b}{100}=\frac{100+b}{100}$ ile çarpılır.

Örneğin 50 sayısı, %40 oranında artırılırken $\frac{100+40}{100}=\frac{140}{100}=1,40$ ile çarpılır.

- Bir a sayısı, %b oranında azaltılırken $\frac{100}{100}-\frac{b}{100}=\frac{100-b}{100}$ ile çarpılır.

Örneğin 50 sayısı, %40 oranında azaltılırken $\frac{100-40}{100}=\frac{60}{100}=0,60$ ile çarpılır.

Örnek

Aşağıda istenenleri yapalım.

a) 500 sayısını %18 oranında artırınız.

b) 70 sayısını %10 oranında azaltınız.

Çözüm

a) %100 + %18 = %118

$\%118=\frac{118}{100}=1,18$

$500\cdot 1,18=590$

b) %100 – %10 = %90

$\%90=\frac{90}{100}=0,9$

$70\cdot 0,9=63$

Örnek

Âdem, telefonuna indirdiği bir uygulama ile telefonundaki genel ağ kullanımının nisan ayında, mart ayına göre %25 oranında arttığını görüyor. Mart ayında telefonu ile 8 GB genel ağ kullanan Âdem'in nisan ayında kaç GB genel ağ kullandığını bulalım.

Çözüm

Âdem'in nisan ayında telefonu ile kaç GB genel ağ kullandığı bulunurken 8 sayısı %25 oranında artırılır. 8 sayısını %25 oranında iki farklı yolla artıralım.

1. yol:

Önce 8 sayısının %25'ini bulalım. Sonra bulduğumuz değeri 8 ile toplayalım.

$8\cdot\frac{25}{100}=\frac{8\cdot 25}{100}=\frac{200}{100}=2$

8 + 2 = 10 olduğundan Âdem, nisan ayında 10 GB genel ağ kullanmıştır.

2. yol:

8 sayısını %25 oranında artırmak için 8 sayısı,

%100 + %25 = %125 ile yani $\%125=\frac{125}{100}=1,25$ ile çarpılır.

$8\cdot 1,25=10$

Âdem, nisan ayında 10 GB genel ağ kullanmıştır.

Örnek

Yandaki görselde yer alan Tolga, geçen ay günlük 300 dakika antrenman yapmıştır. Bu ay antrenman süresinin uzun olduğunu düşünerek günlük antrenman süresini %15 oranında azaltmıştır.

Buna göre Tolga'nın bu ay günlük yaptığı antrenman süresini bulalım.

Çözüm

Tolga'nın bu ay günlük yaptığı antrenman süresi bulunurken 300 sayısı %15 oranında azaltılır.

300 sayısını %15 oranında iki farklı yolla azaltalım.

1. yol:

Önce 300 sayısının %15'ini bulalım. Sonra bulduğumuz değeri 300'den çıkaralım.

$$300 \cdot \frac{15}{100} = \frac{300 \cdot 15}{100} = \frac{4500}{100} = 45$$

$300 - 45 = 255$ olduğundan Tolga'nın bu ay günlük yaptığı antrenman süresi 255 dakikadır.

2. yol:

300 sayısını %15 oranında azaltmak için 300 sayısı, $\%100 - \%15 = \%85$ ile yani $\%85 = \frac{85}{100} = 0{,}85$ ile çarpılır.

$300 \cdot 0{,}85 = 255$

Tolga'nın bu ay günlük yaptığı antrenman süresi 255 dakikadır.

Örnek

Asuman, projesi için her gün 40 sayfa kitap okuyor. Ancak projesini söz verdiği zamanda tamamlayamayacağını anlıyor. Günlük okuduğu sayfa sayısını %20 oranında artırıyor ve projesini tamamlıyor. Son durumda Asuman'ın projesi için günlük okuduğu sayfa sayısını bulalım.

Çözüm

Asuman önceden her gün 40 sayfa kitap okuyordu. Ancak sonradan günlük okuduğu sayfa sayısını %20 oranında artırıyor. Buna göre 40 sayısını %20 oranında artıralım.

$$40 \cdot \left(\frac{100}{100} + \frac{20}{100}\right) = 40 \cdot \frac{120}{100} = 40 \cdot 1{,}2 = 48$$

Son durumda Asuman, projesi için günlük 48 sayfa kitap okuyor.

Alıştırmalar

1. Diyete başladığında 70 kg olan Batuhan, diyet sürecinden belirli bir zaman geçtikten sonra kilosunun %20 oranında azaldığını gözlemlemiştir. Buna göre son durumda Batuhan'ın kütlesi kaç kg'dır?

2. Yanda bir belediyeye ait personel kartı görseli verilmiştir. Dikdörtgen şeklindeki personel kartının kenar uzunlukları 18 cm ve 8 cm'dir. Kare şeklindeki fotoğraf alanının bir kenar uzunluğu 6 cm'dir. Buna göre fotoğrafın alanı kartın bir yüzünün alanının yüzde kaçıdır?

A Belediyesi Personel Kartı

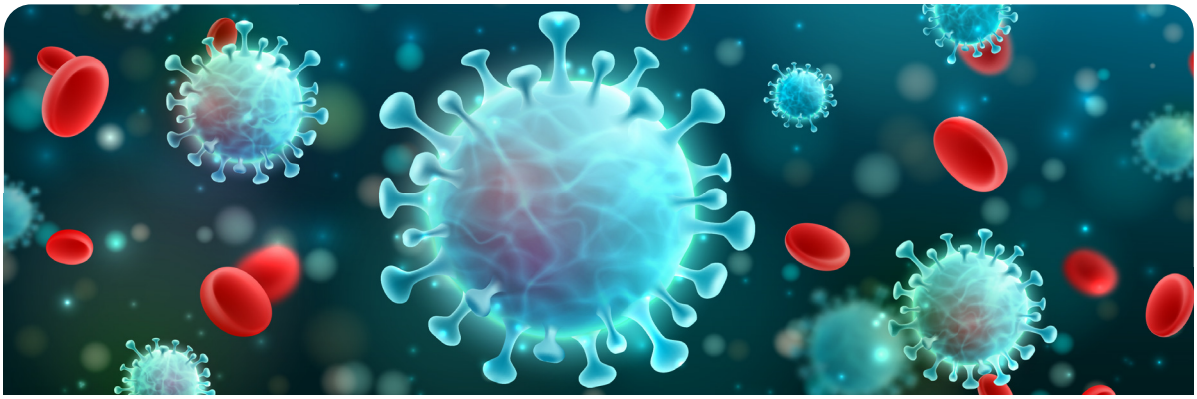
Adı: Nazlı
Soyadı: Öz
Görevi: Mühendis

3. 7/D sınıfında 15 kız, 10 erkek öğrenci vardı. 7/D sınıfının mevcudu %4 oranında arttığına göre son durumda sınıfın mevcudu kaç olmuştur?

4. Kurban Bayramı için kurulan kurban pazarındaki 800 büyükbaş hayvanın 40 tanesi 6 yaşından büyüktür. Buna göre kurban pazarındaki büyükbaş hayvanların yüzde kaçı 6 yaşından büyüktür?

5. Bir sayı %10 oranında artırılarak 3300 sayısı elde ediliyor. Buna göre hangi sayı %10 oranında artırılmıştır?

Yüzde ile İlgili Problemler



Uygun bir ortamda bulunan bakterilerin sayısı, her bir saatin sonunda %20 oranında artıyor. Buna göre uygun ortamda bulunan 100 bakterinin 2 saat sonraki sayısı bulunurken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Problem

Tolga Bey, mağazasında sattığı ve satış fiyatı görseldeki gibi olan bisikletin satış fiyatına %20 oranında zam yapıyor. Bisikletin satılmadığını gören Tolga Bey, bisikletin zamlı satış fiyatına %20 oranında indirim uyguluyor. Buna göre son durumda bisikletin satış fiyatı kaç TL olur?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde Tolga Bey'in 1800 TL değerindeki bisikletin satış fiyatına %20 oranında zam yaptığı ve daha sonra zamlı fiyatına %20 oranında indirim uyguladığı belirtilmiştir. Bizden, son durumda bisikletin satış fiyatını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce 1800 TL değerindeki bisikletin satış fiyatına %20 oranında zam yapıldığındaki yeni satış fiyatını belirlemeliyiz. Sonra bisikletin zamlı fiyatına %20 oranında indirim uygulandığındaki satış fiyatını bulmalıyız.

Problemi Çözelim

Satış fiyatı 1800 TL olan bisiklete %20 oranında zam yapıldığında bisikletin yeni satış fiyatını belirleyelim.

$\%100 + \%20 = \%120 = \frac{120}{100} = 1{,}2$

$1800 \cdot 1{,}2 = 2160$

Satış fiyatı 2160 TL olan bisiklete %20 oranında indirim uygulandığında son durumda bisikletin satış fiyatını bulalım.

$\%100 - \%20 = \%80 = \frac{80}{100} = 0{,}8$

$2160 \cdot 0{,}8 = 1728$

Son durumda bisikletin satış fiyatı 1728 TL olur.

Çözümü Kontrol Edelim

%20 oranında indirim uygulandığında bisikletin satış fiyatı 1728 TL oluyorsa indirim yapılmadan önceki fiyatını bulmak için 1728 TL'yi 0,8'e bölelim.

$1728 : 0{,}8 = 2160$ TL

%20 oranında zam yapıldığında bisikletin satış fiyatı 2160 TL oluyorsa zam yapılmadan önceki fiyatını bulmak için 2160 TL'yi 1,2'ye bölelim.

$2160 : 1{,}2 = 1800$ TL

Çözümümüz doğrudur.

Problem

7/C sınıfının dikdörtgen şeklindeki panosuna öğrenciler görseldeki gibi bazı bilgilendirme afişlerini asmışlardır. Bilgilendirme afişlerinin her biri, eş ve bir kenar uzunluğu 40 cm olan kare şeklindedir. Afişlerin ön yüzlerinin alanlarının toplamı, panonun ön yüzünün alanının %80'idir.

Panonun ön yüzünün kısa kenar uzunluğu 1 m olduğuna göre uzun kenar uzunluğu kaç m'dir?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde 7/C sınıfının dikdörtgen şeklindeki panosunun kısa kenar uzunluğu, panoya asılan kare şeklindeki afişlerin birer kenar uzunluğu ve afişlerin birer yüzlerinin alanlarının toplamının, panonun ön yüzünün alanının %80'i olduğu belirtilmiştir. Bizden, panonun ön yüzünün uzun kenar uzunluğunu bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce, kare şeklindeki bir afişin ön yüzünün alanını bulup -panoda 6 afiş olduğundan- bulduğumuz değeri 6 sayısı ile çarpmalıyız. 6 eş kâğıdın ön yüzünün alanlarının toplamı panonun ön yüzünün alanının %80'i olduğundan çarpımı 0,8'e bölmeliyiz. Alanı m^2 biriminde yazıp, kısa kenar uzunluğuna bölerek panonun uzun kenar uzunluğunu bulmalıyız.

Problemi Çözelim

Kare şeklindeki bir afişin ön yüzünün alanı $40 \cdot 40 = 1600\ cm^2$ dir.

Kare şeklindeki 6 afişin ön yüzlerinin alanlarının toplamı $6 \cdot 1600 = 9600\ cm^2$ dir.

Panonun ön yüzünün alanı bulunurken 9600 sayısı 0,8'e bölünür.

$9600 : 0{,}8 = 12\,000\ cm^2$

$12\,000\ cm^2 = \dfrac{12\,000}{10\,000}\ m^2 = 1{,}2\ m^2$

Alan = Uzun kenar uzunluğu · Kısa kenar uzunluğu

$1{,}2 =$ Uzun kenar uzunluğu $\cdot 1$

$1{,}2 =$ Uzun kenar uzunluğu

Panonun ön yüzünün uzun kenar uzunluğu 1,2 m'dir.

Çözümü Kontrol Edelim

Panonun ön yüzünün alanı $1{,}2 \cdot 1 = 1{,}2\ m^2$ dir.

$1{,}2\ m^2 = 1{,}2 \cdot 10\,000 = 12\,000\ cm^2$

6 afişin ön yüzlerinin alanlarının toplamını bulalım.

$12\,000 \cdot 0{,}8 = 9600\ cm^2$

1 afişin ön yüzünün alanı $9600 : 6 = 1600\ cm^2$ dir.

1 afişin ön yüzünün alanını, karenin bir kenar uzunluğundan faydalanarak bulalım.

Alan $= 40 \cdot 40 = 1600\ cm^2$

Çözümümüz doğrudur.

e-içerik

Alıştırmalar

1. Emlakçılık yapan görseldeki Recep Bey, her bir ev satışında evin değerinin %2'sini evi satan kişiden, %2'sini de evi alan kişiden hizmet bedeli almaktadır. Recep Bey, bir ev satışında evi alan kişiden 200 000 TL para almıştır. Buna göre Recep Bey'in satışını yaptığı evin değeri kaç TL'dir?

2. Gizem Hanım, mağazasında %10 zararla 9000 TL'ye sattığı görseldeki bulaşık makinesini,

a) Alış fiyatına satsaydı bulaşık makinesinin satış fiyatı kaç TL olurdu?

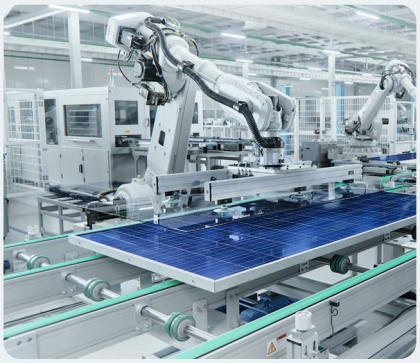
b) %30 zararla satsaydı bulaşık makinesinin satış fiyatı kaç TL olurdu?

c) %10 kârla satsaydı bulaşık makinesinin satış fiyatı kaç TL olurdu?

3. %10'u tuz olan 300 mL tuzlu su karışımı ile %20'si tuz olan 600 mL tuzlu su karışımı boş bir kaba boşaltılıyor. Buna göre kaptaki yeni karışımda kaç mL tuz bulunur?

4. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Bir fabrikadaki üç makine her gün eşit sayıda oyuncak üretiyor. Üç makine bir günde toplam 120 oyuncak ürettiğine göre her bir makinenin günlük kaç oyuncak ürettiğini oran yardımıyla bulunuz.



2. Bir şekil eş parçalara ayrılıyor. Eş parçaların bir kısmı maviye, kalan kısımlar ise kırmızıya boyanıyor. Maviye boyanan eş parça sayısının kırmızıya boyanan eş parça sayısına oranı $\frac{3}{7}$'dir. Şekildeki 35 eş parça kırmızıya boyandığına göre şekil kaç eş parçaya ayrılmıştır?

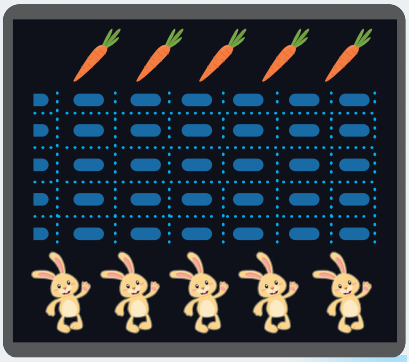
3. Bir lokantadaki masa sayısı ile bu masalardaki toplam müşteri sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: *Bir Lokantadaki Masa Sayısı ve Bu Masalardaki Toplam Müşteri Sayıları*

Masa Sayısı	Toplam Müşteri Sayısı
1	4
2	8
3	12
4	16
⋮	⋮
14	56
15	60

Tabloda verilenlere göre lokantadaki masa sayısı ile bu masalardaki toplam müşteri sayısının orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

4. Kerem, görseldeki bilgisayar oyununda tavşanlar ile havuçları bire bir eşleştiriyor. Oyundaki tavşan sayısının havuç sayısına oranı $\frac{11}{12}$'dir.
Oyunda 144 havuç olduğuna göre oyundaki kaç havuç, bir tavşan ile eşleştirilemez?



5. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

a) ☐ $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ orantısında x değişkeni 3'ün katı ise y değişkeni 4'ün aynı sayı olan katıdır.

b) ☐ $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ orantısında a değeri 8 ise b değeri 20 olur.

c) ☐ 120 sayısının %40'ı 52'dir.

ç) ☐ %50'si 50 olan sayı 2500'dür.

d) ☐ x ile y ters orantılıdır. x değeri 20 iken y değeri 10 oluyor. Buna göre x değeri 100 iken y değeri 2 olur.

e) ☐ 2 sayısı, 20 sayısının %1'idir.

6. Bir orantıda x değişkeni 6, y değişkeni 8 ile doğru orantılıdır. 2x – y işleminin sonucu 40 olduğuna göre y + 3x işleminin sonucunu bulunuz.

7. Sude Hanım, her gün tavuklara aynı miktarda yem veriyor. Sude Hanım tavuklara 3 haftada toplam 42 kg yem verdiğine göre 4 günde toplam kaç kg yem verir?

8. Aşağıdaki tabloda bir karışımda kullanılan A ve B maddelerinin miktarları belirtilmiştir.

Tablo: *Karışımdaki A ve B Maddelerinin Miktarları*

A maddesi (kg)	4	8	12	16	20	24
B maddesi (kg)	7	14	21	28	35	42

Karışımda 56 kg B maddesi kullanılırsa kaç kg A maddesi kullanılır?

9. Aşağıdaki tabloda, x değişkenine ait bazı değerler ve bu değerlere karşılık gelen y değişkeninin değerleri verilmiştir.

Tablo: *x ve y Değişkenlerine Ait Bazı Değerler*

x	1	2	3	6	7	14	21	42
y	42	21	14	7	6	3	2	1

Tabloya göre x ve y değerlerinin ters orantılı olup olmadığını belirleyiniz.

10. Harita mühendisi olan Özge Hanım, bir kâğıda $\frac{1}{750\,000}$ ölçeğindeki haritayı görseldeki gibi çiziyor. Belirtilen ölçeğe göre Özge Hanım gerçekte 120 km olan bir uzunluğu haritada kaç cm olarak çizer?

11. Atakan Bey, mağazasında satış fiyatı görseldeki gibi olan eşofman takımının fiyatına $\frac{1}{10}$ oranında indirim uyguluyor. Atakan Bey'in mağazasından son durumda 3 eşofman takımı alan bir müşteri kasada kaç TL ödeme yapmıştır?

12. Serap, bahçelerine boy uzunlukları 20 cm ve 50 cm olan iki adet fidan dikiyor. Serap, fidanlara boyları ile ters orantılı olacak şekilde su veriyor. Serap, fidanlara toplam 21 L su verdiğine göre kısa olan fidana kaç L su vermiştir?

13. Yandaki kutucuklarda bazı sayılar verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

50 (A)	13 (B)
25 (C)	30 (D)
40 (E)	20 (F)

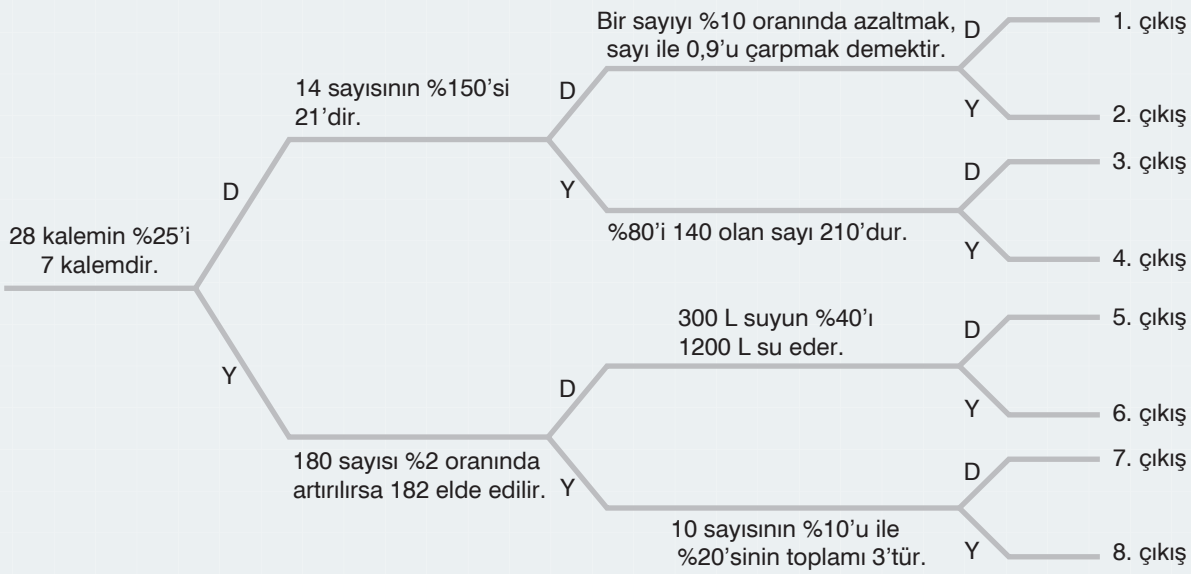
a) A kutucuğundaki sayının %40'ı hangi kutucukta verilmiştir?

b) B kutucuğundaki sayı, C kutucuğundaki sayının yüzde kaçıdır?

c) %30'u 9 olan sayı hangi kutucukta verilmiştir?

ç) 50 sayısı %20 oranında azaltılırsa hangi kutucuktaki sayı elde edilir?

14.



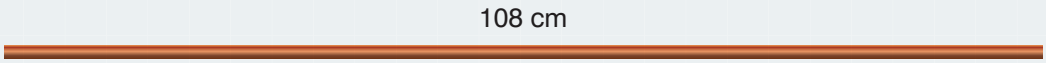
Şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise "D", yanlış ise "Y" yolunu takip ederek doğru çıkışı bulunuz.

15. Orhan Bey, 500 adet tespih yapmayı hedefliyor. Orhan Bey, hedeflediği tespih sayısının %49,6'sı kadar tespih yapıyor. Buna göre Orhan Bey'in yaptığı tespih sayısını tahmin ediniz.

16. Cenk Bey, ineklerinden sağdığı sütle günlük 150 000 g peynir üretiyor. Cenk Bey, gelen istek üzerine günlük peynir üretimini %0,3 oranında artırıyor. Buna göre son durumda Cenk Bey'in günlük peynir üretimi kaç gramdır?

17. Yanda, A Otelin müşterileri için hazırladığı bir afiş verilmiştir. Suna Hanım, afişi inceleyip ailesiyle A Otelde kalmaya karar veriyor. 30 yaşındaki Suna Hanım, kendisinden 3 yaş büyük olan eşi; 5, 10 ve 14 yaşlarındaki üç çocuğu ile A Otelde 1 hafta kalırsa A Otele kaç TL ödeme yapar?

18.

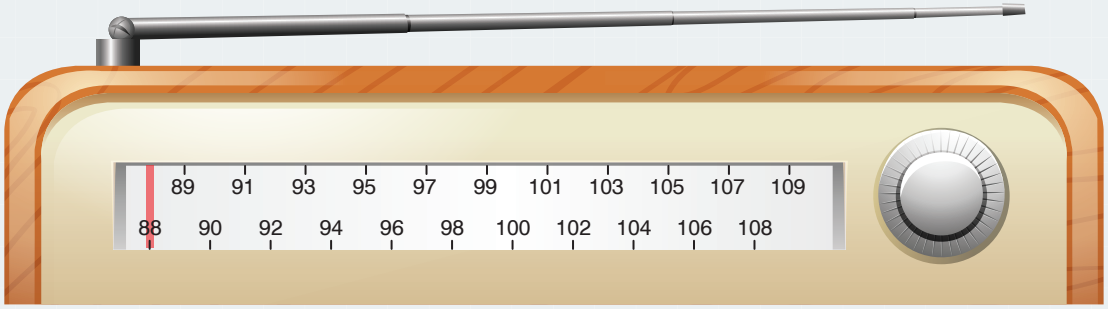


Yukarıda, 108 cm uzunluğunda bir bakır tel verilmiştir. Bakır tel, önce 2 ve 7 ile doğru orantılı olacak şekilde iki parçaya ayrılıyor. Sonra parçalardan uzun olanı 3 ve 4 ile doğru olacak şeklide iki parçaya ayrılıyor. Son durumda küçük olan parça iki yerinden bükülerek bir eşkenar üçgen oluşturulmuştur.

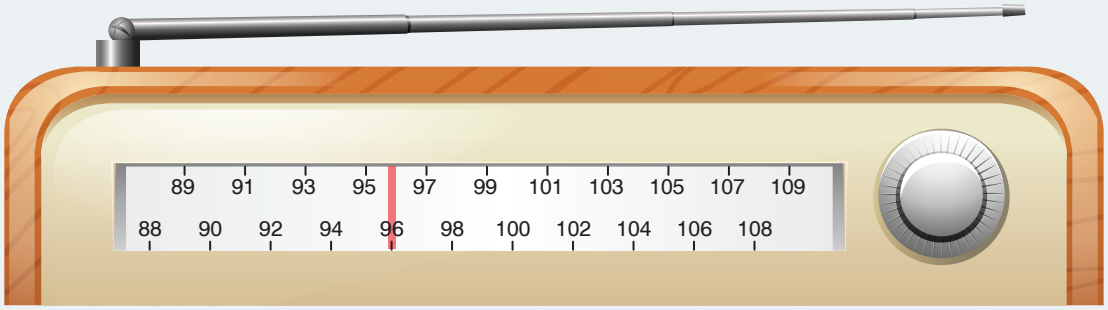
Buna göre oluşturulan eşkenar üçgenin bir kenarının uzunluğu kaç cm'dir?

19. Bir köftecide içecek olarak ayran ve su satılmaktadır. Köftecideki ayran şişesi sayısının su şişesi sayısına oranı $\frac{3}{8}$'dir. Köftecide 285 şişe ayran olduğuna göre kaç şişe su vardır?

20. Aşağıdaki görselde bir radyonun frekansları gösterilmiştir.



1. görsel

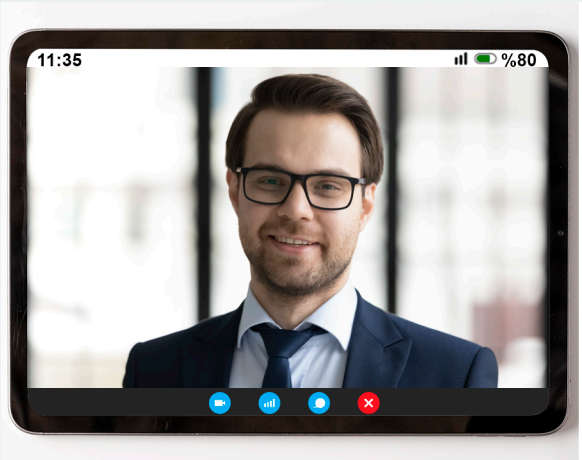


2. görsel

Radyonun ayar düğmesi 1 tam tur döndürüldüğünde göstergedeki ibre 1. görseldeki konumundan 2. görseldeki konumuna gelmiştir. Buna göre ibrenin 2. görseldeki konumundan 102 frekansına gelmesi için ayar düğmesinin 1 turun yüzde kaçı kadar döndürülmesi gerekir?

A) 60 B) 75 C) 85 D) 90

21. Sinan Öğretmen, öğrencilerine uzaktan eğitim vermektedir. Sinan Öğretmen derse başladığında tabletinin şarjı 1. görseldeki gibi, derse başladıktan 10 dakika sonra ise 2. görseldeki gibi oluyor.



1. görsel

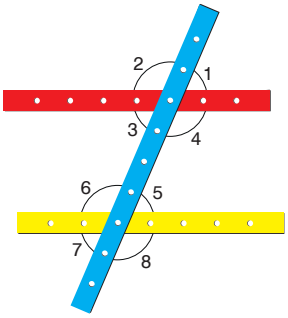
2. görsel

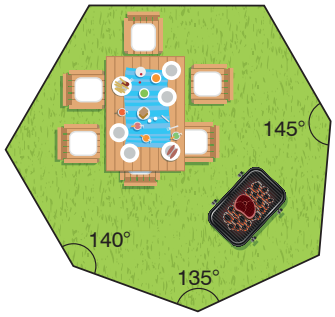
Sinan Öğretmen'in dersi 40 dakika sürdüğüne göre ders bittiğinde tabletin yüzde kaç şarjı kalmıştır?

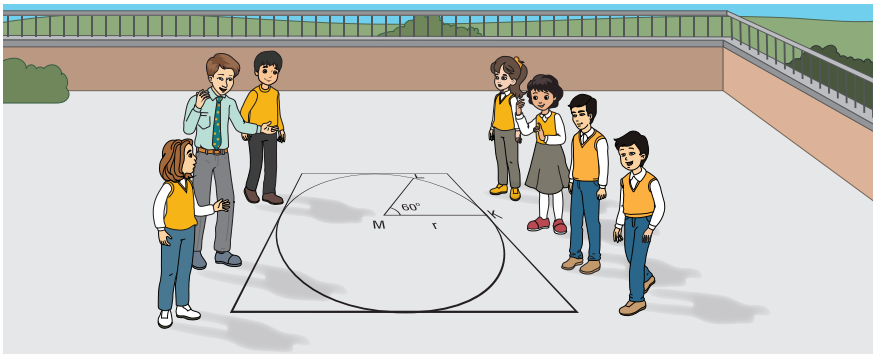
A) 68 B) 69 C) 70 D) 72

Ek Sorular

5. ÜNİTE







Ünite Tanıtım

- **Doğrular ve Açılar**
- **Çokgenler**
- **Çember ve Daire**

EBA İçeriği

Terimler veya Kavramlar

ters açılar, iç ters açılar, dış ters açılar, yöndeş açılar, iç açı, dış açı, çember, daire, merkez açı, yay, çember parçası, daire dilimi

DOĞRULAR VE AÇILAR

Açıortay

Evden saat 18.00'de çıkacak olan Nejat Bey, saate baktığında duvar saatinin görseldeki gibi olduğunu ve saniye ibresinin saatteki akrep ile yelkovanın oluşturduğu açıyı ikiye böldüğünü görüyor. Nejat Bey, saniye ibresinin oluşturduğu iki açının arasındaki ilişkiyi merak ediyor.

Sizce saniye ibresinin oluşturduğu iki açının arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

Hatırlatma

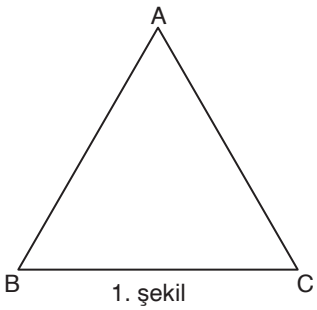
Ölçüleri eşit olan açılara **eş açılar** adı verilir.

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$ ise A ile B açıları eş açılardır.

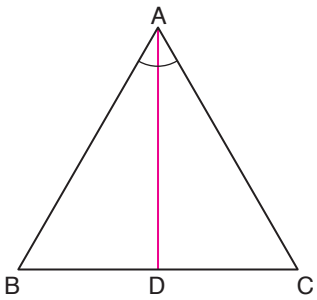
Etkinlik

Araç Gereç: Dosya kâğıdı, açıölçer, makas, kırmızı boya kalemi

- Dosya kâğıdına 1. şekildeki gibi bir ABC üçgeni çiziniz.
- ABC üçgenini makasla keserek dosya kâğıdından ayırınız. Makas kullanırken dikkatli olunuz.
- ABC üçgenini [AB] ile [AC] çakışacak şekilde katlayınız.
- Üçgeni açarak oluşan kat çizgisini kırmızı boya kalemiyle belirginleştiriniz ve oluşan iki açıyı 2. şekildeki gibi belirleyiniz.
- A açısının oluşturduğu iki açıyı ($\widehat{BAD}$ ve $\widehat{CAD}$) açıölçerle ayrı ayrı ölçünüz.
- Yaptığınız ölçümlere göre $\widehat{BAD}$ ile $\widehat{CAD}$'nın ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- Belirlediğiniz ilişkiye göre [AD]'nı isimlendirirken nasıl bir yol izlersiniz? Görüşlerinizi arkadaşlarınızla paylaşınız.



1. şekil



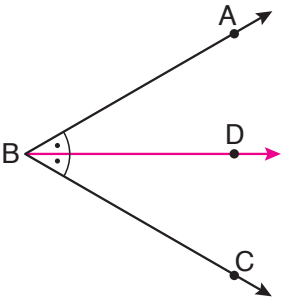
2. şekil

Bilgi Kutusu

Bir açıyı, ölçüleri eşit olan iki açıya ayıran ışına **açıortay** denir.

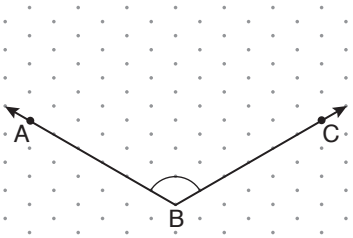
Yandaki $\widehat{ABC}$'nın açıortayı [BD'dır.

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = \frac{m(\widehat{ABC})}{2}$$



Örnek

Yandaki izometrik kâğıda bir ABC geniş açısı çizilmiştir. ABC geniş açısının ölçüsünü belirleyelim ve açıortayını çizelim.



Çözüm

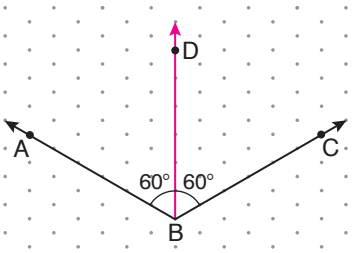
İzometrik kâğıttaki $\widehat{ABC}$'nın ölçüsü 120° dir.

$m(\widehat{ABC}) = 120°$

$\widehat{ABC}$'nın açıortayı olan [BD yandaki gibi çizilir.

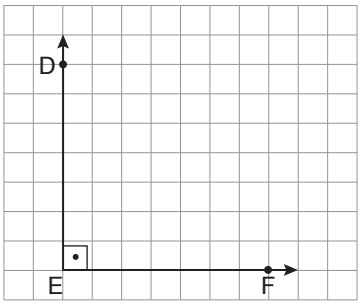
[BD, $\widehat{ABC}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır.

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = \frac{m(\widehat{ABC})}{2} = \frac{120°}{2} = 60°$$



Örnek

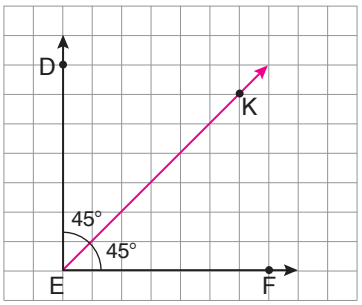
Yandaki kareli kâğıtta ölçüsü 90° olan $\widehat{DEF}$ verilmiştir. $\widehat{DEF}$'nın açıortayını çizelim.



Çözüm

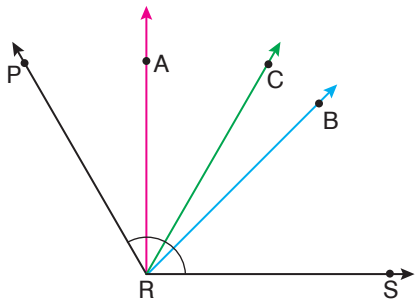
Kareli kâğıttaki $\widehat{DEF}$ bir dik açıdır ve $\widehat{DEF}$'nın ölçüsü 90° dir. Yandaki [EK, $\widehat{DEF}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır ve $\widehat{KED}$ ile $\widehat{KEF}$ elde edilmiştir.

$$m(\widehat{KED}) = m(\widehat{KEF}) = \frac{m(\widehat{DEF})}{2} = \frac{90°}{2} = 45°$$



Örnek

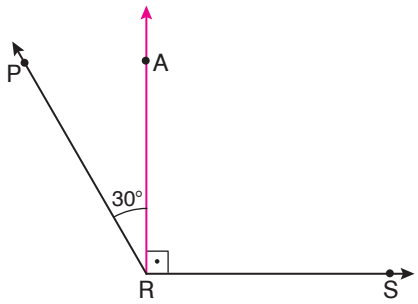
Yanda verilen $\widehat{PRS}$'nın ölçüsü 120° dir. Buna göre $\widehat{PRS}$'nın açıortayını açıölçer kullanarak belirleyelim.



Çözüm

[RA, [RB ve [RC'nın, ölçüsü 120° olan $\widehat{PRS}$'nın açıortayı olup olmadığını ayrı ayrı belirleyelim.

[RA, $\widehat{PRS}$'nı iki parçaya ayırmıştır. Elde edilen $\widehat{PRA}$ ve $\widehat{SRA}$'nın ölçüleri açıölçer kullanılarak aşağıdaki gibi bulunur.

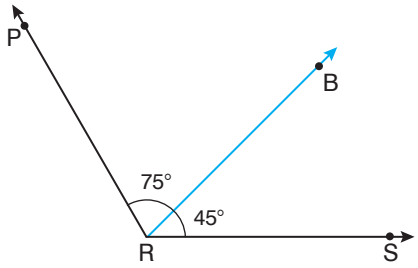


$m(\widehat{PRA}) = 30°$

$m(\widehat{SRA}) = 90°$

$\widehat{PRA}$ ile $\widehat{SRA}$'nın ölçüleri eşit olmadığından [RA, $\widehat{PRS}$'nın açıortayı değildir.

[RB, $\widehat{PRS}$'nı iki parçaya ayırmıştır. Elde edilen $\widehat{PRB}$ ve $\widehat{SRB}$'nın ölçüleri açıölçer kullanılarak aşağıdaki gibi bulunur.

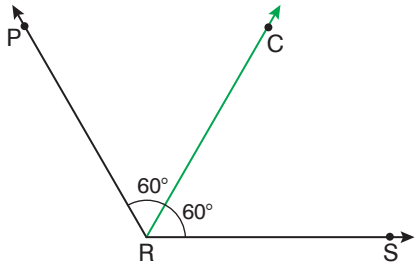


$m(\widehat{PRB}) = 75°$

$m(\widehat{SRB}) = 45°$

$\widehat{PRB}$ ile $\widehat{SRB}$'nın ölçüleri eşit olmadığından [RB, $\widehat{PRS}$'nın açıortayı değildir.

[RC, $\widehat{PRS}$'nı iki parçaya ayırmıştır. Elde edilen $\widehat{PRC}$ ve $\widehat{SRC}$'nın ölçüleri açıölçer kullanılarak aşağıdaki gibi bulunur.



$m(\widehat{PRC}) = 60°$

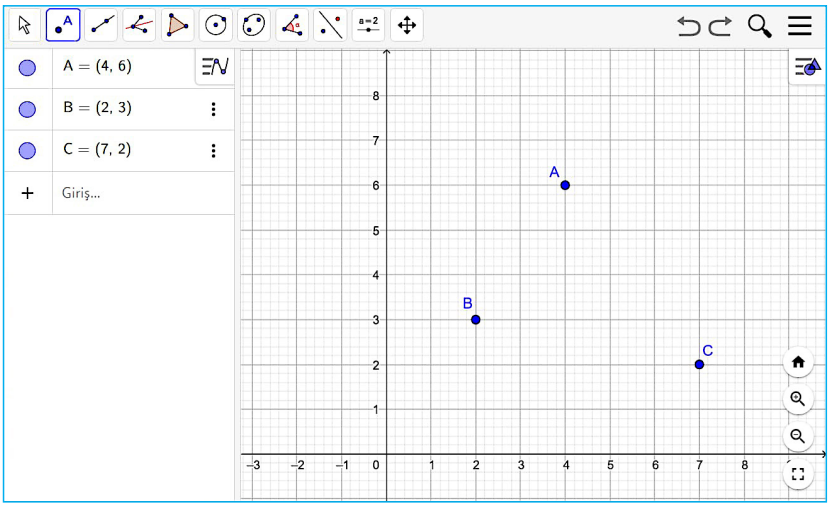
$m(\widehat{SRC}) = 60°$

$\widehat{PRC}$ ve $\widehat{SRC}$'nın ölçüleri eşit olduğundan [RC, $\widehat{PRS}$'nın açıortayıdır.

Bilgi Teknolojileri

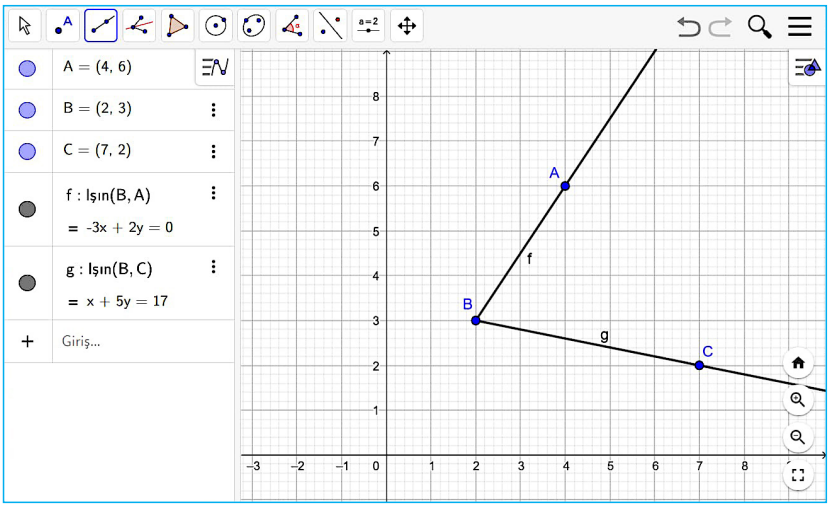
Bilgisayarımızda bir dinamik matematik ve geometri yazılım programı açalım.

sekmesindeki "Nokta" komutunu seçerek ekranda yandaki gibi A, B ve C noktalarını işaretleyelim.

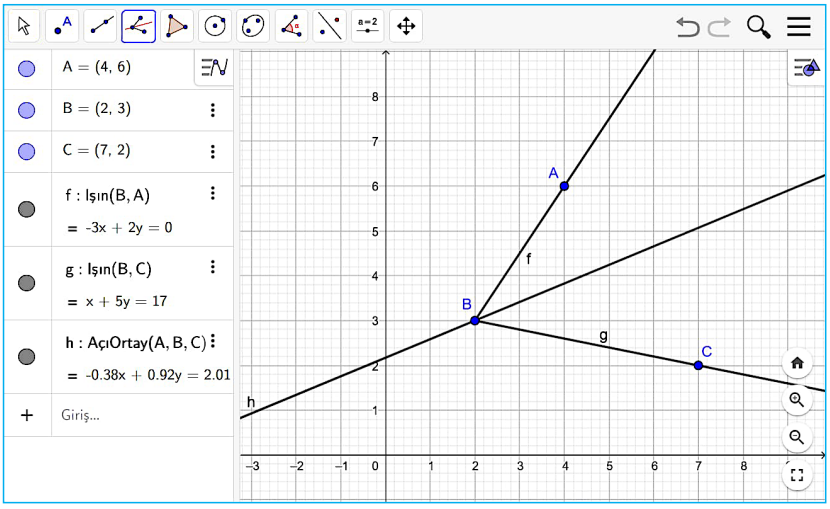


sekmesindeki "Işın" komutunu seçerek sırasıyla B ile A ve B ile C noktalarını işaretleyelim. BA ile BC ışınlarını yandaki gibi oluşturalım.

Başlangıç noktaları ortak olan [BA ve [BC, ABC açısını oluşturur.

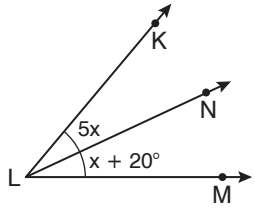


sekmesindeki "Açıortay" komutunu seçerek sırasıyla A, B ve C noktalarını işaretleyelim ve ABC açısının açıortayını yandaki gibi oluşturalım.



Örnek

Yandaki şekilde [LN, $\widehat{KLM}$'nın açıortayı, $m(\widehat{KLN}) = 5x$, $m(\widehat{MLN}) = x + 20°$ dir. Buna göre x'in kaç derece olduğunu bulalım.



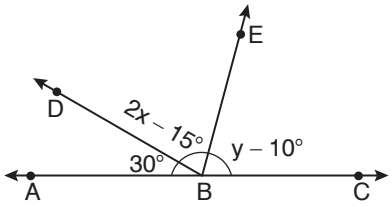
Çözüm

[LN, $\widehat{KLM}$'nın açıortayı olduğundan $\widehat{KLN}$ ile $\widehat{MLN}$'nın ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{KLN}) = m(\widehat{MLN})$$
$$5x = x + 20°$$
$$5x - x = x + 20° - x$$
$$4x = 20°$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{20°}{4}$$
$$x = 5°$$

Örnek

Yandaki şekilde A, B ve C noktaları doğrusaldır. $m(\widehat{ABD}) = 30°$, $m(\widehat{DBE}) = 2x - 15°$, $m(\widehat{CBE}) = y - 10°$ ve [BE, $\widehat{DBC}$'nın açıortayıdır. Buna göre x + y toplamını bulalım.



Çözüm

A, B ve C noktaları doğrusal ise $m(\widehat{ABC}) = 180°$ dir. $m(\widehat{ABD}) = 30°$ olduğuna göre $m(\widehat{DBC})$'nü bulalım.

$$m(\widehat{ABD}) + m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{ABC})$$
$$30° + m(\widehat{DBC}) = 180°$$
$$30° + m(\widehat{DBC}) - 30° = 180° - 30°$$
$$m(\widehat{DBC}) = 150°$$

[BE, $\widehat{DBC}$'nın açıortayı olduğuna göre $\widehat{DBE}$ ile $\widehat{CBE}$'nın ölçüleri eşittir ve $m(\widehat{DBC})$'nün yarısına eşittir.

$$m(\widehat{DBE}) = m(\widehat{CBE}) = \frac{m(\widehat{DBC})}{2} = \frac{150°}{2} = 75°$$

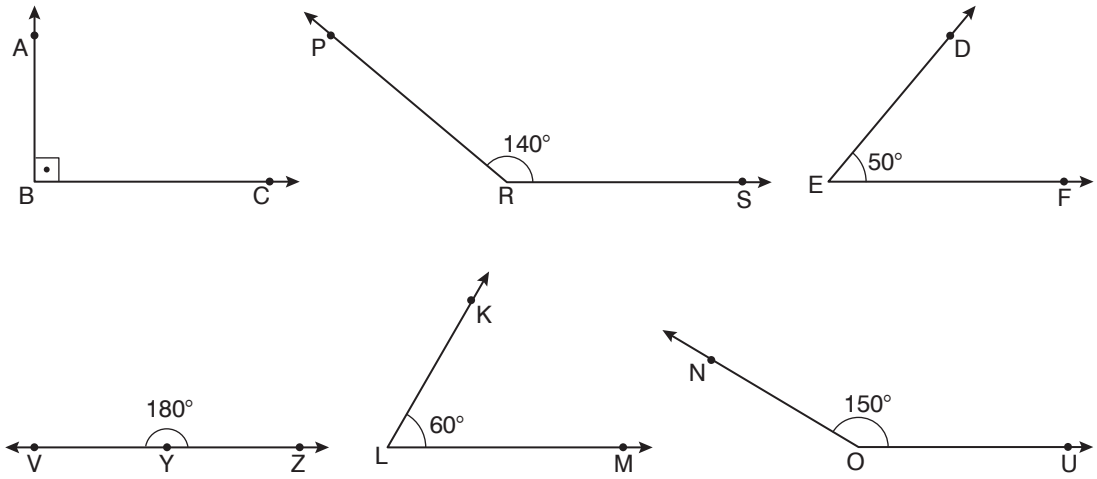
$$m(\widehat{DBE}) = 75°$$
$$2x - 15° = 75°$$
$$2x - 15° + 15° = 75° + 15°$$
$$2x = 90°$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{90°}{2}$$
$$x = 45°$$

$$m(\widehat{CBE}) = 75°$$
$$y - 10° = 75°$$
$$y - 10° + 10° = 75° + 10°$$
$$y = 85°$$

x + y toplamı 45° + 85° = 130° olarak bulunur.

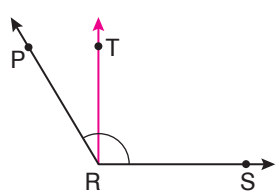
Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen açıların açıortaylarını, açıölçer kullanarak belirleyiniz.



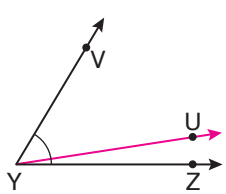
2. Aşağıda bazı açılar verilmiştir. Açıların açıortayları doğru verilmiş ise altındaki kutucuklara "✓", yanlış verilmiş ise "✗" işaretini yapınız.

a)



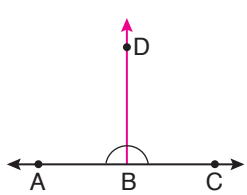
☐

b)



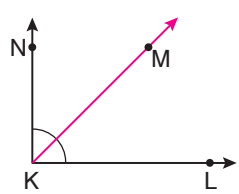
☐

c)



☐

ç)



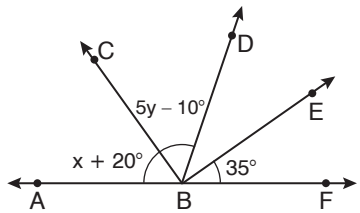
☐

3. Yandaki şekilde A, B ve F noktaları doğrusaldır.

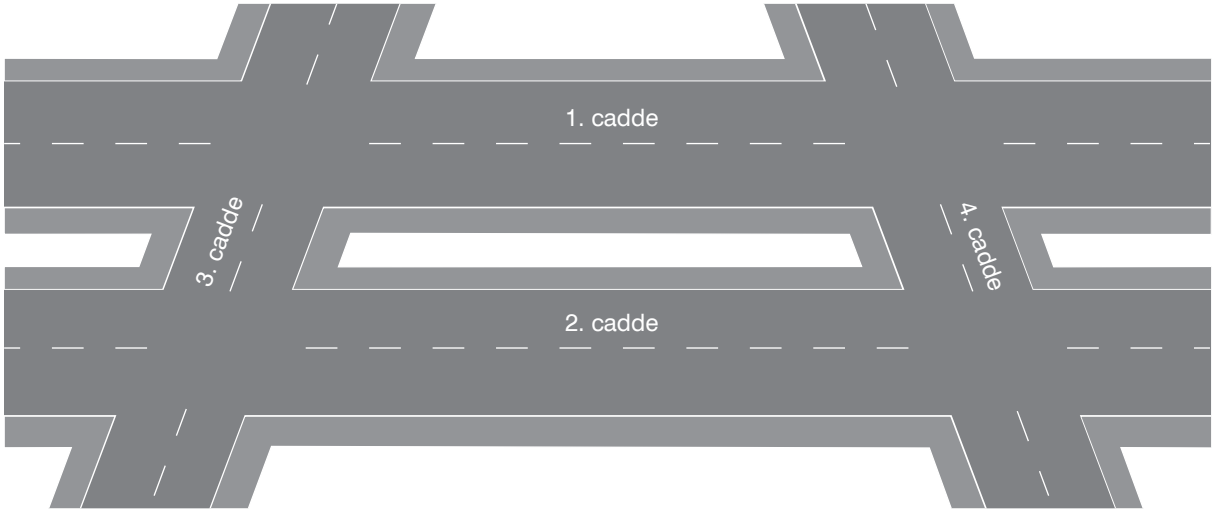
[BC, $\widehat{ABD}$'nın; [BE ise $\widehat{DBF}$'nın açıortayıdır.

$m(\widehat{FBE}) = 35°$, $m(\widehat{ABC}) = x + 20°$ ve $m(\widehat{CBD}) = 5y - 10°$ ise

2x + 3y işleminin sonucunu bulunuz.



İki Paralel Doğru ile Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar



Oktay Bey, bir araştırma yapıyor ve araştırmasında bir bölgedeki paralel olan 1 ve 2. caddeleri ve bu caddeleri kesen 3 ve 4. caddeleri görseldeki gibi çiziyor. Oktay Bey'in araştırmasında caddeler arasında oluşan eş ve bütünler açıları belirlemesi gerekiyor.

Oktay Bey, açıları belirlerken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.

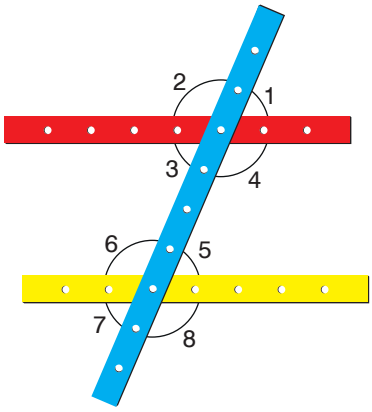
Hatırlatma

- Köşeleri aynı, yönleri zıt olan açılara **ters açılar** adı verilir. Ters açıların ölçüleri eşittir. $\widehat{A}$ ve $\widehat{B}$ ters açılar olmak üzere $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$'dür.
- Ölçüleri toplamı 180° olan açılara **bütünler açılar** adı verilir. $\widehat{C}$ ve $\widehat{D}$ bütünler açılar olmak üzere $m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 180°$ dir.
- İki doğru kesişmiyorlarsa paraleldir. Başka bir değişle paralel doğrular kesişmez. a ile b doğruları paralel olmak üzere paralellik durumu $a // b$ olarak gösterilir.
- c ile d doğruları dik kesişen doğrular olmak üzere diklik durumu $c \perp d$ olarak gösterilir.

Etkinlik

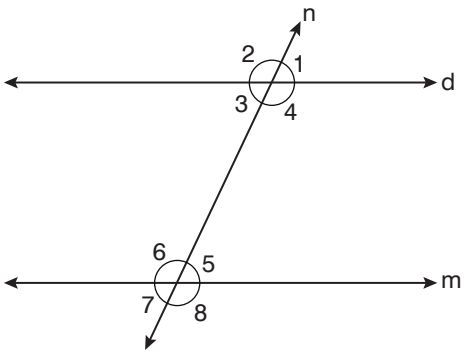
Araç Gereç: Geometri şeritleri, açıölçer

- Kırmızı ve sarı geometri şeritlerini paralel, mavi geometri şeridini ise paralel olanları kesecek şekilde yandaki gibi modelleyiniz.
- Görselde numaralandırılarak verilen açıları, açıölçerle ölçünüz ve ölçümlerinizi not ediniz.
- Açıların ölçülerini karşılaştırınız.
- Ölçüleri eşit olan açıların arasındaki ilişkiler ile ilgili genel ifadeler yazınız.
- Yazdığınız ifadeleri arkadaşlarınızla paylaşınız.



Bilgi Kutusu

İki paralel doğru ile bu doğruları kesen başka bir doğrunun oluşturduğu açılar aşağıda verilmiştir.



d ile m doğruları paraleldir. n doğrusu, bu doğruları kesen bir doğrudur.

Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılardan aynı yöne bakan açılara **yöndeş açılar** adı verilir.

1 ile 5
2 ile 6
3 ile 7
4 ile 8
} numaralı açılar yöndeş açılardır. Yöndeş açıların ölçüleri eşittir.

Köşeleri ile kolları ortak ve ters yönlü olan açılara **ters açılar** adı verilir.

1 ile 3
2 ile 4
5 ile 7
6 ile 8
} numaralı açılar ters açılardır. Ters açıların ölçüleri eşittir.

Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılardan paralel doğrular arasında kalan açılara iç açılar, ters yönlü olan iç açılara **iç ters açılar** adı verilir.

3 ile 5
4 ile 6
} numaralı açılar iç ters açılardır. İç ters açıların ölçüleri eşittir.

Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılardan paralel doğrular arasında olmayan açılara dış açılar, ters yönlü olan dış açılara **dış ters açılar** adı verilir.

1 ile 7
2 ile 8
} numaralı açılar dış ters açılardır. Dış ters açıların ölçüleri eşittir.

Örnek

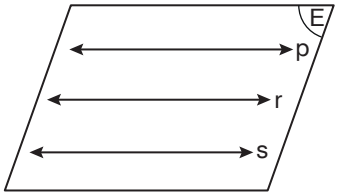
Aynı düzlemde olan p, r ve s doğrularının birbirlerine göre durumlarını inceleyelim.

Çözüm

1. durum: p, r ve s doğruları paralel olabilir. Bu durumda p, r ve s doğruları kesişmez.

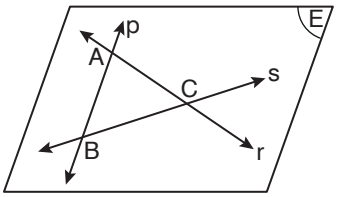
Yanda verilen E düzlemindeki p, r ve s doğrularının paralellik durumu aşağıdaki gibi gösterilebilir.

p // r // s



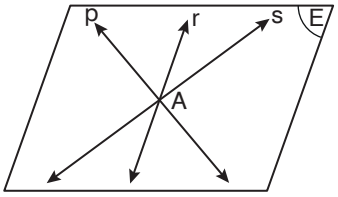
2. durum: p, r ve s doğruları ikişer ikişer kesişebilir.

E düzlemindeki p, r ve s doğrularının ikişer ikişer kesişmesi yandaki gibi gösterilebilir.



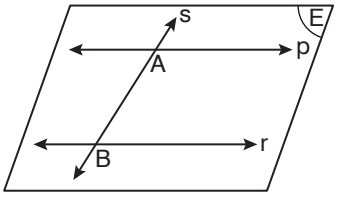
3. durum: p, r ve s doğruları bir noktada kesişebilir.

Yanda verilen E düzlemindeki p, r ve s doğruları A noktasında kesişmiştir.

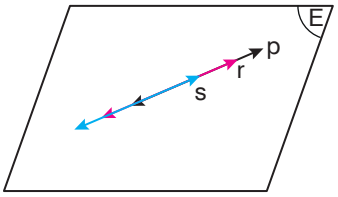


4. durum: p, r ve s doğrularından ikisi paralel iken diğeri bu doğruların ikisiyle de kesişmiş olabilir.

Yanda verilen E düzlemindeki p ve r doğruları paraleldir. s doğrusu ile p doğrusunu A, r doğrusunu B noktasında kesmektedir.

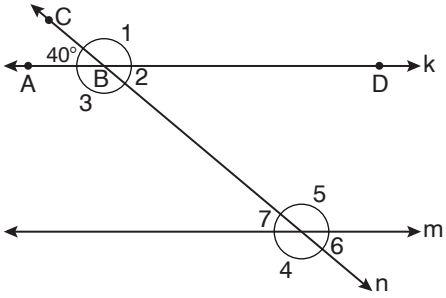


5. durum: p, r ve s doğruları çakışık olabilir. Yanda verilen E düzlemindeki p, r ve s doğruları çakışıktır.



Örnek

Yandaki şekilde k // m ve n doğrusu, k ile m doğrularını kesmektedir. $m(\widehat{ABC}) = 40°$ ise numaralandırılmış açıların ölçülerini belirleyelim.



Çözüm

$\widehat{ABC}$ ile 1 numaralı açı bütünlerdir ve bütünler açıların ölçüleri toplamı 180° dir. Buna göre 1 numaralı açının ölçüsü 180° – 40° = 140° dir.

$\widehat{ABC}$ ile 2 numaralı açı ters açılardır ve ters açıların ölçüleri eşittir. Buna göre 2 numaralı açının ölçüsü 40° dir.

1 ve 3 numaralı açılar ters açılardır. Buna göre 3 numaralı açının ölçüsü 140° dir.

1 ve 5 numaralı açılar yöndeş açılardır ve yöndeş açıların ölçüleri eşittir. Buna göre 5 numaralı açının ölçüsü 140° dir.

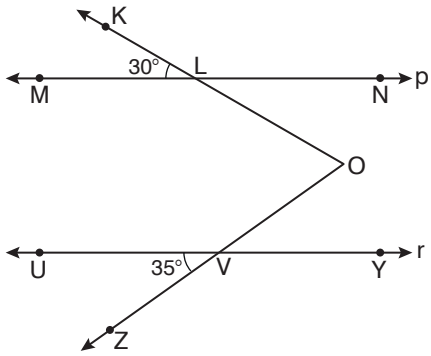
1 ve 4 numaralı açılar dış ters açılardır ve dış ters açıların ölçüleri eşittir. Buna göre 4 numaralı açının ölçüsü 140° dir.

2 ve 6 numaralı açılar yöndeş açılardır. Buna göre 6 numaralı açının ölçüsü 40° dir.

2 ve 7 numaralı açılar iç ters açılardır ve iç ters açıların ölçüleri eşittir. Buna göre 7 numaralı açının ölçüsü 40° dir.

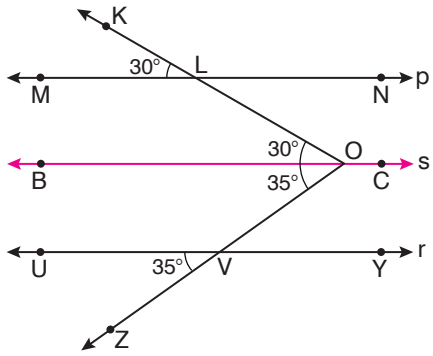
Örnek

Yandaki şekilde p // r, $m(\widehat{KLM}) = 30°$ ve $m(\widehat{UVZ}) = 35°$ dir. Buna göre $m(\widehat{KOZ})$'nü bulalım.



Çözüm

Şekilde p ile r doğrularına paralel olan ve O noktasından geçen bir s doğrusunu yandaki gibi çizelim.



$\widehat{KLM}$ ile $\widehat{LOB}$ yöndeş açılardır. Öyleyse

$m(\widehat{LOB}) = m(\widehat{KLM}) = 30°$ olur.

$\widehat{UVZ}$ ile $\widehat{BOV}$ yöndeş açılardır. Öyleyse

$m(\widehat{BOV}) = m(\widehat{UVZ}) = 35°$ olur.

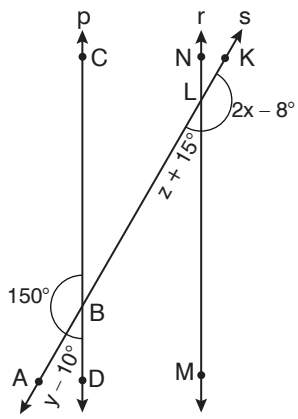
$m(\widehat{KOZ}) = m(\widehat{LOB}) + m(\widehat{BOV})$

$= 30° + 35°$

$= 65°$

Örnek

Yandaki şekilde p//r ve s doğrusu, p ile r doğrularını kesmektedir. $m(\widehat{ABC}) = 150°$, $m(\widehat{KLM}) = 2x - 8°$, $m(\widehat{BLM}) = z + 15°$ ve $m(\widehat{DBA}) = y - 10°$ olduğuna göre x + y + z toplamını bulalım.



Çözüm

$\widehat{KLM}$ ile $\widehat{ABC}$ dış ters açılardır. Öyleyse $\widehat{KLM}$ ile $\widehat{ABC}$'nın ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{KLM}) = m(\widehat{ABC})$$
$$2x - 8° = 150°$$
$$2x - 8° + 8° = 150° + 8°$$
$$2x = 158°$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{158°}{2}$$
$$x = 79°$$

$\widehat{KLM}$ ile $\widehat{BLM}$ bütünler açılardır. Öyleyse $\widehat{KLM}$ ile $\widehat{BLM}$'nın ölçüleri toplamı 180°dir.

$$m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{BLM}) = 180°$$
$$150° + z + 15° = 180°$$
$$z + 165° = 180°$$
$$z + 165° - 165° = 180° - 165°$$
$$z = 15°$$

$\widehat{DBA}$ ile $\widehat{BLM}$ yöndeş açılardır. Öyleyse $\widehat{DBA}$ ile $\widehat{BLM}$'nın ölçüleri eşittir.

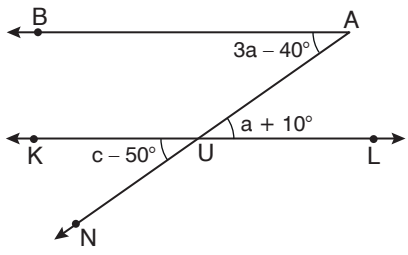
$$m(\widehat{DBA}) = m(\widehat{BLM})$$
$$y - 10° = z + 15°$$
$$y - 10° = 15° + 15°$$
$$y - 10° = 30°$$
$$y - 10° + 10° = 30° + 10°$$
$$y = 40°$$

x = 79°, y = 40° ve z = 15° değerlerine göre x + y + z toplamını bulalım.

$$x + y + z = 79° + 40° + 15°$$
$$= 134°$$

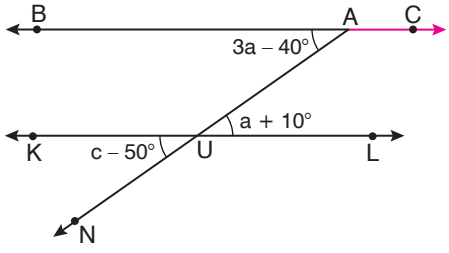
Örnek

Yandaki şekilde [AB // KL, $m(\widehat{BAN}) = 3a - 40°$, $m(\widehat{KUN}) = c - 50°$ ve $m(\widehat{AUL}) = a + 10°$ dir. Buna göre 2a + c işleminin sonucunu bulalım.



Çözüm

B, A ve C noktaları doğrusal olacak şekilde bir [AC'nı yandaki gibi çizelim.



Şekilde verilenlere ve BC // KL olduğuna göre $\widehat{BAN}$ ile $\widehat{AUL}$ iç ters açılardır. Öyleyse $\widehat{BAN}$ ile $\widehat{AUL}$'nın ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{AUL})$$

$$3a - 40° = a + 10°$$

$$3a - 40° + 40° = a + 10° + 40°$$

$$3a = a + 50°$$

$$3a - a = a + 50° - a$$

$$2a = 50°$$

$$\frac{2a}{2} = \frac{50°}{2}$$

$$a = 25°$$

$a = 25°$ değerini $m(\widehat{BAN}) = 3a - 40°$ eşitliğinde yerine yazalım.

$$m(\widehat{BAN}) = 3 \cdot 25° - 40°$$

$$= 75° - 40°$$

$$= 35°$$

$\widehat{KUN}$ ile $\widehat{BAN}$ yöndeş açılardır. Öyleyse $\widehat{KUN}$ ile $\widehat{BAN}$'nın ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{KUN}) = m(\widehat{BAN})$$

$$c - 50° = 35°$$

$$c - 50° + 50° = 35 + 50°$$

$$c = 85°$$

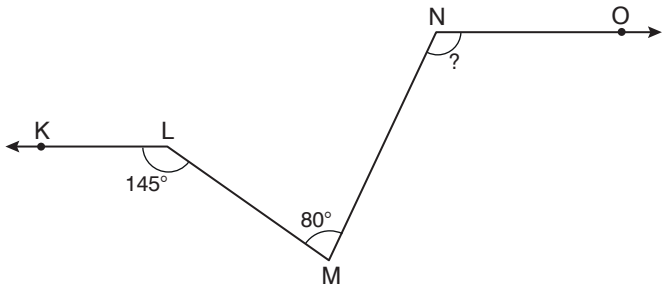
$a = 25°$ ve $c = 85°$ değerlerine göre 2a + c işleminin sonucunu bulalım.

$$2a + c = 2 \cdot 25° + 85°$$

$$= 50° + 85°$$

$$= 135°$$

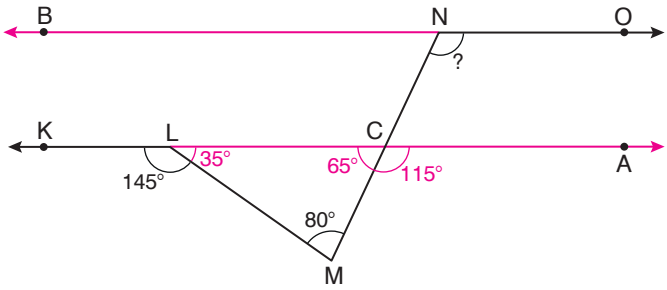
Örnek



Yukarıdaki şekilde [LK // [NO, $m(\widehat{KLM}) = 145°$ ve $m(\widehat{LMN}) = 80°$ ise $m(\widehat{MNO})$'nü bulalım.

Çözüm

K, L ve A noktaları ile O, N ve B noktaları doğrusal olacak şekilde aşağıdaki gibi [LA ve [NB'nı çizelim.



$\widehat{KLM}$ ile $\widehat{CLM}$ bütünler açılardır. Öyleyse $m(\widehat{KLM})$ ile $m(\widehat{CLM})$'nün toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{CLM}) = 180°$$

$$145° + m(\widehat{CLM}) = 180°$$

$$145° + m(\widehat{CLM}) - 145° = 180° - 145°$$

$$m(\widehat{CLM}) = 35°$$

LMC üçgeninde $\widehat{CLM}$ ile $\widehat{LMC}$'nın ölçüleri toplamı $35° + 80° = 115°$ dir.

LMC üçgeninin iç açı ölçülerinin toplamı 180° olduğundan, $m(\widehat{LCM}) = 180° - 115° = 65°$ dir.

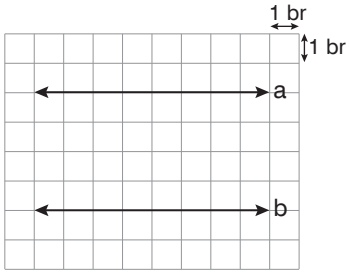
$\widehat{LCM}$ ile $\widehat{ACM}$ bütünler açı olduğundan $m(\widehat{ACM}) = 180° - 65° = 115°$ dir.

$\widehat{ACM}$ ile $\widehat{MNO}$ yöndeş açılardır. Öyleyse $m(\widehat{ACM})$ ile $m(\widehat{MNO})$ eşittir.

$$m(\widehat{MNO}) = m(\widehat{ACM}) = 115°$$

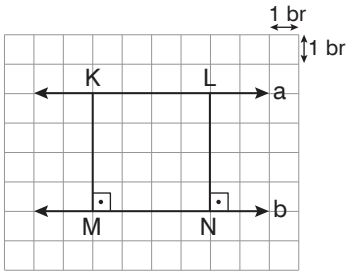
Örnek

Yandaki kareli kâğıtta verilen a ile b doğrularının paralel olup olmadığını belirleyelim.



Çözüm

a doğrusu üzerinde K ve L noktalarını belirleyelim. K ve L noktalarından b doğrusuna birer dikmeyi yandaki gibi çizelim. Dikmelerin b doğrusu ile kesişimleri M ve N noktaları olsun.



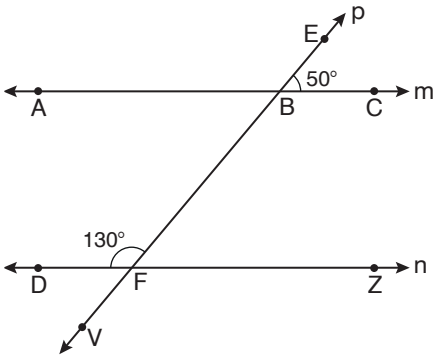
$[KM] \perp b$

$[LN] \perp b$

$|KM| = |LN| = 4$ br olduğundan a ve b doğrularının arasındaki uzaklık sabit bir sayıya eşittir. Öyleyse a ile b doğruları paraleldir.

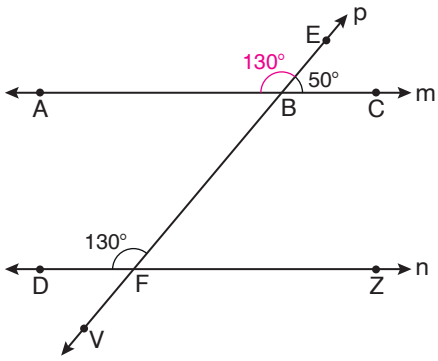
Örnek

Yandaki şekilde $m(\widehat{EBC}) = 50°$ ve $m(\widehat{DFE}) = 130°$ dir. Buna göre m ile n doğrularının paralel olup olmadığını belirleyelim.



Çözüm

$\widehat{EBA}$ ile $\widehat{EBC}$ bütünler açılardır. Öyleyse $\widehat{EBA}$ ile $\widehat{EBC}$'nın ölçüleri toplamı 180° dir.



$m(\widehat{EBA}) + m(\widehat{EBC}) = 180°$

$m(\widehat{EBA}) + 50° = 180°$

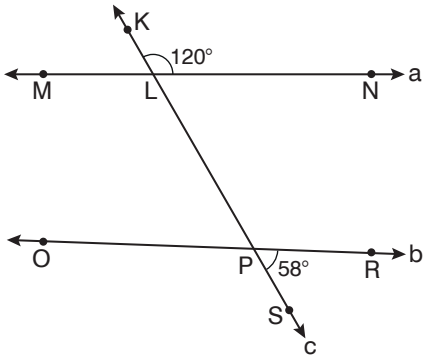
$m(\widehat{EBA}) + 50° - 50° = 180° - 50°$

$m(\widehat{EBA}) = 130°$

$m(\widehat{EBA}) = m(\widehat{DFE}) = 130°$ olduğundan $\widehat{EBA}$ ve $\widehat{DFE}$ yöndeş açılardır ve bu durumda m ile n doğruları paraleldir.

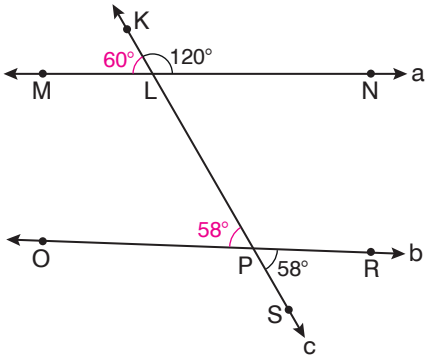
Örnek

Yandaki şekilde $m(\widehat{KLN}) = 120°$ ve $m(\widehat{RPS}) = 58°$ dir. Buna göre a ile b doğrularının paralel olup olmadığını belirleyelim.



Çözüm

$\widehat{KLM}$ ile $\widehat{KLN}$ bütünler açılardır. Öyleyse $\widehat{KLM}$ ile $\widehat{KLN}$'nın ölçüleri toplamı 180° dir.



$$m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{KLN}) = 180°$$

$$m(\widehat{KLM}) + 120° = 180°$$

$$m(\widehat{KLM}) + 120° - 120° = 180° - 120°$$

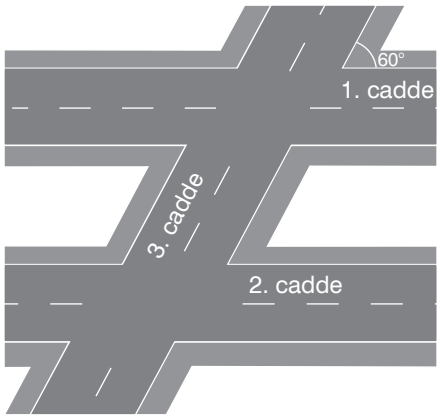
$$m(\widehat{KLM}) = 60°$$

$\widehat{RPS}$ ve $\widehat{OPL}$ ters açılardır. Öyleyse $\widehat{RPS}$ ile $\widehat{OPL}$'nın ölçüleri eşit ve $m(\widehat{OPL}) = 58°$ dir.

$m(\widehat{KLM})$ ile $m(\widehat{OPL})$ eşit olmadığından $\widehat{KLM}$ ile $\widehat{OPL}$ yöndeş açılar değildir ve bu durumda a ile b doğruları paralel değildir.

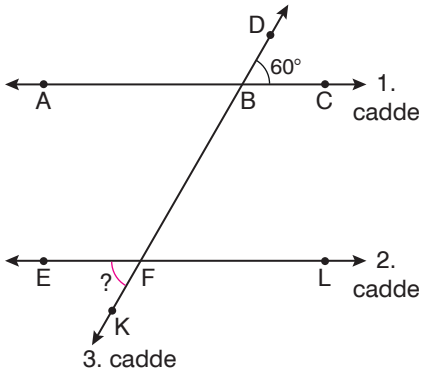
Örnek

Başak; kendi mahallesindeki 1, 2 ve 3. caddeleri yandaki gibi çiziyor. Çizimdeki 1. cadde ile 2. cadde paraleldir. 1. cadde ile 3. caddenin oluşturduğu dar açının ölçüsü 60° dir. Başak, 2. cadde ile 3. caddenin oluşturduğu dar açının ölçüsünü belirlemek istiyor. Buna göre Başak'ın belirlemek istediği açı ölçüsünü bulalım.



Çözüm

Başak'ın çizdiği 1, 2 ve 3. caddeler yandaki gibi doğrularla modellenebilir.



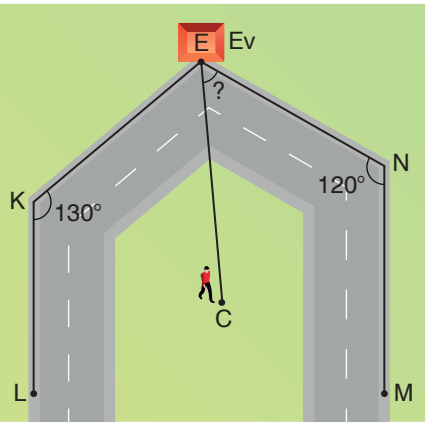
$\widehat{DBC}$ ile $\widehat{KFE}$ dış ters açılardır. Öyleyse $\widehat{DBC}$ ile $\widehat{KFE}$'nın ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{KFE}) = m(\widehat{DBC}) = 60°$$

Buna göre Başak'ın belirlemek istediği açı ölçüsü 60° dir.

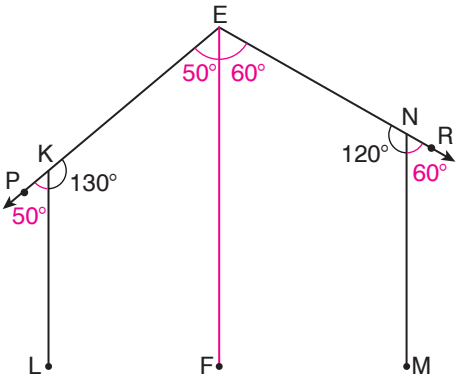
Örnek

Cihan'ın evi ile evinin önündeki yollar ve bu yolların oluşturduğu açılar yandaki görselde verilmiştir. Görseldeki $m(\widehat{EKL}) = 130°$, $m(\widehat{ENM}) = 120°$ dir. Cihan, E noktasındaki evinden çıkıp $\widehat{KEN}$'nın açıortayı boyunca yürüyor. [KL] // [NM] olduğuna göre görseldeki "?" ile gösterilen açının ölçüsünü bulalım.



Çözüm

Cihan'ın evi E noktası ile belirtilmek üzere ev ile yollar yandaki gibi modellenebilir. Modelde, [KL] // [NM] // [EF] olmak üzere bir [EF] çizilmiştir.



$\widehat{LKE}$ ile $\widehat{LKP}$, bütünler açı olduğundan bu açıların ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{LKE}) + m(\widehat{LKP}) = 180°$$

$$130° + m(\widehat{LKP}) = 180°$$

$$130° + m(\widehat{LKP}) - 130° = 180° - 130°$$

$$m(\widehat{LKP}) = 50°$$

$\widehat{LKP}$ ile $\widehat{KEF}$, yöndeş açılardır. Bundan dolayı $m(\widehat{KEF}) = 50°$ dir.

$\widehat{MNE}$ ile $\widehat{MNR}$, bütünler açı olduğundan bu açıların ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{MNE}) + m(\widehat{MNR}) = 180°$$

$$120° + m(\widehat{MNR}) = 180°$$

$$120° + m(\widehat{MNR}) - 120° = 180° - 120°$$

$$m(\widehat{MNR}) = 60°$$

$\widehat{MNR}$ ile $\widehat{NEF}$, yöndeş açılardır. Bundan dolayı $m(\widehat{NEF}) = 60°$ dir.

$\widehat{KEN}$'nın ölçüsünü bulalım.

$$m(\widehat{KEN}) = m(\widehat{KEF}) + m(\widehat{NEF})$$

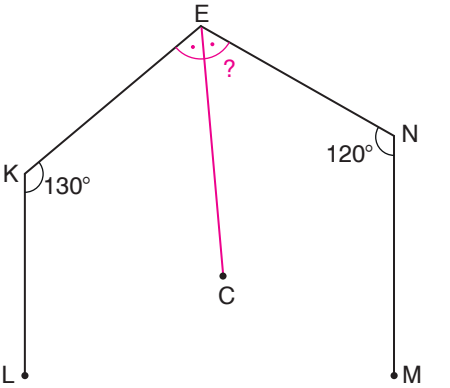
$$m(\widehat{KEN}) = 50° + 60°$$

$$m(\widehat{KEN}) = 110°$$

Cihan, yandaki [EC] açıortayı boyunca yürüyor. Buna göre

$$m(\widehat{CEN}) = m(\widehat{CEK}) = \frac{m(\widehat{KEN})}{2} = \frac{110°}{2} = 55° \text{ olur.}$$

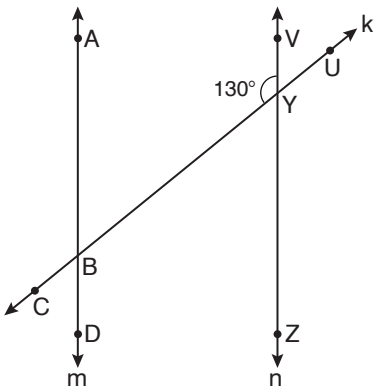
Görselde "?" ile gösterilen açı ölçüsü 55° dir.



Alıştırmalar

1. Yandaki şekilde m ile n doğruları paraleldir ve k doğrusu bu doğruları kesmektedir.

$m(\widehat{VYB}) = 130°$ olduğuna göre aşağıda belirtilen açı ölçüleri ile bu açı ölçülerinin değerlerini eşleştiriniz.



$m(\widehat{ABY}) =$

$m(\widehat{UYZ}) =$

$m(\widehat{ABC}) =$

$m(\widehat{VYU}) =$

$m(\widehat{DBC}) =$

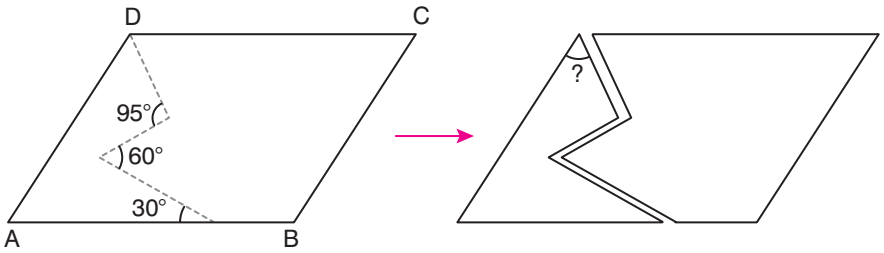
$m(\widehat{UYB}) =$

50°

130°

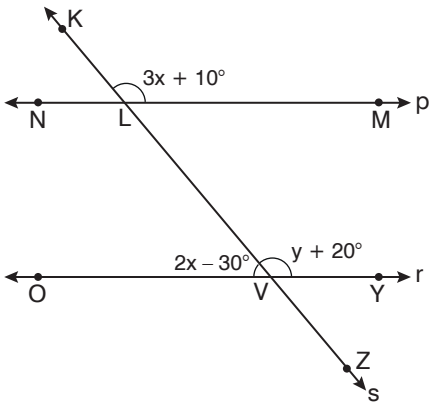
180°

2.

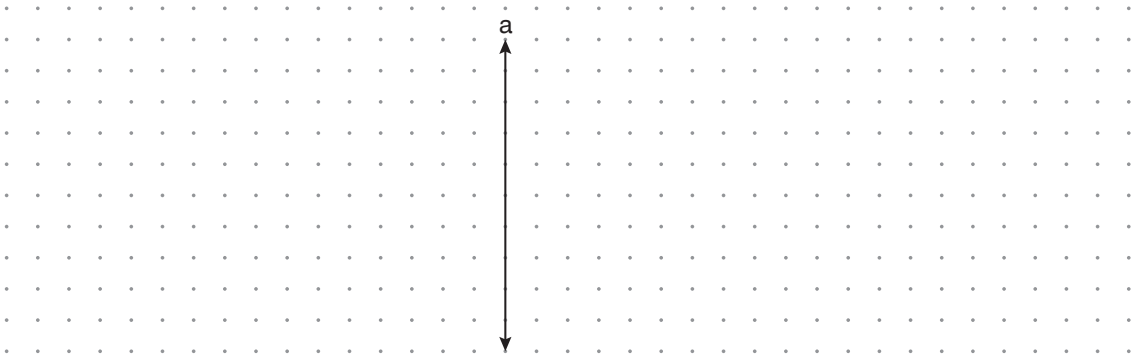


Vedat, yukarıda verilen paralelkenar şeklindeki kartonu noktalı yerden kesip iki parçaya ayırmıştır. Şekildeki $\widehat{ADC}$'nın ölçüsü 130° olduğuna göre "?" ile gösterilen açının ölçüsü kaç derecedir?

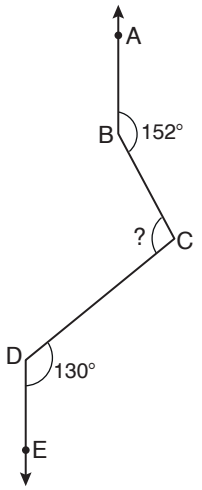
3. Yandaki şekilde p // r ve s doğrusu, p ile r doğrularını kesmektedir. $m(\widehat{KLM}) = 3x + 10°$, $m(\widehat{LVO}) = 2x - 30°$ ve $m(\widehat{LVY}) = y + 20°$ olduğuna göre x + y toplamı kaç derecedir?



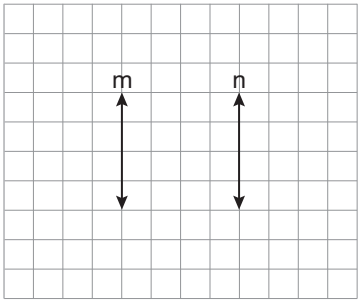
4. Noktalı kâğıttaki a doğrusuna paralel olan iki doğru, çakışık olan bir doğru ve a doğrusunu birer noktada kesen iki farklı doğru çiziniz.



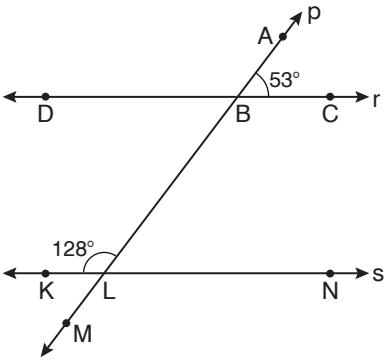
5. Yandaki şekilde $[DE // [BA$, $m(\widehat{ABC}) = 152°$ ve $m(\widehat{CDE}) = 130°$ olduğuna göre $m(\widehat{BCD})$'nü bulunuz.



6. Yandaki kareli kâğıtta verilen m ile n doğrularının paralel olup olmadığını belirleyiniz.



7. Yandaki şekilde p doğrusu, r ile s doğrularını kesmektedir.
$m(\widehat{ABC}) = 53°$ ve $m(\widehat{KLB}) = 128°$ dir.
Buna göre r ile s doğrularının paralel olup olmadığını belirleyiniz.



ÇOKGENLER

Düzgün Çokgenler

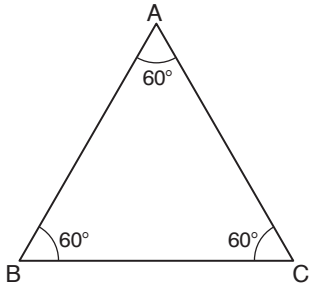
Trafikte karşımıza çıkan trafik işaretleri; yasakları, tehlikeli durumları, kuralları ve bazı bilgileri içermektedir. Bu trafik işaretlerinden birkaçı yukarıda verilmiştir.

Görsellerdeki trafik işaretleri hangi şekillere benzemektedir? Şekillerin ortak özellikleri belirlenirken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

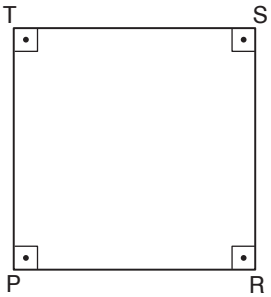
Hatırlatma

Eşkenar üçgen ile karenin tüm kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri eşittir.

Yandaki ABC eşkenar üçgeninin kenar uzunlukları eşittir ve her bir iç açısının ölçüsü 60° dir.



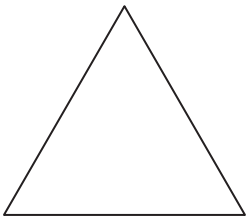
Yandaki PRST karesinin kenar uzunlukları eşittir ve her bir iç açısının ölçüsü 90° dir.

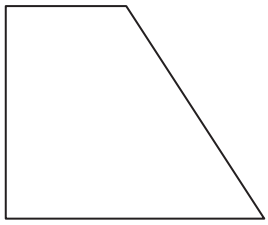


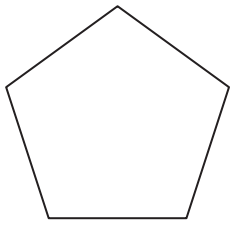
Hatırlatma

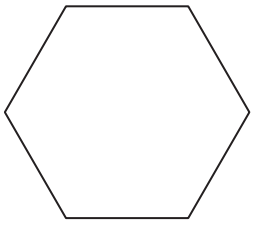
En az üç doğru parçasının uç uca birleştirilmesiyle oluşturulan kapalı şekillere **çokgen** adı verilir.

Çokgenler, kenar sayılarına göre isimlendirilirler.


Üçgen

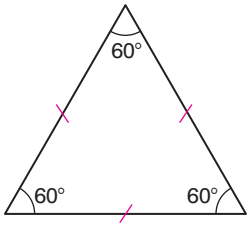

Dörtgen


Beşgen

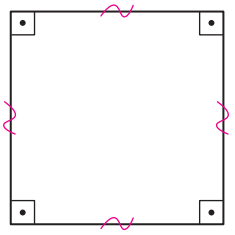

Altıgen

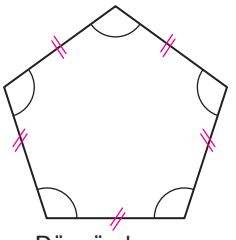
Bilgi Kutusu

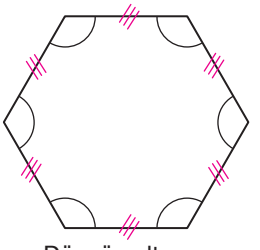
Tüm kenar uzunlukları eşit ve iç açıları eş olan çokgenlere **düzgün çokgen** adı verilir.



Eşkenar üçgen

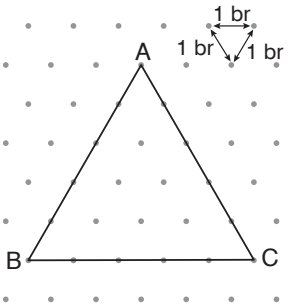

Kare


Düzgün beşgen


Düzgün altıgen

Örnek

Yandaki izometrik kâğıtta verilen ABC üçgeninin iç açı ve kenar özelliklerini inceleyelim.



Çözüm

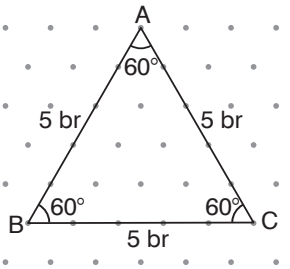
İzometrik kâğıttaki ABC üçgeninin iç açı ölçüleri birbirine eşittir ve 60° dir.

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60°$

ABC üçgeninin kenar uzunlukları birbirine eşittir ve 5 br'dir.

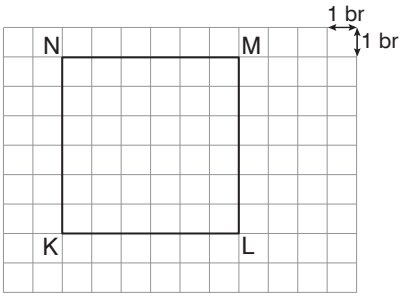
$|AB| = |AC| = |BC| = 5$ br

İç açı ölçüleri ve kenar uzunlukları birbirine eşit olan ABC üçgeni düzgün çokgendir ve eşkenar üçgendir.



Örnek

Yandaki kareli kâğıtta verilen KLMN dörtgeninin iç açı ve kenar özelliklerini inceleyelim.



Çözüm

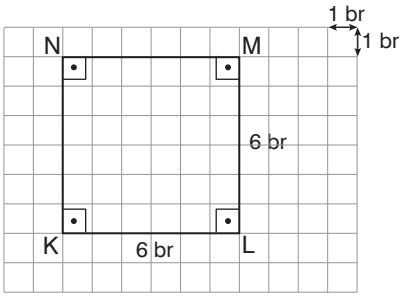
KLMN dörtgeninin iç açı ölçüleri birbirine eşittir ve 90° dir.

$m(\widehat{K}) = m(\widehat{L}) = m(\widehat{M}) = m(\widehat{N}) = 90°$

KLMN dörtgeninin kenar uzunlukları birbirine eşittir ve 6 br'dir.

$|KL| = |LM| = |MN| = |NK| = 6$ br

İç açı ölçüleri ve kenar uzunlukları birbirine eşit olan KLMN dörtgeni düzgün çokgendir ve karedir.



Örnek

Celal'in oynadığı zemini düzgün beşgen şeklindeki park görselde verilmiştir. Bu parkın bir kenar uzunluğu 30 m olduğuna göre Celal'in oynadığı parkın çevre uzunluğunu bulalım.

Çözüm

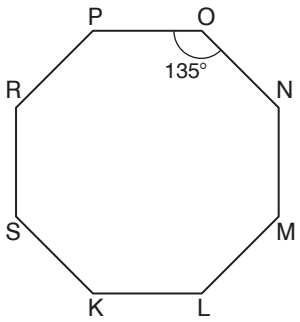
Celal'in oynadığı düzgün beşgen şeklindeki parkın zemininin bir kenarının uzunluğu 30 m olarak verilmiştir. Düzgün beşgenin tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre düzgün beşgenin çevre uzunluğu bulunurken kenar uzunlukları toplanır veya bir kenar uzunluğu 5 ile çarpılır.

Çevre uzunluğu $= 5 \cdot 30 = 150$ m

Celal'in oynadığı parkın zemininin çevre uzunluğu 150 m'dir.

Örnek

Cansu, ödevini yaparken yandaki düzgün sekizgeni defterine çiziyor. Cansu'nun defterine çizdiği KLMNOPRS sekizgeninde $m(\widehat{NOP}) = 135°$ olduğuna göre düzgün sekizgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.



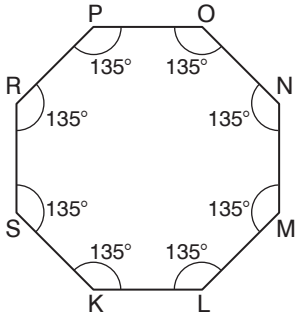
Çözüm

Cansu'nun defterine çizdiği düzgün sekizgende $m(\widehat{NOP}) = 135°$ olduğuna göre düzgün sekizgenin diğer iç açılarının ölçüleri de 135° dir.

Buna göre KLMNOPRS düzgün sekizgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı bulunurken 8 ile $m(\widehat{NOP})$ çarpılır.

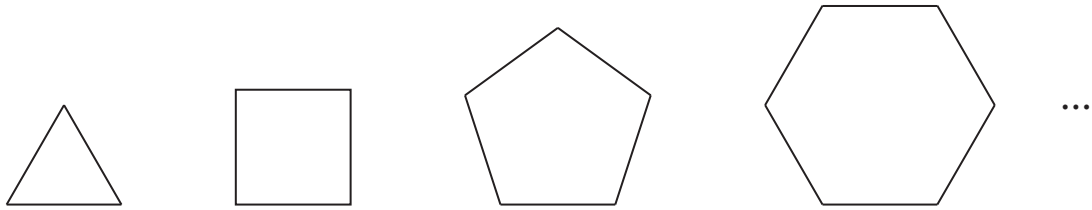
$8 \cdot m(\widehat{NOP}) = 8 \cdot 135° = 1080°$

Cansu'nun defterine çizdiği KLMNOPRS düzgün sekizgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 1080° dir.



Alıştırmalar

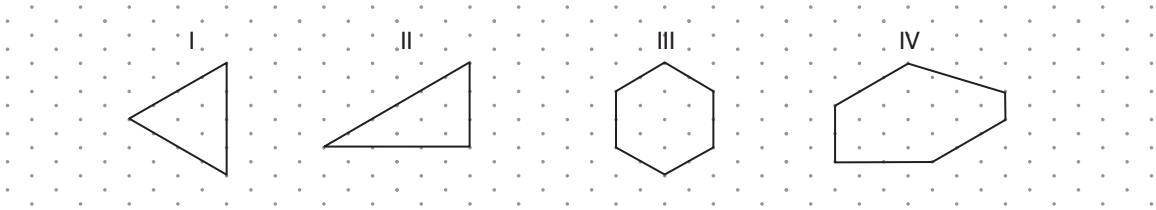
1. Çağlar, bazı düzgün çokgenleri kullanarak aşağıdaki şekil örüntüsünü oluşturuyor.



1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

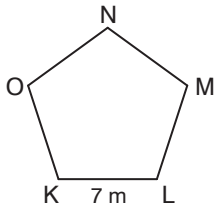
Çağlar'ın oluşturduğu şekil örüntüsündeki düzgün çokgenlerin her birinin bir kenar uzunlukları eşit ve 2 br'dir. Buna göre örüntünün ilk 6 adımındaki düzgün çokgenlerin çevre uzunluklarının toplamı kaç br'dir?

2. İzometrik kâğıttaki numaralandırılmış üçgen ve altıgenlerden düzgün çokgen olanları belirleyiniz.

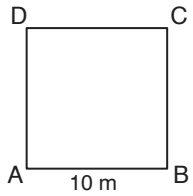


3. Aşağıda birer kenar uzunlukları verilen düzgün çokgenlerin çevre uzunluklarını bulunuz.

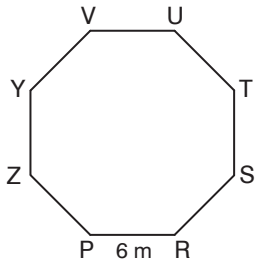
a)



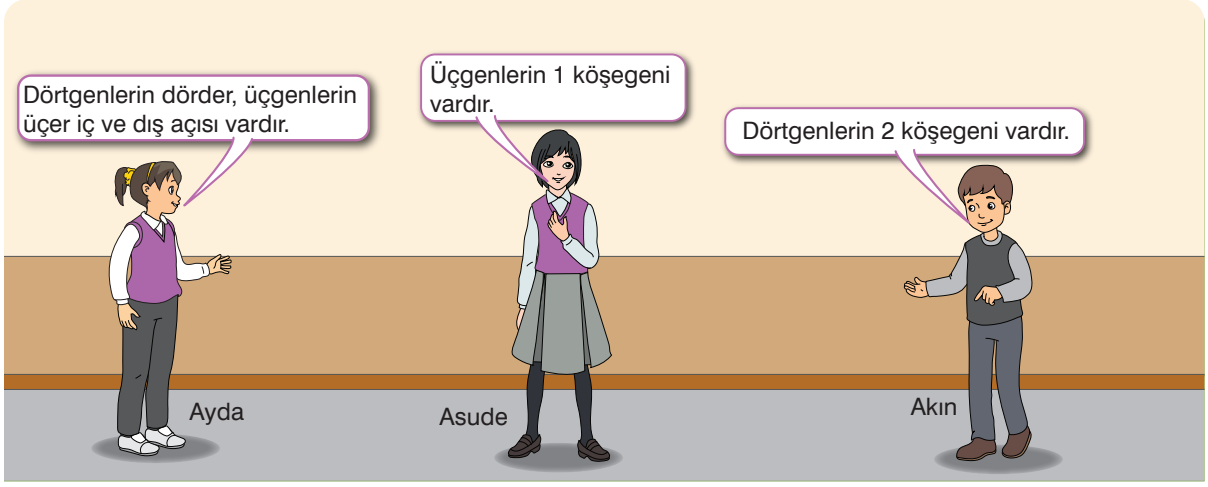
b)



c)



Çokgenlerin Köşegenleri ile İç ve Dış Açıları



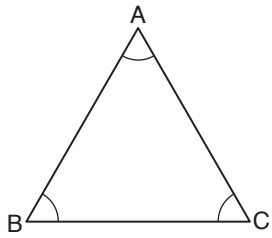
Ayda, Asude ve Akın; üçgen ve dörtgenlerin iç açı, dış açı ve köşegenleri ile ilgili fikirlerini söylüyorlar. Ayda, Asude ve Akın'ın görselde belirttikleri yorumlardan hangisi doğru değildir? Nedenini açıklayınız.

Hatırlatma

Bir üçgenin iç açı ölçülerinin toplamı 180° dir.

Yandaki ABC üçgeninin iç açıları $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ ve $\widehat{C}$ olmak üzere

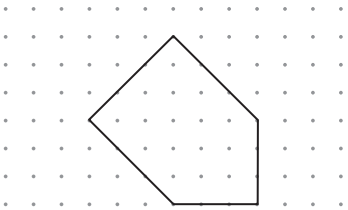
$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$ dir.



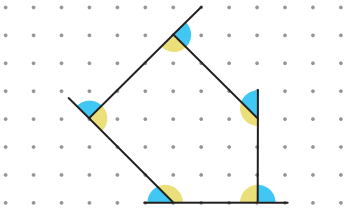
Etkinlik

Araç Gereç: Noktalı kâğıt, açıölçer, boya kalemleri

- Noktalı kâğıda, köşeleri noktaların üzerinde olacak şekilde 1. şekildeki gibi bir çokgen çiziniz.
- Çokgenin içinde kalan açıları sarıya, sarı açıların bütünleri olan birer açıyı maviye 2. şekildeki gibi boyayınız.
- Sarı ve mavi açılar, çokgenin hangi açıları olarak isimlendirilebilir? Açıklayınız.
- Çokgendeki sarı açıların ölçülerini açıölçer kullanarak belirleyiniz.
- Belirlediğiniz açı ölçülerinin toplamını not ediniz.
- Çokgendeki mavi açıların ölçülerini açıölçer kullanarak belirleyiniz.
- Belirlediğiniz açı ölçülerinin toplamını not ediniz.

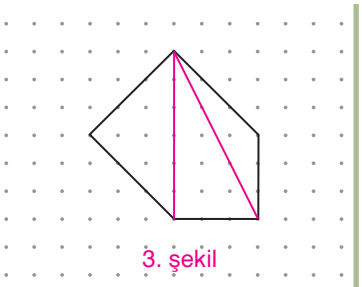


1. şekil



2. şekil

- Çokgenin bir köşesinden diğer köşelerine 3. şekildeki gibi doğru parçaları çiziniz.
- Çokgende kaç adet üçgen oluştu? Üçgenlerin iç açı ölçülerinin toplamı ile not ettiğiniz sarı açıların ölçülerinin toplamını karşılaştırınız.
- Bir üçgenin iç açı ölçülerinin toplamı 180° olduğundan elde edilen 3 üçgenin iç açılarının toplamına eşit olduğunu fark ettiniz mi?
- Yaptığınız karşılaştırmaya göre bir çokgenin iç açı ölçülerinin toplamını bulmaya yönelik genel bir ifade yazınız.

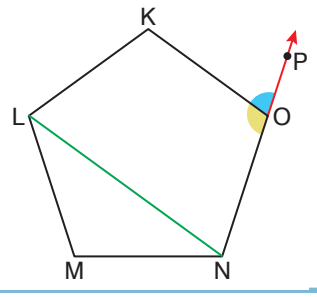

3. şekil

- Noktalı kâğıda kenar sayısı birbirinden ve şekildekinden farklı iki adet daha çokgen çiziniz.
- Çokgenlerin içlerinde kalan açıları sarıya, sarı açıların bütünleri olan birer açıyı maviye 2. şekildeki gibi boyayınız.
- Üç çokgen için mavi açıların ölçüleri toplamlarını karşılaştırınız.
- Yaptığınız karşılaştırmalara göre bir çokgenin dış açı ölçülerinin toplamını bulmaya yönelik genel bir ifade yazınız.
- Yazdığınız ifadeleri arkadaşlarınızla paylaşınız.

Bilgi Kutusu

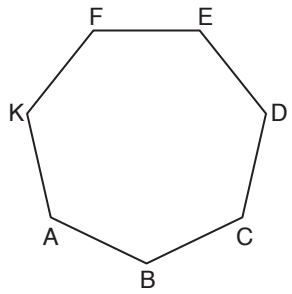
Bir çokgenin ardışık iki kenarının oluşturduğu açıya **iç açı**, bu açının bütünlerine de **dış açı** denir. Yandaki çokgenin bir iç açısı sarı ve bir dış açısı mavi ile gösterilmiştir.

Bir çokgenin ardışık olmayan iki köşesini birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir. Yandaki çokgenin bir köşegeni yeşil ile çizilmiştir.



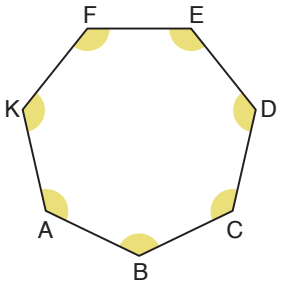
Örnek

Yandaki çokgenin iç açılarını belirleyelim.



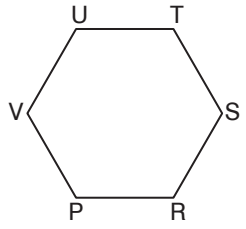
Çözüm

Yandaki çokgenin 7 kenarı vardır. Bundan dolayı çokgen, ABCDEFK yedigeni olarak adlandırılır. ABCDEFK yedigeninin iç açıları yanda sarı renkle gösterilmiştir. ABCDEFK yedigeninin 7 adet iç açısı vardır.



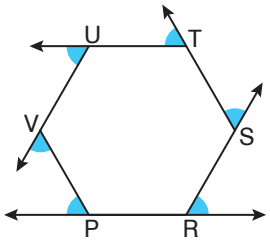
Örnek

Yandaki çokgenin her bir köşesindeki birer dış açısını belirleyelim.



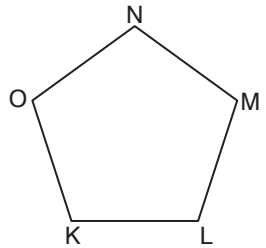
Çözüm

Yandaki çokgenin 6 kenarı vardır. Bundan dolayı çokgen, PRSTUV altıgeni olarak adlandırılır. PRSTUV altıgeninin her bir köşesinde yer alan birer dış açısı yanda mavi renkle gösterilmiştir. PRSTUV altıgeninin 6 adet dış açısı vardır.



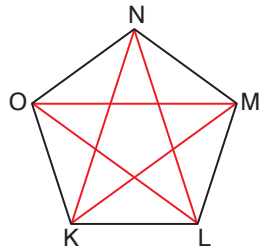
Örnek

Yandaki çokgenin köşegenlerini belirleyelim.



Çözüm

Yandaki çokgenin 5 kenarı vardır. Bundan dolayı çokgen, KLMNO beşgeni olarak adlandırılır. KLMNO beşgeninin köşegenleri yanda kırmızı renkle gösterilmiştir. KLMNO beşgeninin 5 adet köşegeni vardır.



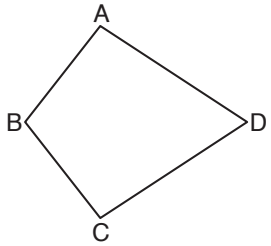
Bilgi Kutusu

- Bir çokgenin kenar sayısı n olmak üzere iç açılarının ölçüleri toplamı, $(n - 2) \cdot 180°$ bağıntısı ile hesaplanır.
- Her çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

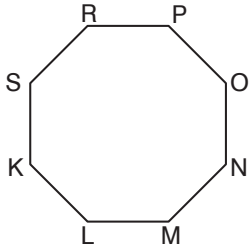
Örnek

Aşağıda verilen çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

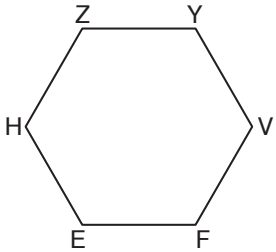
a)



b)



c)



Çözüm

a) ABCD dörtgeninin 4 kenarı olduğundan $n = 4$ olur. $(n - 2) \cdot 180°$ bağıntısında n yerine 4 yazalım.

$(4 - 2) \cdot 180° = 2 \cdot 180° = 360°$ (ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.)

b) KLMNOPRS sekizgeninin 8 kenarı olduğundan $n = 8$ olur. $(n - 2) \cdot 180°$ bağıntısında n yerine 8 yazalım.

$(8 - 2) \cdot 180° = 6 \cdot 180° = 1080°$ (KLMNOPRS sekizgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 1080° dir.)

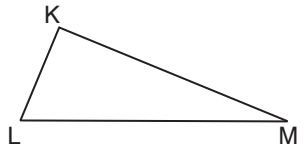
c) EFVYZH altıgeninin 6 kenarı olduğundan $n = 6$ olur. $(n - 2) \cdot 180°$ bağıntısında n yerine 6 yazalım.

$(6 - 2) \cdot 180° = 4 \cdot 180° = 720°$ (EFVYZH altıgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 720° dir.)

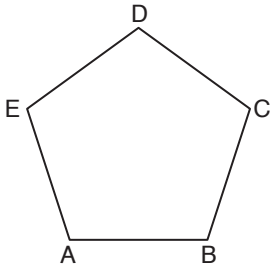
Örnek

Aşağıda verilen çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

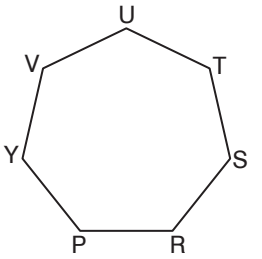
a)



b)

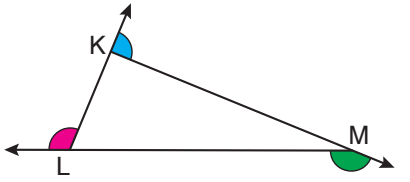


c)

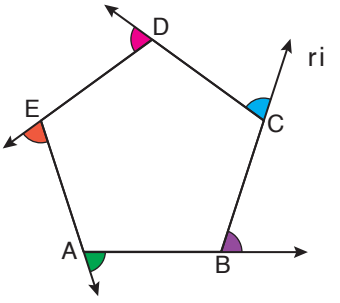


Çözüm

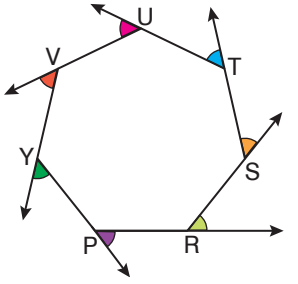
a) KLM üçgeninin dış açıları yanda verilmiştir. KLM üçgeninin dış açılarını köşelerinden birleştirdiğimizde dış açıların ölçüleri toplamının 360° olduğu görülür.



b) ABCDE beşgeninin dış açıları yanda verilmiştir. ABCDE beşgeninin dış açılarını köşelerinden birleştirdiğimizde dış açıların ölçüle- toplamının 360° olduğu görülür.



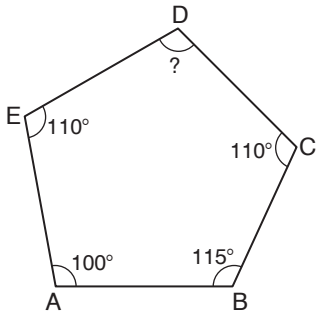
c) PRSTUVY yedigeninin dış açıları yanda verilmiştir. PRSTUVY yedigeninin dış açılarını köşelerinden birleştirdiğimizde dış açıların ölçüleri toplamının 360° olduğu görülür.



Örnek

Yandaki ABCDE beşgeninde $m(\widehat{DEA}) = 110°$, $m(\widehat{EAB}) = 100°$,

$m(\widehat{ABC}) = 115°$, $m(\widehat{BCD}) = 110°$ ise $m(\widehat{CDE})$'nü bulalım.



Çözüm

Önce bir beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

$n = 5$ değerini $(n - 2) \cdot 180°$ bağıntısında yerine yazalım.

$$(n - 2) \cdot 180° = (5 - 2) \cdot 180°$$
$$= 3 \cdot 180°$$
$$= 540°$$

ABCDE beşgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı $540°$ dir.

Sonra verilen iç açı ölçülerinin toplamını bulalım.

$$m(\widehat{DEA}) + m(\widehat{EAB}) + m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{BCD}) = 110° + 100° + 115° + 110°$$
$$= 435°$$

Son olarak $540°$ den $435°$ yi çıkararak $m(\widehat{CDE})$'nü bulalım.

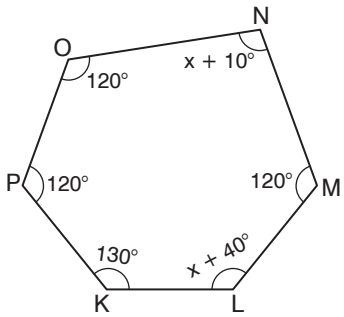
$$m(\widehat{CDE}) = 540° - 435°$$
$$= 105°$$

Örnek

Yandaki KLMNOP altıgeninde $m(\widehat{PKL}) = 130°$,

$m(\widehat{KLM}) = x + 40°$, $m(\widehat{LMN}) = 120°$, $m(\widehat{MNO}) = x + 10°$,

$m(\widehat{NOP}) = 120°$ ve $m(\widehat{OPK}) = 120°$ dir. Buna göre x değerini bulalım.



Çözüm

Önce KLMNOP altıgeninin iç açı ölçülerinin toplamını bulalım.

$n = 6$ değerini $(n - 2) \cdot 180°$ bağıntısında yerine yazalım.

$$(n - 2) \cdot 180° = (6 - 2) \cdot 180°$$
$$= 4 \cdot 180°$$
$$= 720°$$

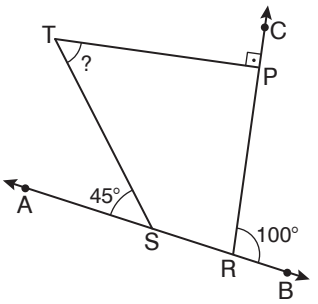
KLMNOP altıgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı $720°$ dir.

KLMNOP altıgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını 720°ye eşitleyelim.

$$130° + x + 40° + 120° + x + 10° + 120° + 120° = 720°$$
$$2x + 540° = 720°$$
$$2x + 540° - 540° = 720° - 540°$$
$$2x = 180°$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{180°}{2}$$
$$x = 90°$$

Örnek

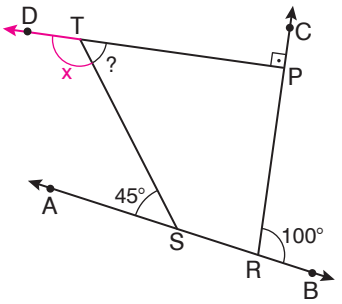
Yandaki PRST dörtgeninde $m(\widehat{AST}) = 45°$, $m(\widehat{BRP}) = 100°$ ve $m(\widehat{CPT}) = 90°$dir. Buna göre $m(\widehat{STP})$'nü bulalım.



Çözüm

D, T ve P doğrusal olacak biçimde [TD'nı çizelim. PRST dörtgeninde $\widehat{AST}$, $\widehat{BRP}$, $\widehat{CPT}$ ve $\widehat{DTS}$ birer dış açıdır. Bir dörtgenin dış açılarının ölçüleri toplamı her zaman 360°ye eşittir. PRST dörtgeninde $m(\widehat{DTS}) = x$ olmak üzere dış açıların ölçüleri toplamını 360°ye eşitleyelim.

$$m(\widehat{AST}) + m(\widehat{BRP}) + m(\widehat{CPT}) + m(\widehat{DTS}) = 360°$$
$$45° + 100° + 90° + x = 360°$$
$$235° + x = 360°$$
$$235° + x - 235° = 360° - 235°$$
$$x = 125°$$



Bir çokgende bulunan bir köşedeki bir iç açı ile bir dış açının ölçüleri toplamı 180°dir.

$$m(\widehat{DTS}) + m(\widehat{STP}) = 180°$$
$$125° + m(\widehat{STP}) = 180°$$
$$125° + m(\widehat{STP}) - 125° = 180° - 125°$$
$$m(\widehat{STP}) = 55°$$

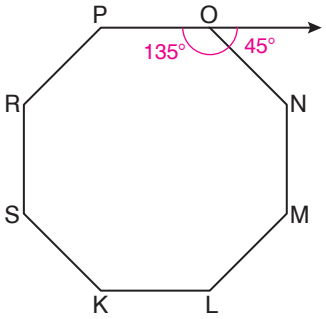
Bilgi Kutusu

- Bir düzgün çokgenin kenar sayısı n olmak üzere bir dış açısının ölçüsü $\frac{360°}{n}$ ile bulunur.

Örnek

Bir düzgün sekizgenin birer iç ve dış açısının ölçüsünü bulalım.

Çözüm



Yandaki KLMNOPRS düzgün sekizgeninin birbirine eş 8 iç açısı vardır. KLMNOPRS sekizgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

$n = 8$ değerini $(n-2)\cdot 180°$ bağıntısında yerine yazalım.

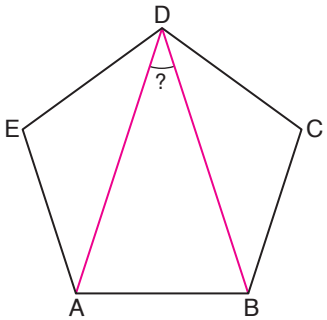
$(n-2)\cdot 180° = (8-2)\cdot 180° = 6\cdot 180° = 1080°$

KLMNOPRS düzgün sekizgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 1080° olduğuna göre bir iç açısının ölçüsü $\frac{1080°}{8} = 135°$ dir.

KLMNOPRS düzgün sekizgeninin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğuna göre bir dış açısının ölçüsü $\frac{360°}{8} = 45°$ dir.

Örnek

Yandaki ABCDE düzgün beşgeninde $m(\widehat{ADB})$'nü bulalım.



Çözüm

ABCDE düzgün beşgeninin kenar uzunlukları eşittir. Buna göre $\widehat{DEA}$ ve $\widehat{DCB}$ ikizkenar üçgendir.

Önce ABCDE düzgün beşgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

$n = 5$ değerini $(n-2)\cdot 180°$ bağıntısında yerine yazalım.

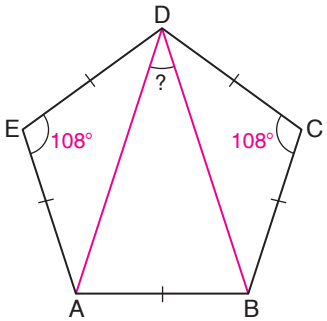
$(n-2)\cdot 180° = (5-2)\cdot 180° = 3\cdot 180° = 540°$

ABCDE düzgün beşgeninin iç açı ölçülerinin toplamı 540° olduğuna göre bir iç açısının ölçüsü $\frac{540°}{5} = 108°$ dir.

DEA ve DCB ikizkenar üçgenlerinde $m(\widehat{DEA}) = m(\widehat{DCB}) = 108°$ dir.

DEA ikizkenar üçgeninde EDA ve EAD açılarının ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{EDA}) = m(\widehat{EAD})$$

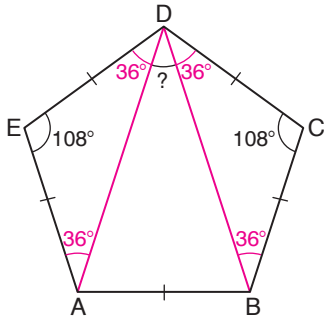


DEA ikizkenar üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını 180°ye eşitleyelim.

$$m(\widehat{DEA}) + m(\widehat{EDA}) + m(\widehat{EAD}) = 180°$$
$$108° + m(\widehat{EDA}) + m(\widehat{EDA}) = 180°$$
$$108° + 2 \cdot m(\widehat{EDA}) = 180°$$
$$108° + 2 \cdot m(\widehat{EDA}) - 108° = 180° - 108°$$
$$2 \cdot m(\widehat{EDA}) = 72° \longrightarrow \frac{2 \cdot m(\widehat{EDA})}{2} = \frac{72°}{2} \longrightarrow m(\widehat{EDA}) = 36°$$

DCB ikizkenar üçgeninde CDB ve CBD açılarının ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{CBD})$$



DCB ikizkenar üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını 180°ye eşitleyelim.

$$m(\widehat{DCB}) + m(\widehat{CDB}) + m(\widehat{CBD}) = 180°$$
$$108° + m(\widehat{CDB}) + m(\widehat{CDB}) = 180°$$
$$108° + 2 \cdot m(\widehat{CDB}) = 180°$$
$$108° + 2 \cdot m(\widehat{CDB}) - 108° = 180° - 108°$$
$$2 \cdot m(\widehat{CDB}) = 72° \longrightarrow \frac{2 \cdot m(\widehat{CDB})}{2} = \frac{72°}{2} \longrightarrow m(\widehat{CDB}) = 36°$$

$\widehat{EDC}$'nın ölçüsü; EDA, ADB ve CDB açılarının ölçüleri toplamına eşittir.

$$m(\widehat{EDA}) + m(\widehat{ADB}) + m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{EDC})$$
$$36° + m(\widehat{ADB}) + 36° = 108°$$
$$m(\widehat{ADB}) + 72° = 108°$$
$$m(\widehat{ADB}) + 72° - 72° = 108° - 72°$$
$$m(\widehat{ADB}) = 36°$$

Örnek

Enes, defterine iç açılarının ölçüleri toplamı 1260° olan bir düzgün çokgen çiziyor. Buna göre Enes'in defterine çizdiği düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsünü bulalım.

Çözüm

Bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2) \cdot 180°$ bağıntısı ile bulunabilir. Bundan dolayı $(n-2) \cdot 180°$ ifadesini 1260°ye eşitleyelim.

$$(n-2) \cdot 180° = 1260°$$
$$\frac{(n-2) \cdot 180°}{180°} = \frac{1260°}{180°}$$
$$n - 2 = 7$$
$$n = 9$$

Enes, defterine bir düzgün dokuzgen çizmiştir. Düzgün dokuzgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360°dir.

Buna göre Enes'in defterine çizdiği düzgün dokuzgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360°}{9} = 40°$ dir.

Örnek

Bir dış açısının ölçüsü 15° olan bir düzgün çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

Çözüm

Çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir. Kenar sayısı n olan bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360°}{n}$ bağıntısı ile bulunur.

$$\frac{360°}{n} = 15°$$

$$15° \cdot n = 360°$$

$$\frac{15° \cdot n}{15°} = \frac{360°}{15°}$$

$$n = 24$$

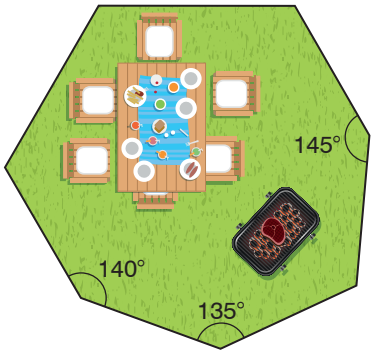
Düzgün çokgenin 24 kenarı vardır. $n = 24$ değerini $(n - 2) \cdot 180°$ bağıntısında yerine yazalım.

$$(n - 2) \cdot 180° = (24 - 2) \cdot 180° = 22 \cdot 180° = 3960°$$

Bir dış açısının ölçüsü 15° olan bir düzgün çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 3960° dir.

Örnek

Bir belediye, zemini yedigen şeklinde olan bir piknik alanı yapmıştır. Piknik alanının zeminine ait bazı iç açıların belirtildiği görsel yanda verilmiştir. Görselde verilmeyen dört iç açının ölçüleri eşittir. Buna göre görselde verilmeyen eş açılardan her birinin ölçüsünü bulalım.



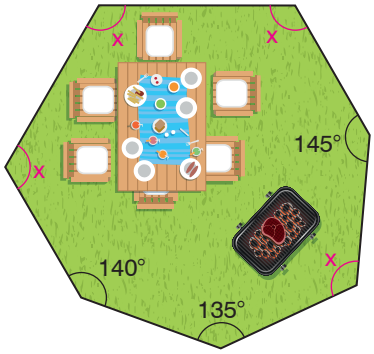
Çözüm

Önce yedigenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

$n = 7$ değerini $(n - 2) \cdot 180°$ bağıntısında yerine yazalım.

$$(n - 2) \cdot 180° = (7 - 2) \cdot 180° = 5 \cdot 180° = 900°$$

Görselde verilmeyen eş açılardan her birinin ölçüsü x olsun. Yedigen şeklindeki zeminin iç açılarının ölçüleri toplamını 900° ye eşitleyelim.



$$x + x + x + x + 135° + 140° + 145° = 900°$$

$$4x + 420° = 900°$$

$$4x + 420° - 420° = 900° - 420°$$

$$4x = 480°$$

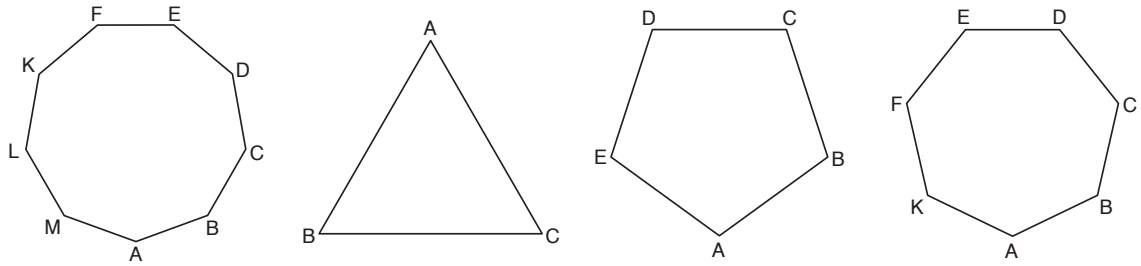
$$\frac{4x}{4} = \frac{480°}{4}$$

$$x = 120°$$

Piknik alanının zeminine ait görselde verilmeyen eş açılardan her birinin ölçüsü 120° dir.

Alıştırmalar

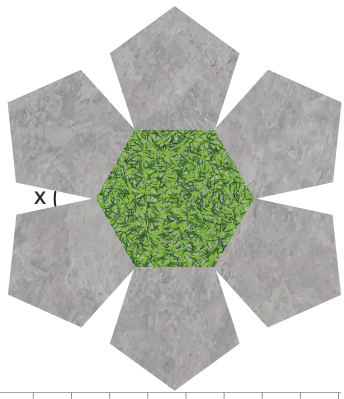
1. Aşağıda verilen çokgenler ile bu çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamları eşleştirildiğinde hangi açı ölçüsü açıkta kalır?



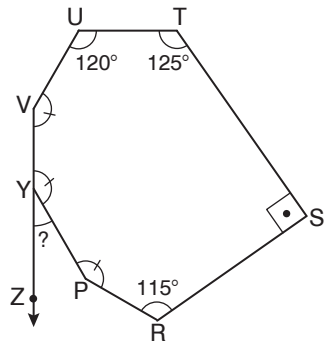
180° | 540° | 720° | 900° | 1260°

2. Aşağıdaki izometrik kâğıda birer üçgen ve altıgen çiziniz. Çizdiğiniz üçgen ve altıgenin birer iç ve dış açısını mavi kalemle belirleyiniz. Köşegenleri kırmızı kalemle gösteriniz.

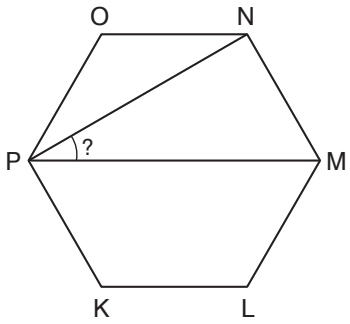
3. Düzgün altıgen şeklindeki bir yeşil alanın çevresine, kenarları ile çakışan altı adet düzgün beşgen şeklinde taşlar yandaki gibi döşeniyor. Buna göre ardışık iki taş arasındaki açılardan birinin ölçüsü (x) kaç derecedir?



4. Yandaki PRSTUVY yedigeninde $m(\widehat{TUV}) = 120°$, $m(\widehat{STU}) = 125°$, $m(\widehat{PRS}) = 115°$, $m(\widehat{RST}) = 90°$ dir. $m(\widehat{UVY}) = m(\widehat{VYP}) = m(\widehat{YPR})$ olduğuna göre $m(\widehat{PYZ})$ kaç derecedir?

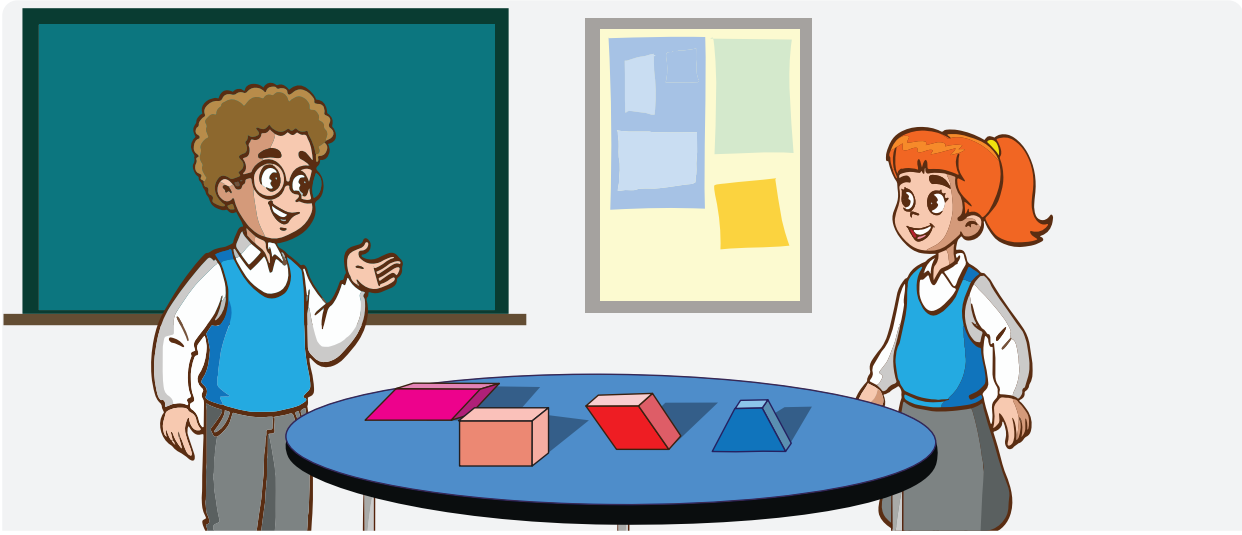


5. Yandaki KLMNOP düzgün altıgeninde $m(\widehat{NPM})$ kaç derecedir?



6. Erdal, kartondan bir dış açısının ölçüsü 45° olan düzgün çokgeni dikkatli bir şekilde kesiyor. Buna göre Erdal'ın kartondan kestiği düzgün çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?

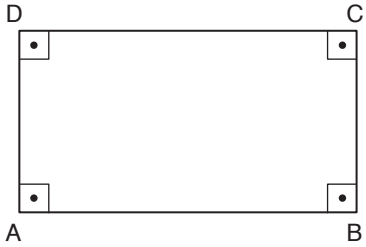
Dikdörtgen, Paralelkenar, Yamuk ve Eşkenar Dörtgen



Arda ile Ayten örüntü blokları ile farklı şekiller oluşturmak istiyorlar. Görsele göre Arda ile Ayten'in şekil oluşturmak için kullandığı örüntü bloklarının benzer ve farklı özellikleri nelerdir? Arkadaşlarınızla tartışınız.

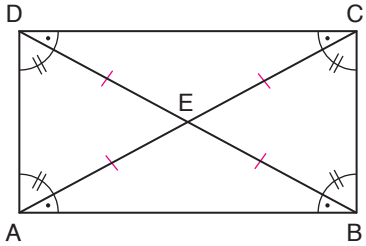
Örnek

Yanda ABCD dikdörtgeni verilmiştir. Dikdörtgeni tanıyalım ve açı özelliklerini belirleyelim.



Çözüm

Yandaki ABCD dikdörtgeninde aşağıdakiler tanımlanabilir.



- Karşılıklı kenarlar eşit uzunlukta ve birbirine paraleldir.

  $|AB| = |DC|$ ve $|AD| = |BC|$

  $[AB] // [DC]$ ve $[AD] // [BC]$

- İç açı ölçüleri eşit ve $90°$ dir.

  $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{CDA}) = 90°$ dir.

- ABCD dikdörtgeninde $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen olmak üzere köşegenler eşit uzunluktadır ve birbirini ortalar.

  $|AC| = |BD|$ olur.

  $|DE| = |CE| = |AE| = |BE|$

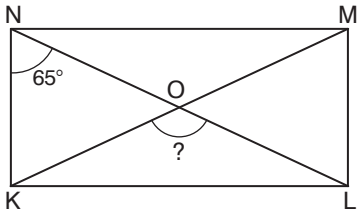
- $m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{ABE})$

  $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{CBE})$

  $m(\widehat{DEC}) = m(\widehat{AEB})$ ve $m(\widehat{CEB}) = m(\widehat{AED})$

Örnek

Yandaki KLMN dikdörtgeninde [KM] ve [LN] köşegen, $m(\widehat{KNO}) = 65°$ ise $m(\widehat{LOK})$'nü bulalım.



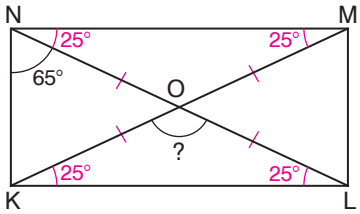
Çözüm

KLMN dikdörtgeninde,

$m(\widehat{KNO}) = 65°$ ise $m(\widehat{ONM}) = 90° - 65° = 25°$ olur.

$m(\widehat{ONM}) = m(\widehat{OMN}) = m(\widehat{OKL}) = m(\widehat{OLK}) = 25°$

LOK üçgeninin iç açı ölçülerinin toplamı 180° dir.



$$m(\widehat{OKL}) + m(\widehat{OLK}) + m(\widehat{LOK}) = 180°$$

$$25° + 25° + m(\widehat{LOK}) = 180°$$

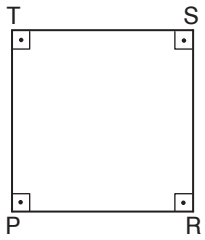
$$50° + m(\widehat{LOK}) = 180°$$

$$50° + m(\widehat{LOK}) - 50° = 180° - 50°$$

$$m(\widehat{LOK}) = 130°$$

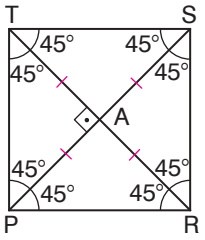
Örnek

Yanda PRST karesi verilmiştir. Kareyi tanıyalım ve açı özelliklerini belirleyelim.



Çözüm

Yandaki PRST karesinde aşağıdakiler tanımlanabilir.



- Kenar uzunlukları eşit ve karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir.

  $|PR| = |RS| = |ST| = |TP|$

  $[PR] // [ST]$ ve $[RS] // [TP]$

- İç açıları ölçüleri eşit ve 90° dir.

  $m(\widehat{TPR}) = m(\widehat{PRS}) = m(\widehat{RST}) = m(\widehat{STP}) = 90°$ dir.

- PRST karesinde [PS] ve [RT] köşegen olmak üzere köşegenler eşit uzunluktadır, dik kesişir ve birbirini ortalar.

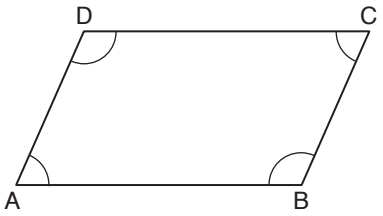
  $|PS| = |RT|$ ve $[PS] \perp [RT]$

  $|PA| = |RA| = |SA| = |TA|$

- $m(\widehat{TPA}) = m(\widehat{RPA}) = m(\widehat{PRA}) = m(\widehat{SRA}) = m(\widehat{RSA}) = m(\widehat{TSA}) = m(\widehat{STA}) = m(\widehat{PTA}) = 45°$ dir.

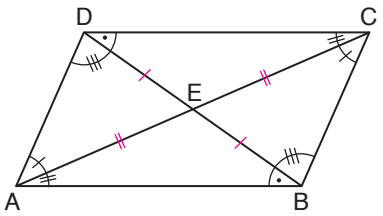
Örnek

Yanda ABCD paralelkenarı verilmiştir. Paralelkenarı tanıyalım ve açı özelliklerini belirleyelim.



Çözüm

Yandaki ABCD paralelkenarında aşağıdakiler tanımlanabilir.



- Karşılıklı kenarlar eşit uzunlukta ve birbirine paraleldir.

  $|AB| = |DC|$ ve $|AD| = |BC|$,

  $[AB] \,//\, [DC]$ ve $[AD] \,//\, [BC]$'dır.
- Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir.

  $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{BCD})$ ve $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CDA})$
- Ardışık iki açının ölçüleri toplamı $180°$ dir.

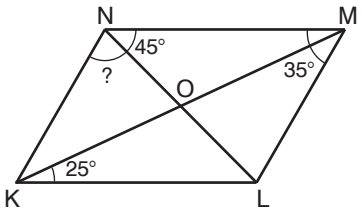
  $m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{ABC}) = 180°$ $\quad$ $m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{BCD}) = 180°$

  $m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{CDA}) = 180°$ $\quad$ $m(\widehat{BCD}) + m(\widehat{CDA}) = 180°$
- ABCD paralelkenarında $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen olmak üzere köşegenler birbirini ortalar.

  $|AE| = |CE|$ ve $|BE| = |DE|$'dur.
- $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{CBE})$
- $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{DCE})$
- $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{BCE})$
- $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{CDE})$

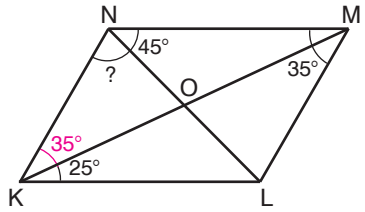
Örnek

Yandaki KLMN paralelkenarında $[KM]$ ve $[LN]$ köşegen olmak üzere $m(\widehat{OKL}) = 25°$, $m(\widehat{MNO}) = 45°$ ve $m(\widehat{LMO}) = 35°$ dir. Buna göre $m(\widehat{KNO})$'nü bulalım.



Çözüm

KLMN paralelkenarında, $m(\widehat{NKO}) = m(\widehat{LMO}) = 35°$ olur.



$m(\widehat{NKL}) = m(\widehat{NKO}) + m(\widehat{OKL}) = 35° + 25° = 60°$

$m(\widehat{NKL}) + m(\widehat{KNM}) = 180°$

$60° + m(\widehat{KNM}) = 180°$

$60° + m(\widehat{KNM}) - 60° = 180° - 60°$

$m(\widehat{KNM}) = 120°$

$m(\widehat{KNO}) + m(\widehat{MNO}) = m(\widehat{KNM})$

$m(\widehat{KNO}) + 45° = 120°$

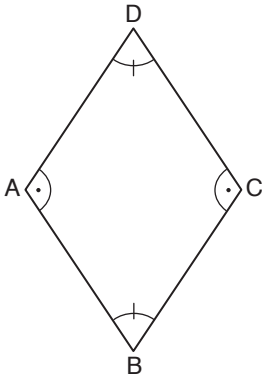
$m(\widehat{KNO}) + 45° - 45° = 120° - 45°$

$m(\widehat{KNO}) = 75°$

Örnek

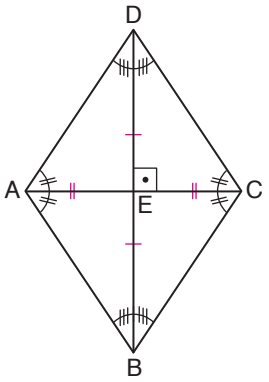
Yanda ABCD eşkenar dörtgeni verilmiştir.

Eşkenar dörtgeni tanıyalım ve açı özelliklerini belirleyelim.



Çözüm

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde aşağıdakiler tanımlanabilir.



- Kenar uzunlukları eşit ve karşılıklı kenarları paraleldir.
  $|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$
  $[AB] \,//\, [CD]$ ve $[DA] \,//\, [BC]$
- Karşılıklı açı ölçüleri eşittir.
  $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADC})$ ve $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DCB})$'dür.
- ABCD eşkenar dörtgeninde [AC] ve [BD] köşegen olmak üzere köşegenler birbirini dik keser ve ortalar.
  $[AC] \perp [BD]$'dır.
- $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{BCE})$
- $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{CBE})$
- $|DE| = |BE|$ ve $|AE| = |CE|$ olur.

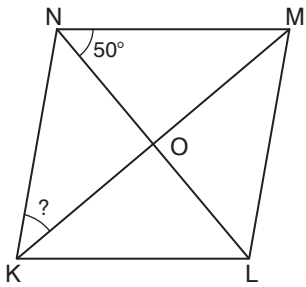
Eşkenar dörtgen, paralelkenarın tüm özelliklerini taşır.

Bilgi Kutusu

- Kare, dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin özel bir durumudur.
- Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarın özel bir durumudur.

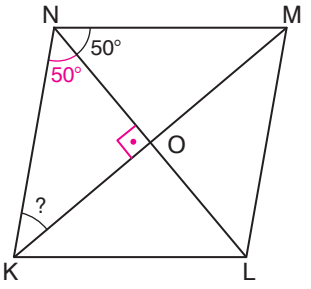
Örnek

Yandaki KLMN eşkenar dörtgeninde [KM] ve [LN] köşegen olmak üzere $m(\widehat{ONM}) = 50°$ ise $m(\widehat{NKO})$'nü bulalım.



Çözüm

KLMN eşkenar dörtgeninde [KM] ve [LN] köşegenleri birbirlerini dik keser.



$$m(\widehat{KON}) = 90°$$

$$m(\widehat{KNO}) = m(\widehat{ONM}) = 50°$$

KON dik üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{NKO}) + m(\widehat{KON}) + m(\widehat{KNO}) = 180°$$

$$m(\widehat{NKO}) + 90° + 50° = 180°$$

$$m(\widehat{NKO}) + 140° = 180°$$

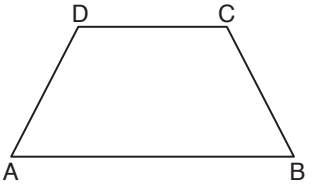
$$m(\widehat{NKO}) + 140° - 140° = 180° - 140°$$

$$m(\widehat{NKO}) = 40°$$

Örnek

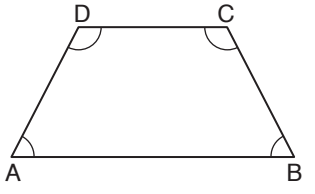
Yanda ABCD yamuğu verilmiştir.

Yamuğu tanıyalım ve açı özelliklerini belirleyelim.



Çözüm

Yandaki ABCD yamuğunda [AB] // [DC]'dır.



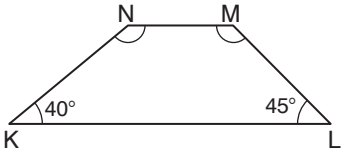
- $m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180°$
- $m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$

Bilgi Kutusu

Dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar, yamuğun özel bir durumudur.

Örnek

Yandaki KLMN yamuğunda [KL] // [MN], $m(\widehat{K}) = 40°$ ve $m(\widehat{L}) = 45°$ ise $m(\widehat{M})$ ile $m(\widehat{N})$'nü bulalım.



Çözüm

KLMN yamuğunda,

$$m(\widehat{K}) + m(\widehat{N}) = 180°$$

$$40° + m(\widehat{N}) = 180°$$

$$40° + m(\widehat{N}) - 40° = 180° - 40°$$

$$m(\widehat{N}) = 140°$$

$$m(\widehat{L}) + m(\widehat{M}) = 180°$$

$$45° + m(\widehat{M}) = 180°$$

$$45° + m(\widehat{M}) - 45° = 180° - 45°$$

$$m(\widehat{M}) = 135°$$

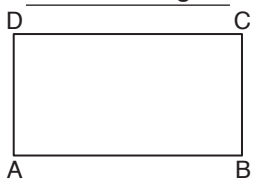
bulunur.

e-içerik

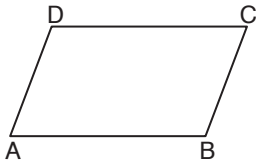
Alıştırmalar

1. Aşağıda bazı dörtgenler ve özellikleri verilmiştir. Dörtgenler sahip oldukları özelliklerle eşleştirildiğinde hangi dörtgen açıkta kalır?

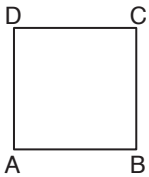
ABCD dikdörtgeni



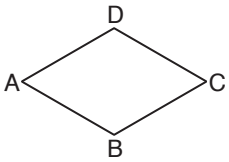
ABCD paralelkenarı



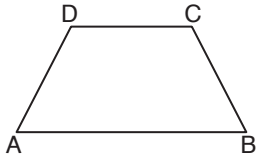
ABCD karesi



ABCD eşkenar dörtgeni

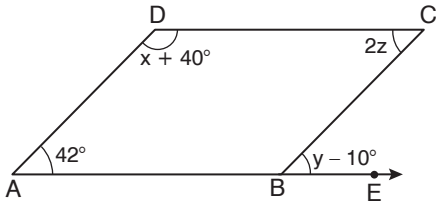


ABCD yamuğu

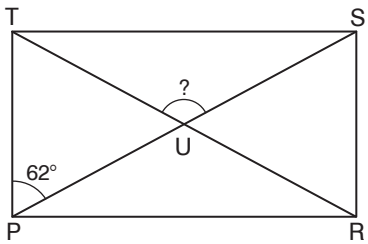


- Köşegenleri birbirini dik keser.
- Kenar uzunlukları birbirine eşittir.
- Köşegenleri birbirine eştir.
- Karşılıklı kenarları paraleldir.
- Tüm iç açıları dik açıdır.
- Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.
- İç açı ölçüleri eşittir.
- Ardışık açıları her zaman bütünlerdir.

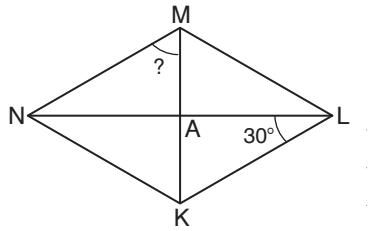
2. Yandaki ABCD paralelkenarında $m(\widehat{DAB}) = 42°$, $m(\widehat{ADC}) = x + 40°$, $m(\widehat{BCD}) = 2z$ ve $m(\widehat{CBE}) = y - 10°$ dir. Buna göre $2x - y + z$ işleminin sonucu kaç derecedir?



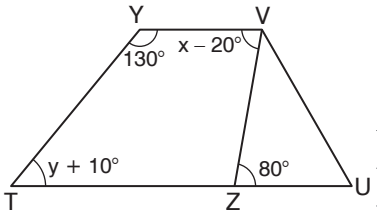
3. Yandaki PRST dikdörtgeninde [PS] ve [RT] köşegen olmak üzere $m(\widehat{TPU}) = 62°$ dir. Buna göre $m(\widehat{TUS})$ kaç derecedir?



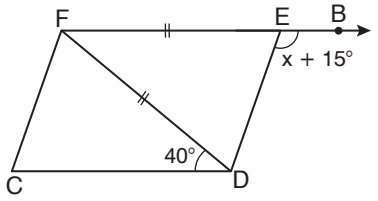
4. Yandaki KLMN eşkenar dörtgeninde [KM] ve [LN] köşegen olmak üzere $m(\widehat{KLA}) = 30°$ dir. Buna göre $m(\widehat{NMA})$ kaç derecedir?



5. Yandaki TUVY yamuğunda $m(\widehat{TYV}) = 130°$, $m(\widehat{YTZ}) = y + 10°$, $m(\widehat{YVZ}) = x - 20°$ ve $m(\widehat{VZU}) = 80°$ dir. Buna göre x + y toplamı kaç derecedir?



6. Yandaki CDEF paralelkenarında [FD] köşegen, $|FD| = |FE|$, $m(\widehat{CDF}) = 40°$ ve $m(\widehat{BED}) = x + 15°$ dir. Buna göre x kaç derecedir?



Eşkenar Dörtgen ve Yamuğun Alanı

Bir okulda, ihtiyaç sahiplerinin ihtiyaçlarını karşılayabilmek için kermes düzenleniyor. Kermeste üst yüzleri eşkenar dörtgen ve yamuk olan bazı masalar kullanılmak isteniyor. Ancak masaların üst yüzleri yıprandığı için renkli kâğıtlarla kaplanmak isteniyor.

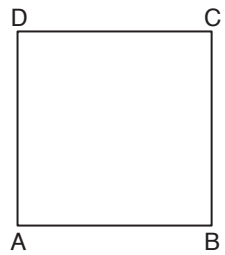
Öğretmenler ve öğrenciler, masaların üst yüzlerini kaplarken ne kadar renkli kâğıda ihtiyaçları olduğunu nasıl belirleyebilirler? Açıklayınız.

Hatırlatma

Kare, dikdörtgen ve paralelkenarın alan bağıntıları aşağıda verilmiştir.

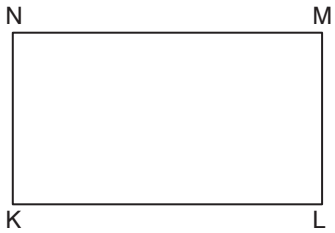
- Bir karenin alanı, kenar uzunluğunun karesine eşittir.

Yandaki ABCD karesinin alanı $A(ABCD) = |AB|^2$ bağıntısı ile hesaplanır.



- Bir dikdörtgenin alanı, birer uzun ve kısa kenar uzunluklarının çarpımına eşittir.

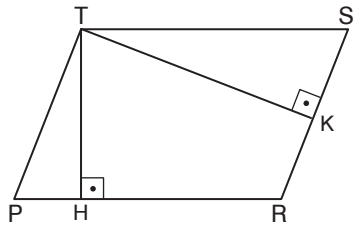
Yandaki KLMN dikdörtgeninin alanı $A(KLMN) = |KL| \cdot |LM|$ bağıntısı ile hesaplanır.



- Bir paralelkenarın alanı, bir kenar uzunluğu ile o kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

Yandaki PRST paralelkenarının alanı

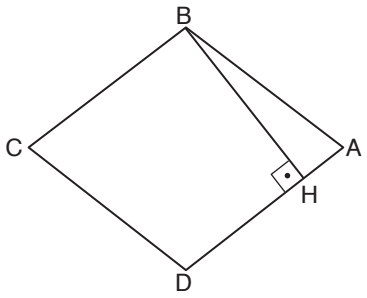
$A(PRST) = |PR| \cdot |TH| = |SR| \cdot |TK|$ bağıntısı ile hesaplanır.



Bilgi Kutusu

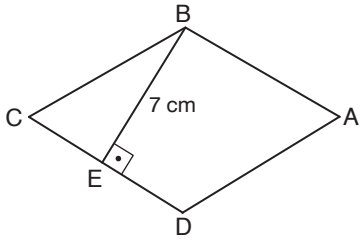
Eşkenar dörtgenin alanı, bir kenar uzunluğu ile o kenara ait yüksekliğin çarpımıdır.

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninin alanı $A(ABCD) = |AD| \cdot |BH|$ bağıntısı ile hesaplanır.



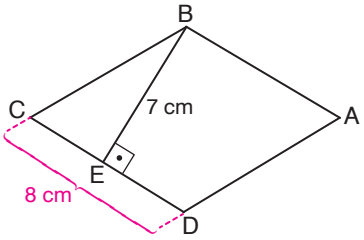
Örnek

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde $[BE] \perp [CD]$ ve $|BE| = 7$ cm'dir. ABCD eşkenar dörtgeninin çevre uzunluğu 32 cm olduğuna göre alanını bulalım.



Çözüm

ABCD eşkenar dörtgeninin kenar uzunlukları eşittir. Buna göre ABCD eşkenar dörtgeninin bir kenar uzunluğu $\frac{32}{4} = 8$ cm'dir. Eşkenar dörtgenin [CD] kenarına ait yükseklik [BE]'dir.

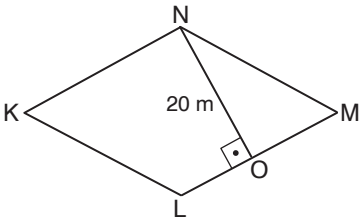


ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.

$$A(ABCD) = |CD| \cdot |BE|$$
$$= 8 \cdot 7$$
$$= 56 \text{ cm}^2$$

Örnek

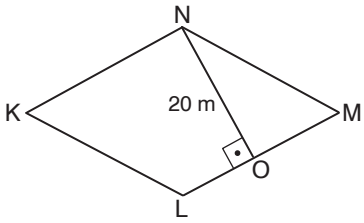
Zemini eşkenar dörtgen şeklindeki bir çocuk oyun alanı yanda modellenmiştir. Oyun alanında $|NO| = 20$ m ve $[NO] \perp [ML]$'dır. Oyun alanı 500 m^2 olduğuna göre oyun alanının çevre uzunluğunu bulalım.



Çözüm

KLMN eşkenar dörtgeninin bir kenarının uzunluğunu belirleyelim.

$$A(KLMN) = |NO| \cdot |ML|$$
$$500 = 20 \cdot |ML|$$
$$\frac{500}{20} = \frac{20 \cdot |ML|}{20}$$
$$|ML| = 25 \text{ m}$$



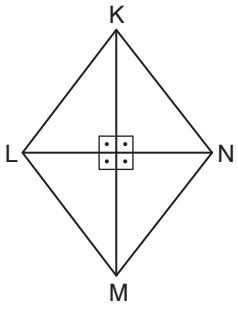
KLMN eşkenar dörtgeninin bir kenar uzunluğu 25 m ise çevre uzunluğu $4 \cdot 25 = 100$ m'dir. Çocuk oyun alanının çevre uzunluğu 100 m'dir.

Bilgi Kutusu

Eşkenar dörtgenin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

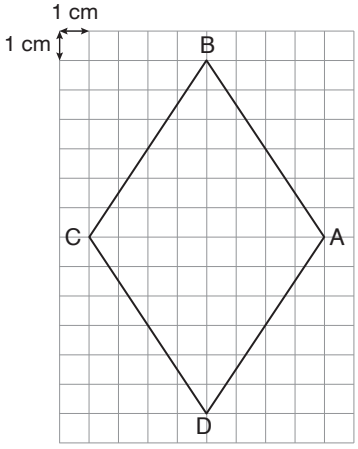
Yandaki KLMN eşkenar dörtgeninde [KM] ve [LN] köşegen olmak üzere eşkenar dörtgenin alanı

$A(KLMN) = \dfrac{|KM| \cdot |LN|}{2}$ bağıntısı ile hesaplanır.



Örnek

Yandaki kareli kâğıtta verilen ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.



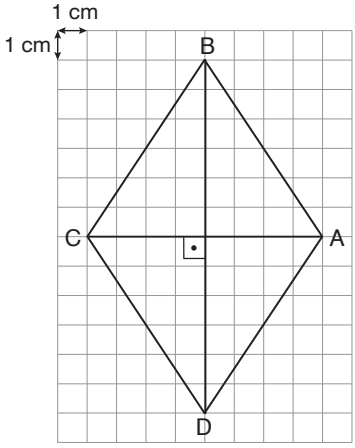
Çözüm

Kareli kâğıtta verilen ABCD eşkenar dörtgeninde [AC] ve [BD] köşegendir. $|AC| = 8$ cm ve $|BD| = 12$ cm'dir. Buna göre ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$$

$$= \frac{8 \cdot 12}{2}$$

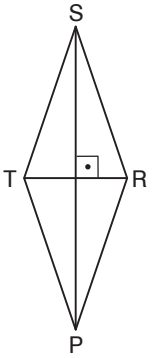
$$= \frac{96}{2} = 48 \text{ cm}^2$$



Örnek

Yandaki PRST eşkenar dörtgeninde [PS] uzun köşegen, [TR] ise kısa köşegendir.

|PS| = 24 cm ve uzun köşegen uzunluğu, kısa köşegen uzunluğunun 3 katı olduğuna göre PRST eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.



Çözüm

PRST eşkenar dörtgeninde |PS|, |TR|'nun 3 katı olduğundan |TR| = 24 : 3 = 8 cm bulunur.

Buna göre PRST eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.

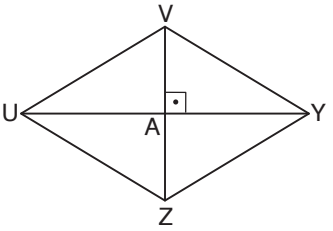
$$A(PRST) = \frac{|PS| \cdot |TR|}{2}$$

$$= \frac{24 \cdot 8}{2}$$

$$= \frac{192}{2} = 96\,cm^2$$

Örnek

Yandaki UVYZ eşkenar dörtgeninde [UY] ile [VZ] köşegen, |UY| = 20 m'dir. UVYZ eşkenar dörtgeninin alanı 120 m^2 olduğuna göre |AV|'nu bulalım.



Çözüm

UVYZ eşkenar dörtgeninin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

$$A(UVYZ) = \frac{|UY| \cdot |VZ|}{2}$$

$$120 = \frac{20 \cdot |VZ|}{2}$$

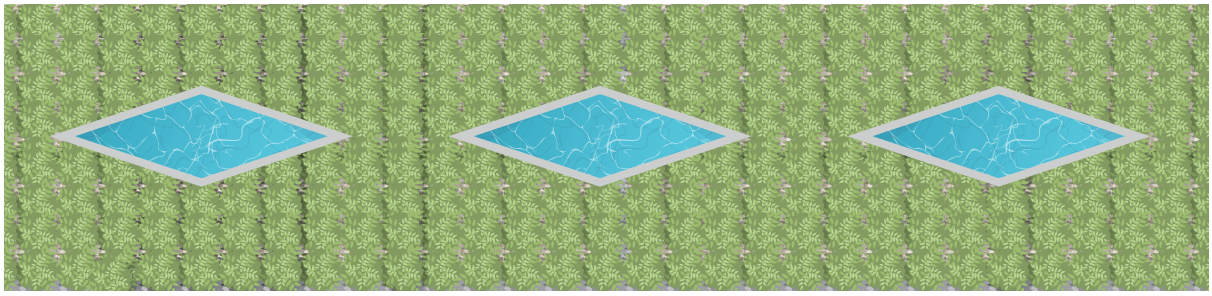
$120 = 10 \cdot |VZ|$ ise $|VZ| = 12\,m$ bulunur.

Eşkenar dörtgende köşegenler birbirini dik ortalar. Buna göre |AV|'nu bulalım.

$$|AV| = |AZ| = \frac{|VZ|}{2}$$

$$= \frac{12}{2} = 6\,m$$

Problem



Bir belediye, kent meydanındaki kenar uzunlukları 6 m ve 25 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bölgeye eşit ölçülerde üç adet süs havuzu yaptırdıktan sonra kalan kısımlara çim ekiyor. Havuzların tabanı, köşegen uzunlukları 2 m ve 6 m olan eşkenar dörtgen şeklinde olduğuna göre bölgedeki çim ekili alan kaç m^2 dir?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde belediyenin çim ektireceği ve tabanı eşkenar dörtgen şeklinde olan havuzlardan yaptıracağı dikdörtgen şeklindeki bölgenin kenar uzunlukları ve eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları verilmiştir. Bizden bölgedeki çim ekili alanı bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce kent meydanında yer alan dikdörtgen şeklindeki bölgenin alanını bulmalıyız. Sonra 1 adet, tabanı eşkenar dörtgen şeklindeki süs havuzunun taban alanını ve daha sonra 3 adet süs havuzunun taban alanları toplamını bulmalıyız. Son olarak kent meydanında yer alan dikdörtgen şeklindeki bölgenin alanından 3 adet süs havuzunun taban alanlarının toplamını çıkarmalıyız.

Problemi Çözelim

Alan $= 6 \cdot 25 = 150\ m^2$

Kent meydanında yer alan dikdörtgen şeklindeki bölgenin alanı 150 m^2 dir.

Köşegen uzunlukları 2 m ve 6 m olan 1 adet eşkenar dörtgenin alanı $\frac{2 \cdot 6}{2} = 6\ m^2$ dir. Bu durumda 3 adet eşkenar dörtgenin alanı $3 \cdot 6 = 18\ m^2$ olur.

Buna göre bölgedeki çim ekili alan $150 - 18 = 132\ m^2$ dir.

Çözümü Kontrol Edelim

Kent meydanında yer alan dikdörtgen şeklindeki bölgenin alanından çim ekili alanı çıkaralım. Farkı 3'e bölelim. Bölüm, köşegen uzunlukları 2 m ve 6 m'lik eşkenar dörtgenin alanı olan 6 m^2 ye eşit olmalıdır.

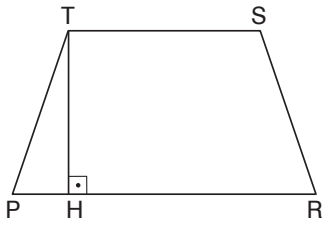
Bölgenin alanı – Çim ekili alan $= 150 - 132 = 18\ m^2$

$18\ m^2 : 3 = 6\ m^2$ olduğundan çözümümüz doğrudur.

Bilgi Kutusu

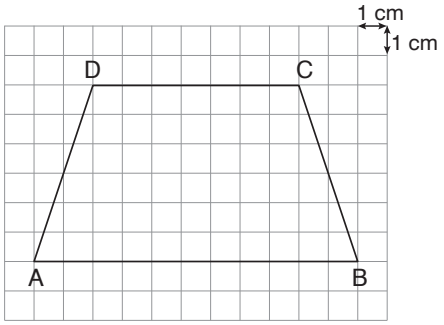
Yamuğun alanı, taban uzunluklarının toplamının yarısı ile tabanlara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

Yandaki PRST yamuğunun alanı $A = \frac{(|PR| + |TS|)}{2} \cdot |TH|$ bağıntısı ile hesaplanır.



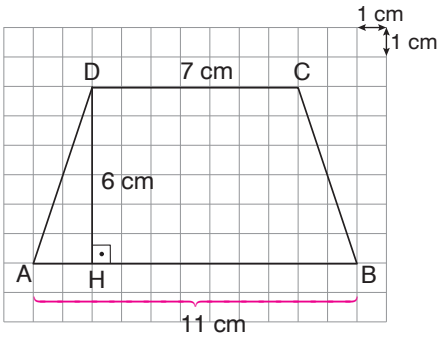
Örnek

Yandaki kareli kâğıtta verilen ABCD yamuğunun alanını bulalım.



Çözüm

Kareli kâğıttaki ABCD yamuğunda $[DH] \perp [AB]$, $|DH| = 6$ cm, $|AB| = 11$ cm, $|CD| = 7$ cm'dir. Buna göre ABCD yamuğunun alanını bulalım.



$$A(ABCD) = \frac{(|AB| + |CD|)}{2} \cdot |DH|$$

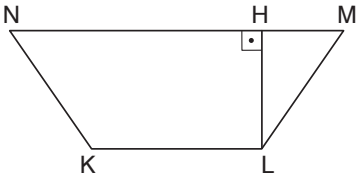
$$= \frac{(11+7)}{2} \cdot 6$$

$$= \frac{18}{2} \cdot 6$$

$$= 9 \cdot 6 = 54\ cm^2$$

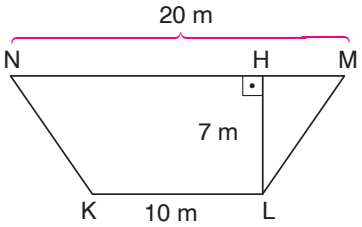
Örnek

Yandaki KLMN yamuğunda $[MN] // [KL]$, $[LH] \perp [MN]$, $|LH| = 7$ m, $|KL| = 10$ m ve $|MN| = 20$ m'dir. Buna göre KLMN yamuğunun alanını bulalım.



Çözüm

Verilen uzunluk ölçülerine göre KLMN yamuğunun alanını bulalım.



$$A(KLMN) = \frac{(|MN| + |KL|)}{2} \cdot |LH|$$

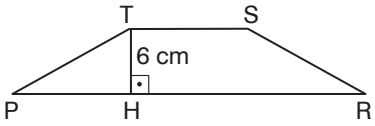
$$= \frac{(20+10)}{2} \cdot 7$$

$$= \frac{30}{2} \cdot 7$$

$$= 15 \cdot 7 = 105\ m^2$$

Örnek

Yandaki PRST yamuğunda |PR|, |ST|'nun 3 katıdır. |TH| = 6 cm ve PRST yamuğunun alanı 132 cm² olduğuna göre |PR|'nu bulalım.



Çözüm

|ST| = a cm ise |PR| = 3a cm olur. Buna göre PRST yamuğunun alan bağıntısını yazalım ve a değerini bulalım.

$$A(PRST) = \frac{(|PR|+|ST|)}{2} \cdot |TH|$$

$$132 = \frac{(3a+a)}{2} \cdot 6$$

$$132 = \frac{4a}{2} \cdot 6$$

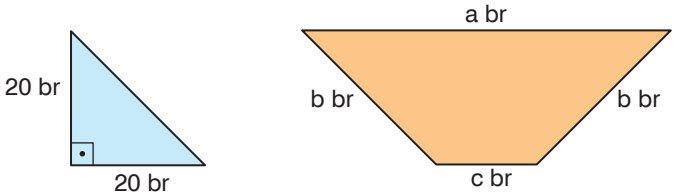
$$132 = \frac{24a}{2}$$

$$132 = 12a \text{ ise } a = \frac{132}{12} = 11 \text{ bulunur.}$$

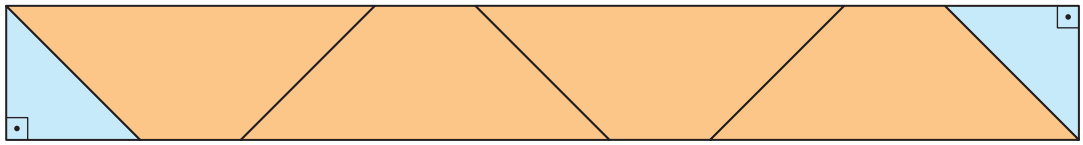
a = 11 olduğuna göre |PR|'nu bulalım.

$$|PR| = 3a = 3 \cdot 11 = 33 \text{ cm}$$

Problem



Can, yukarıda ölçülerinden bazıları verilen örüntü bloklarını kullanarak aşağıdaki dikdörtgeni oluşturuyor.



Can'ın dikdörtgeni oluştururken kullandığı mavi dik üçgenler ve turuncu yamuklar kendi aralarında eştir. Dikdörtgenin alanı 3200 br² olduğuna göre yamuk şeklindeki 1 adet turuncu örüntü blokunun bir yüzünün alanı kaç br² dir?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

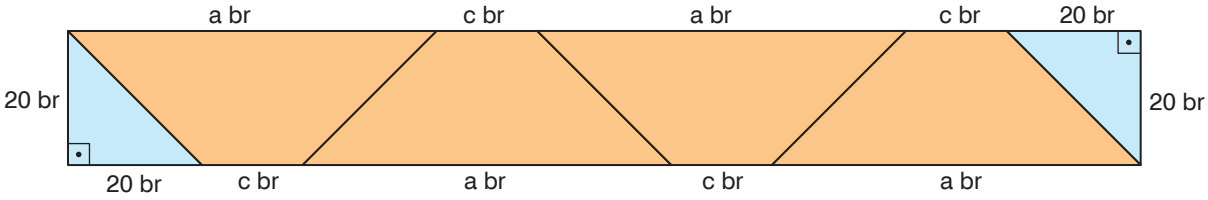
Problemde Can'ın dikdörtgen oluştururken kullandığı bazı eş örüntü bloklarının bazı uzunlukları ile dikdörtgenin alanı verilmiştir. Bizden, yamuk şeklindeki 1 adet turuncu örüntü blokunun bir yüzünün alanını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Dikdörtgenin alan bağıntısını kullanarak yamuğun taban uzunluklarının toplamını ve yüksekliğini belirlemeliyiz. Belirlediğimiz uzunluk ölçülerine göre yamuk şeklindeki 1 adet turuncu örüntü blokunun bir yüzünün alanını bulmalıyız.

Problemi Çözelim

Can'ın oluşturduğu dikdörtgenin bazı ölçülerini belirleyelim.



Dikdörtgenin alan bağıntısını kullanarak a + c toplamını bulalım.

$$\text{Alan} = \text{Kısa kenar uzunluğu} \cdot \text{Uzun kenar uzunluğu}$$

$$3200 = 20 \cdot (a + c + a + c + 20)$$

$$\frac{3200}{20} = \frac{20 \cdot (2a + 2c + 20)}{20}$$

$$160 = 2a + 2c + 20$$

$$160 - 20 = 2a + 2c + 20 - 20$$

$$140 = 2a + 2c \text{ ise } a + c = 70 \text{ br bulunur.}$$

Yamuk şeklindeki 1 adet turuncu örüntü blokunun paralel olan taban uzunluklarının toplamı 70 br, yüksekliği 20 br'dir. Buna göre yamuk şeklindeki 1 adet turuncu örüntü blokunun bir yüzünün alanını bulalım.

$$\text{Alan} = \frac{(a + c)}{2} \cdot 20$$

$$\text{Alan} = \frac{70}{2} \cdot 20$$

$$= 35 \cdot 20 = 700 \text{ br}^2$$

Çözümü Kontrol Edelim

Can'ın örüntü bloklarını kullanarak elde ettiği dikdörtgen, 4 adet eş yamuk ve 2 adet eş ikizkenar dik üçgenden oluşmaktadır. Buna göre yamukların alanlarının toplamına üçgenlerin alanları toplamını eklediğimizde dikdörtgenin alanı olan 3200 br^2ye ulaşmalıyız.

1 adet yamuğun alanı 700 br^2 ise 4 adet eş yamuğun alanı $4 \cdot 700 = 2800 \text{ br}^2$dir.

1 adet ikizkenar dik üçgenin alanını bulalım.

$$\text{Alan} = \frac{20 \cdot 20}{2}$$

$$= \frac{400}{2} = 200 \text{ br}^2$$

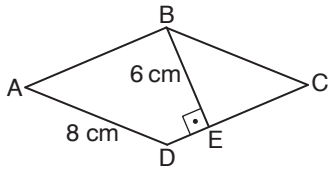
Buna göre 2 adet eş ikizkenar dik üçgenin alanı $2 \cdot 200 = 400 \text{ br}^2$dir.

$2800 \text{ br}^2 + 400 \text{ br}^2 = 3200 \text{ br}^2$

Çözümümüz doğrudur.

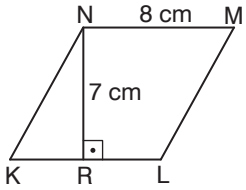
Alıştırmalar

1. Aşağıdaki eşkenar dörtgen ve yamuklar ile bu şekillerin alanları eşleştirildiğinde hangi alan ölçüsü açıkta kalır?



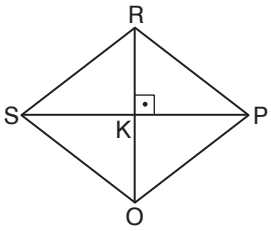
$|BE| = 6$ cm

$|AD| = 8$ cm



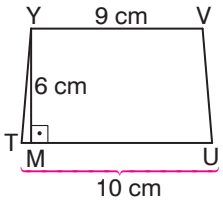
$|MN| = 8$ cm

$|NR| = 7$ cm



$|SP| = 12$ cm

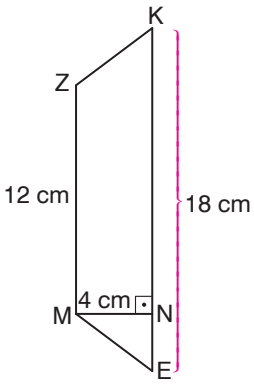
$|RO| = 9$ cm



$|YV| = 9$ cm

$|TU| = 10$ cm

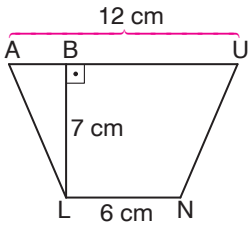
$|YM| = 6$ cm



$|EK| = 18$ cm

$|ZM| = 12$ cm

$|MN| = 4$ cm



$|AU| = 12$ cm

$|LN| = 6$ cm

$|LB| = 7$ cm

$48\ cm^2$

$54\ cm^2$

$56\ cm^2$

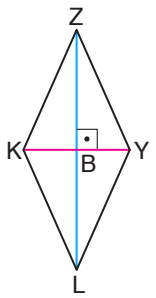
$57\ cm^2$

$58\ cm^2$

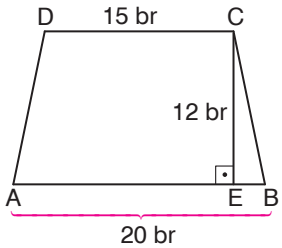
$60\ cm^2$

$63\ cm^2$

2. Yandaki KLYZ eşkenar dörtgeninde [KY] ve [ZL] köşegen, |BY| = 4 cm, |BL| = 9 cm'dir. Buna göre KLYZ eşkenar dörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?



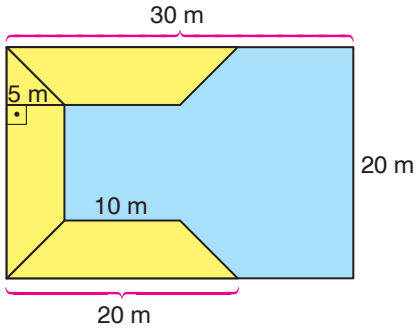
3. Yandaki ABCD yamuğunda [CE] ⊥ [AB], |AB| = 20 br, |DC| = 15 br ve |CE| = 12 br'dir. Buna göre ABCD yamuğunun alanı kaç br^2 dir?



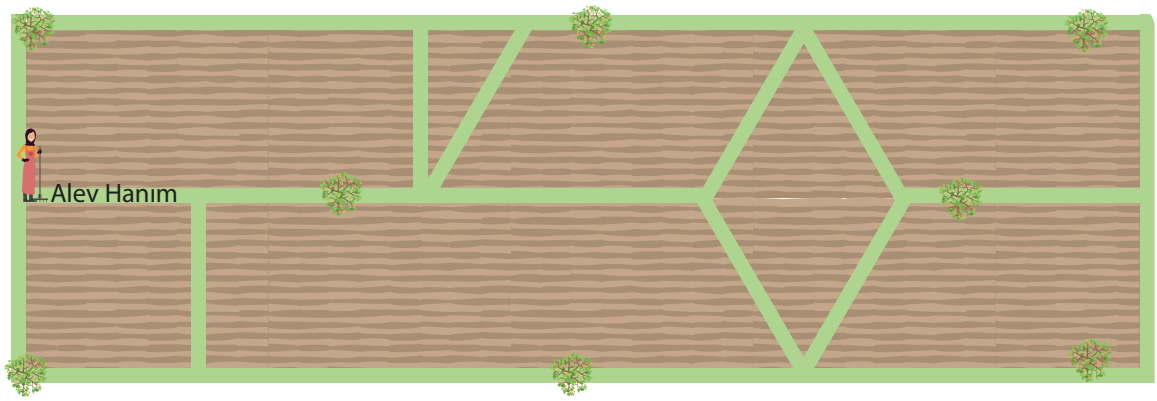
4. Bir belediye, su israfı konusunda halkı bilinçlendirmek için eşkenar dörtgen biçiminde afiş tasarlatmıştır. Tasarlattığı afişin çevre uzunluğu 600 cm ve bir kenarına ait yüksekliği 120 cm'dir. Belediye, afişlerin m^2 sini 100 TL'den bastırmak için matbaa ile anlaşmıştır.

Buna göre belediye, bastırttığı 200 adet afiş için matbaaya kaç TL öder?

5. Kenar uzunlukları 20 m ve 30 m olan dikdörtgen şeklindeki bir parkın içine, üç adet eş yamuk biçiminde oturma alanı yapılıyor. Parkın kalan kısmı ise çocuk oyun alanı olarak düzenleniyor. Yandaki şekilde oturma alanları sarı, çocuk oyun alanı ise mavi ile gösterilmiştir. Görseldeki 1 adet sarı yamuğun paralel olan kenarlarının uzunlukları 20 m ile 10 m ve bu kenarlara ait yükseklik 5 m'dir. Buna göre dikdörtgen şeklindeki parkta bulunan çocuk oyun alanı kaç m^2 dir?



Alan ile İlgili Problemler

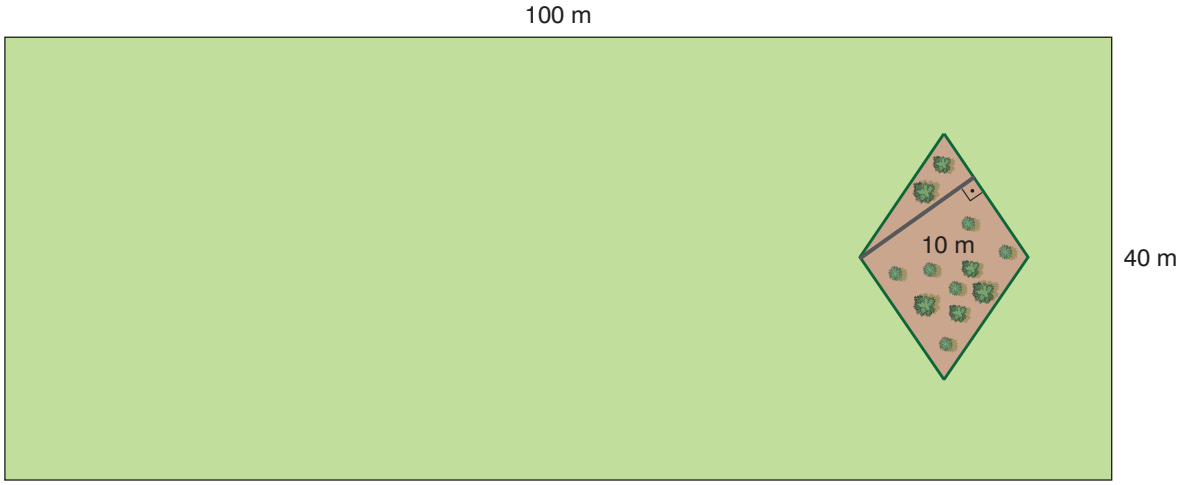


Alev Hanım, tarlasını görseldeki gibi dikdörtgen, üçgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare ve yamuk şeklinde bölgelere ayırıyor ve her bir bölgeye farklı bir sebzeyi ekiyor.

Alev Hanım, her bir sebzeyi ekmek için ayırdığı bölgenin alanını belirlerken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.

Problem

Dikdörtgen şeklindeki bir bölgede eşkenar dörtgen biçiminde bir bahçe bulunmaktadır. Bahçenin içinde görseldeki gibi doğrusal bir yürüyüş yolu vardır.



Yürüyüş yolunun uzunluğu 10 m, bahçenin çevre uzunluğu 48 m'dir. Dikdörtgen şeklindeki bölgenin kenar uzunlukları 40 m ve 100 m olduğuna göre bölgedeki bahçe dışında kalan alan kaç m^2 dir?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

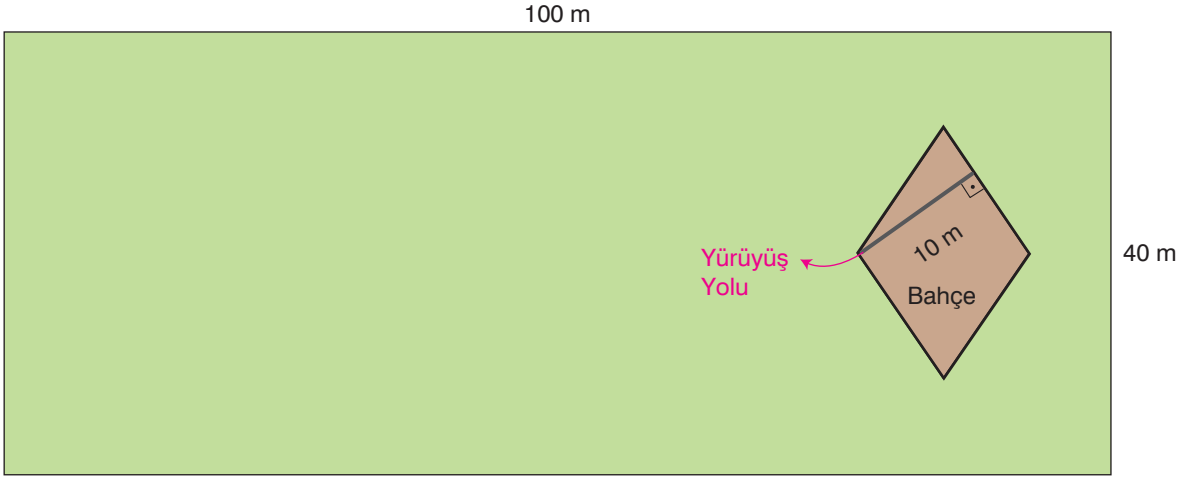
Problemde dikdörtgen şeklindeki bölgenin kenar uzunlukları, bölgede bulunan eşkenar dörtgen şeklindeki bahçenin çevre uzunluğu, bahçedeki yürüyüş yolunun uzunluğu ve yürüyüş yolunun bahçenin kenarına dik olduğu bilgisi verilmiştir. Bizden, bölgedeki bahçe dışında kalan alanı bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Bölgeyi, bölgede bulunan bahçeyi ve bahçedeki yürüyüş yolunu modellemeliyiz. Önce dikdörtgen şeklindeki bölgenin alanını bulmalıyız. Sonra bölgenin alanından bahçenin alanını çıkararak bölgedeki bahçe dışında kalan alanı hesaplamalıyız.

Problemi Çözelim

Dikdörtgen şeklindeki bölge, bölgede bulunan bahçe ve bahçedeki yürüyüş yolu aşağıdaki gibi modellenebilir.



Dikdörtgen şeklindeki bölgenin alanını bulalım.

Alan $= 40 \cdot 100$

$= 4000\ m^2$

Eşkenar dörtgen şeklindeki bahçenin çevre uzunluğu 48 m ise bir kenarının uzunluğu 48 : 4 = 12 m'dir.

Eşkenar dörtgenin yüksekliği olan yürüyüş yolunun uzunluğu 10 m olduğuna göre bahçenin alanını bulalım.

Alan $= 12 \cdot 10$

$= 120\ m^2$

Dikdörtgen şeklindeki bölgede bulunan bahçe dışında kalan alan $4000 - 120 = 3880\ m^2$ dir.

Çözümü Kontrol Edelim

Dikdörtgen şeklindeki bölgenin alanından bölgedeki bahçe dışında kalan alanı çıkaralım. Farkı 10'a bölerek eşkenar dörtgen şeklindeki bahçenin bir kenar uzunluğunu bulalım. Kenar uzunluğunu 4 ile çarparak bahçenin çevre uzunluğunu hesaplayalım. Çevre uzunluğu 48 m olmalıdır.

$4000 - 3880 = 120\ m^2$

$120 : 10 = 12\ m$

Çevre uzunluğu $= 4 \cdot 12 = 48\ m$

Çözümümüz doğrudur.

Problem

Terzi Kayahan Bey; kenar uzunlukları 2 m ve 3 m olan dikdörtgen şeklindeki kumaştan eşkenar dörtgen, yamuk, dikdörtgen ve kare şeklinde birer parça kesiyor. Eşkenar dörtgen şeklindeki parçanın köşegen uzunlukları 20 cm ve 50 cm'dir. Yamuk şeklindeki parçanın paralel olan kenarlarının uzunlukları 20 cm ile 40 cm ve bu kenarlara ait yükseklik 30 cm'dir. Dikdörtgen şeklindeki parçanın kenar uzunlukları 20 cm ve 50 cm'dir. Kare şeklindeki parçanın bir kenar uzunluğu 1 m'dir.
Buna göre kalan kumaş parçasının bir yüzünün alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm

Problemi, problem çözme aşamalarına uygun olarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde Kayahan Bey'in, kenar uzunlukları verilen dikdörtgen şeklindeki kumaştan kestiği parçaların şekilleri ve bazı uzunluk ölçüleri verilmiştir. Bizden, kalan kumaş parçasının bir yüzünün alanını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Dikdörtgen şeklindeki kumaşının alanını bulmalıyız. Kayahan Bey'in kumaştan kestiği parçaları modelleyip parçaların alanlarını ayrı ayrı hesaplamalıyız. Kumaşın toplam alanından kesilen parçaların alanları toplamını çıkararak kalan kumaş parçasının bir yüzünün alanını bulmalıyız.

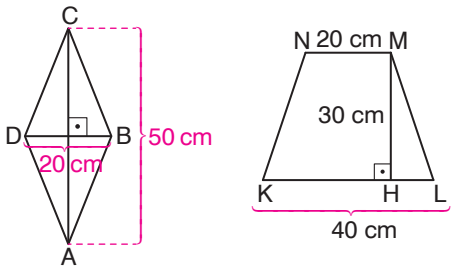
Problemi Çözelim

Dikdörtgen şeklindeki kumaşın alanını bulalım.

Alan $= 2 \cdot 3 = 6\ m^2$

$6\ m^2 = 6 \cdot 10\ 000\ cm^2 = 60\ 000\ cm^2$

Kayahan Bey'in kumaştan kestiği parçaları ayrı ayrı modelleyelim ve parçaların alanlarını bulalım.

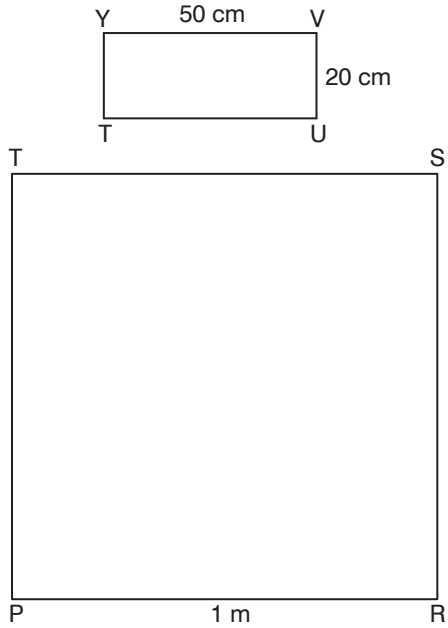


ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \frac{50 \cdot 20}{2} = \frac{1000}{2} = 500\ cm^2$$

KLMN yamuğunun alanını bulalım.

$$A(KLMN) = \frac{(40 + 20)}{2} \cdot 30 = \frac{60}{2} \cdot 30 = 30 \cdot 30 = 900\ cm^2$$



TUVY dikdörtgeninin alanını bulalım.

$A(TUVY) = 50 \cdot 20 = 1000\ cm^2$

PRST karesinin bir kenar uzunluğu 1 m = 100 cm'dir.

PRST karesinin alanını bulalım.

$A(PRST) = 100 \cdot 100 = 10\ 000\ cm^2$

Kayahan Bey'in kumaştan kestiği parçaların alanları toplamı

$500\ cm^2 + 900\ cm^2 + 10\ 000\ cm^2 + 1000\ cm^2 = 12\ 400\ cm^2$

Kalan kumaş parçasının alanı $60\ 000 - 12\ 400 = 47\ 600\ cm^2$ dir.

Çözümü Kontrol Edelim

Terzi Kayahan Bey'in kestiği parçaların alanları toplamı ile kalan kumaş parçasının alanını toplayalım. Toplam, dikdörtgen şeklindeki kumaşın alanına eşit olmalıdır.

47 600 + 12 400 = 60 000 cm^2

Alan = 200·300 = 60 000 cm^2

Çözümümüz doğrudur.

Örnek

Çisel Hanım ile Damla Hanım'ın dikdörtgen şeklindeki bahçelerinin alanları eşittir. Çisel Hanım'ın bahçesinin kenar uzunlukları yanda verilmiştir. Damla Hanım'ın bahçesinin kenar uzunlukları birer doğal sayıdır. Buna göre bu bahçenin çevresinin alabileceği iki farklı değeri belirleyelim.

Çözüm

Damla Hanım'ın dikdörtgen şeklindeki bahçesinin alanı, Çisel Hanım'ın bahçesinin alanına eşit olduğundan bu alan 65·30 = 1950 m^2 dir.

Damla Hanım'ın bahçesinin çevre uzunluğunun alabileceği değerleri belirleyelim.

15·130 = 1950 olduğundan bahçenin kenar uzunlukları 15 m ve 130 m olabilir.

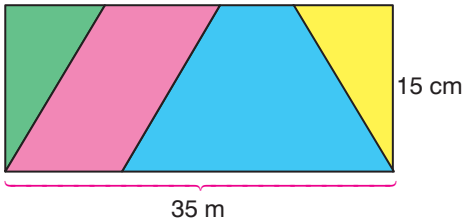
Çevre uzunluğu = 2·(15 + 130) = 2·145 = 290 m

13·150 = 1950 olduğundan bahçenin kenar uzunlukları 13 m ve 150 m olabilir.

Çevre uzunluğu = 2·(13 + 150) = 2·163 = 326 m

Örnek

Cemal ile Emrah'ın yapboz parçalarını kullanarak oluşturdukları dikdörtgen şeklindeki yapıların üst yüzlerinin çevre uzunlukları eşittir. Cemal'in oluşturduğu yapının üst yüzünün kenar uzunlukları yanda verilmiştir. Emrah'ın oluşturduğu yapının üst yüzünün kenar uzunlukları birer doğal sayıdır. Buna göre Emrah'ın oluşturduğu yapının üst yüzünün alanının alabileceği iki farklı değeri belirleyelim.



Çözüm

Cemal ile Emrah'ın oluşturdukları yapıların üst yüzlerinin çevre uzunlukları eşit olarak verilmiştir. Bu uzunluk 2·(35 + 15) = 2·50 = 100 cm'dir.

Emrah'ın oluşturduğu yapının alanının alabileceği iki değer belirleyelim.

2·(10 + 40) = 2·50 = 100 cm olduğundan dikdörtgenin kenar uzunlukları 10 cm ve 40 cm olabilir.

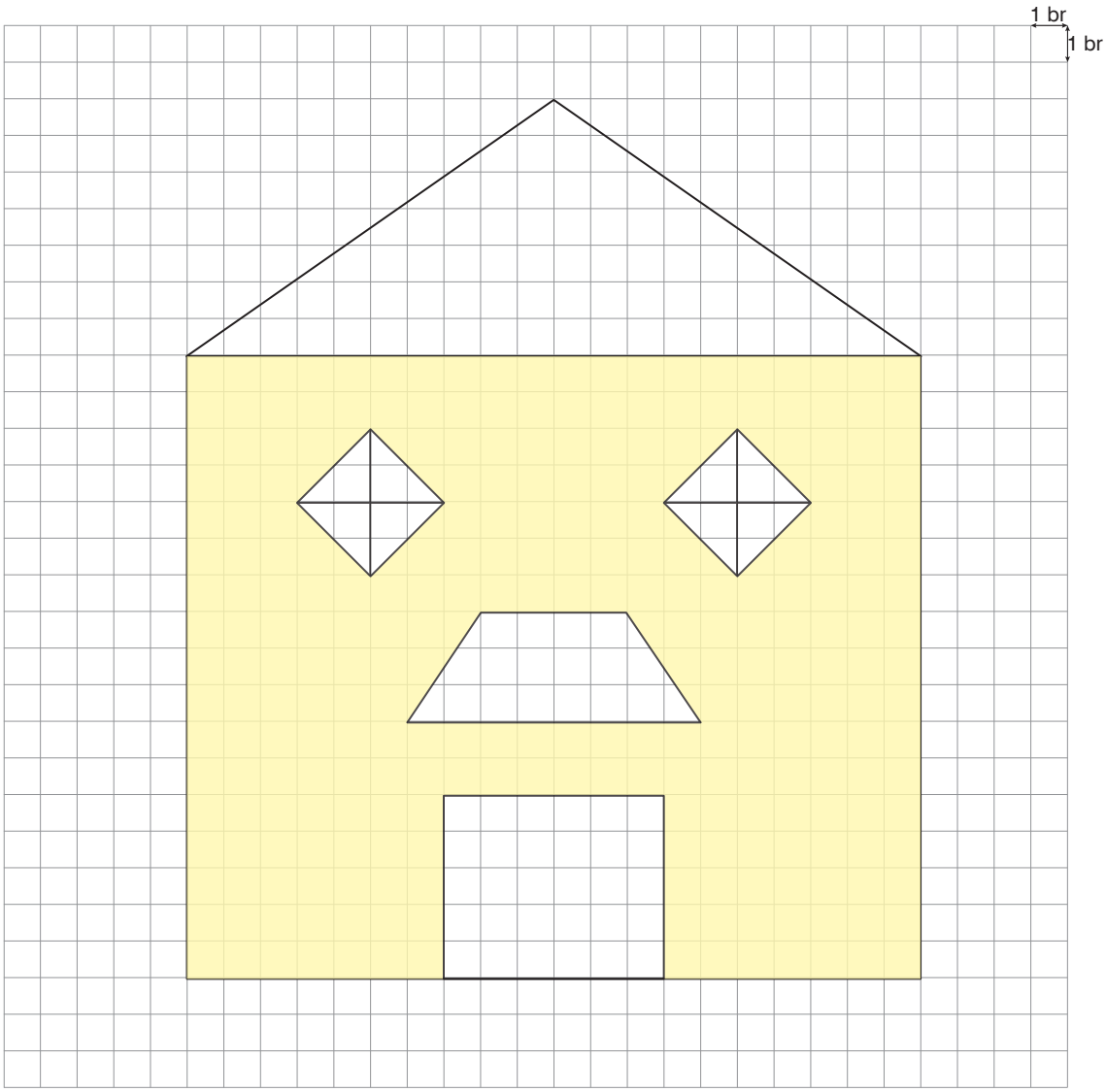
Bu durumda Alan = 10·40 = 400 cm^2 olur.

2·(20 + 30) = 2·50 = 100 cm olduğundan dikdörtgenin kenar uzunlukları 20 cm ve 30 cm olabilir.

Bu durumda Alan = 20·30 = 600 cm^2 olur.

Alıştırmalar

1. Ergün, kareli kâğıda aşağıdaki ev resmini çizerek evin bazı kısımlarını sarıya boyuyor.

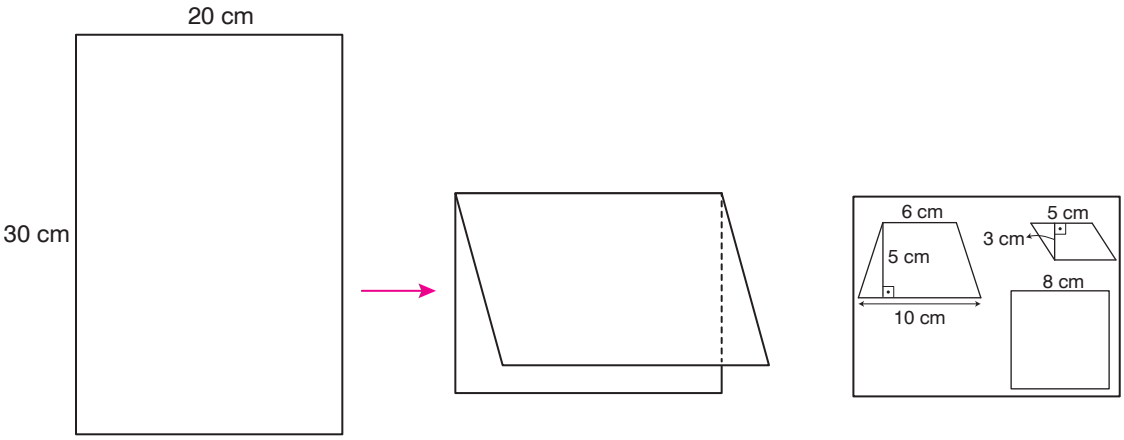


Ergün'ün çizdiği ev resmindeki şekiller ile ilgili aşağıdakiler bilinmektedir.

- Pencereler eşkenar dörtgen ve yamuk şeklindedir.
- Çatı üçgen, kapı dikdörtgen şeklindedir.

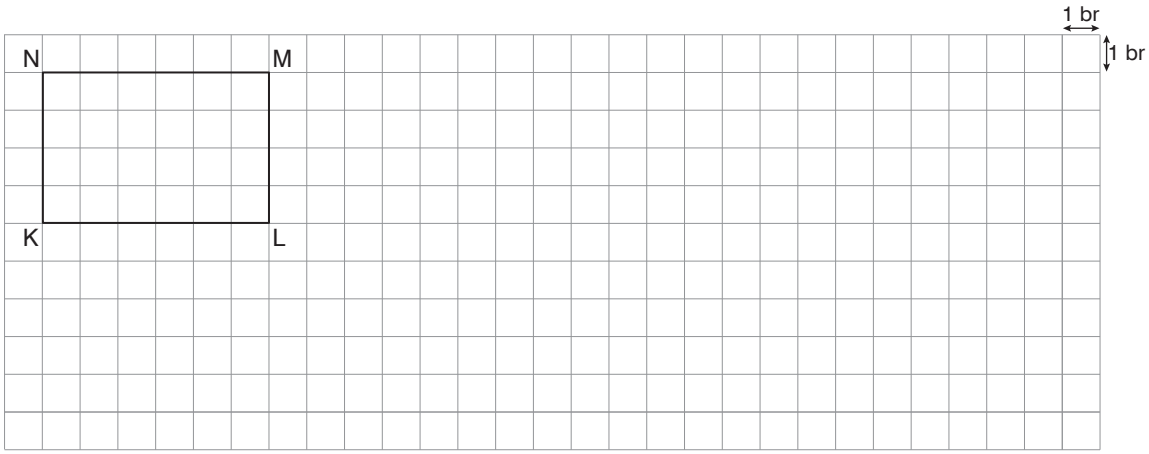
Buna göre Ergün'ün resimde sarıya boyamadığı alan kaç br^2 dir?

2. Eda, kenar uzunlukları 20 cm ve 30 cm olan dikdörtgen şeklindeki bir kâğıdı, kısa kenarları çakışacak şekilde aşağıdaki gibi katlıyor.



Eda; kâğıdın üzerine yukarıda bazı uzunlukları verilen eşkenar dörtgeni, yamuğu ve kareyi çizdikten sonra kâğıdı açmadan şekilleri keserek kâğıttan ayırıyor. Eda, kâğıdı açtığında kalan kâğıt parçasının bir yüzünün alanı kaç cm^2 olur?

3. Aşağıdaki kareli kâğıtta bir KLMN dikdörtgeni verilmiştir. Çevre uzunlukları KLMN dikdörtgeni ile aynı olan ve alanları birbirinden farklı olan iki dikdörtgeni kareli kâğıda çiziniz.



4. Bir ortaokulda öğrenim gören öğrenciler, okulun bir kenar uzunluğu 5 m olan kare şeklindeki duvarına;

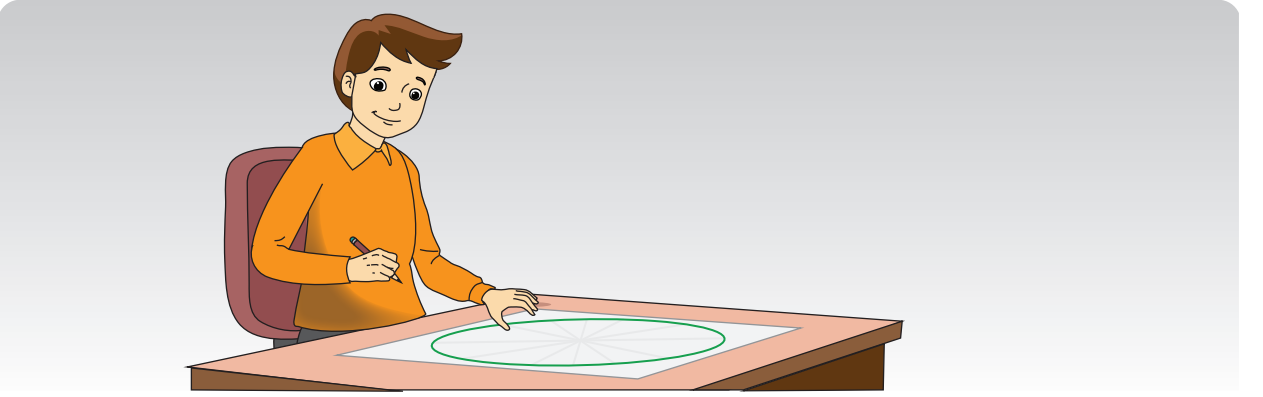
- köşegen uzunlukları 30 cm ile 25 cm olan iki eş eşkenar dörtgen,
- kenar uzunlukları 30 cm ile 50 cm olan iki eş dikdörtgen,
- paralel olan kenar uzunlukları 40 cm ile 60 cm ve bu kenarlara ait yüksekliği 1 m olan üç eş yamuk,
- bir kenar uzunluğu 60 cm olan bir kare çiziyorlar.

Buna göre okulun duvarında şekil çizilmeyen alan kaç cm^2 dir?

5. Aşağıdaki noktalı kâğıtta bir ABCD dikdörtgeni verilmiştir. Alanları, ABCD dikdörtgeni ile aynı olan ve çevre uzunlukları birbirinden farklı olan iki dikdörtgeni noktalı kâğıda çiziniz.

ÇEMBER VE DAİRE

Çemberde Merkez Açılar ve Merkez Açıların Gördükleri Yaylar

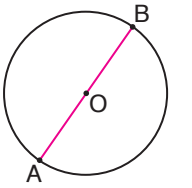


Orçun, projesi için kartondan bir duvar saati yapmayı planlıyor. Duvar saatinin üzerindeki 1'den 12'ye kadar olan sayıları doğru yerlere yazmak istiyor.

Buna göre Orçun, sayıları yazarken kartona çizeceği çizgiler arasındaki açı ölçülerini nasıl belirlemelidir? Açıklayınız.

Hatırlatma

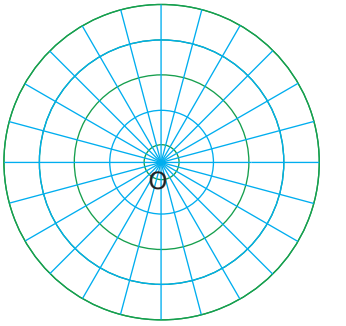
Yandaki O merkezli çemberde, [OA] ve [OB] yarıçap, [AB] çaptır.



Etkinlik

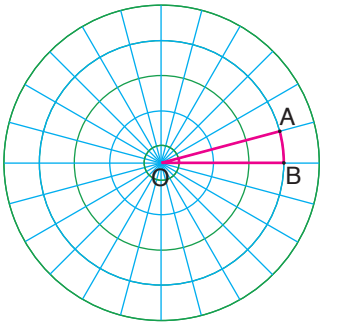
Araç Gereç: Çembersel kâğıt, açıölçer, boya kalemleri

- Çembersel kâğıdın merkezini 1. şekildeki gibi O noktası olarak isimlendiriniz.



1. şekil

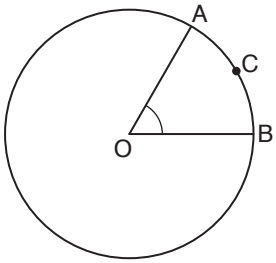
- Çembersel kâğıtta, 2. şekildeki A ve B noktalarını işaretleyiniz. Elde ettiğiniz açıyı ve çember yayını boya kalemi ile 2. şekildeki gibi belirginleştiriniz.
- $\widehat{AOB}$'nı ve AB yayının ölçüsünü açıölçer yardımıyla belirleyiniz.
- Belirlediğiniz ölçülere göre köşesi merkezde olan bir açı ve açının gördüğü yayın ölçüleri ile ilgili genel bir ifade yazınız.
- Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.



2. şekil

Bilgi Kutusu

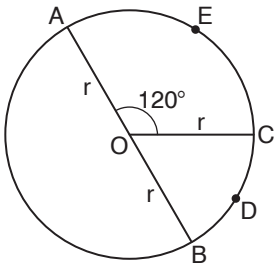
Bir çemberde köşesi merkezde olan açıya **merkez açı**, bu açının kolları arasında kalan çember parçasına da **merkez açının gördüğü yay** denir. Bir çemberdeki bir merkez açı ile merkez açının gördüğü yayın ölçüleri eşittir. Yandaki O merkezli çemberde AOB merkez açısının gördüğü yay ACB yayıdır. AOB açısının ölçüsü, ACB yayının ölçüsüne eşittir.



Örnek

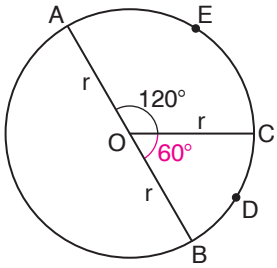
Yandaki O merkezli, yarıçap uzunluğu r olan çemberde [AB] çaptır.

$m(\widehat{AOC}) = 120°$ ise CDB yayının ölçüsünü bulalım.



Çözüm

O merkezli çemberde [AB] çap olduğuna göre $m(\widehat{AOC})$ ile $m(\widehat{COB})$'nün toplamı 180°dir.



$$m(\widehat{AOC}) + m(\widehat{COB}) = 180°$$

$$120° + m(\widehat{COB}) = 180°$$

$$120° + m(\widehat{COB}) - 120° = 180° - 120°$$

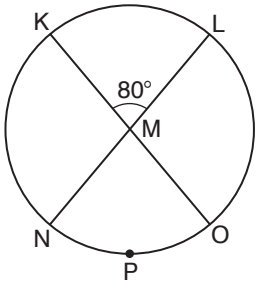
$$m(\widehat{COB}) = 60°$$

COB merkez açısının gördüğü yay CDB yayıdır. Buna göre $m(\widehat{COB})$ ile CDB yayının ölçüsü eşittir.

CDB yayının ölçüsü $= m(\widehat{COB}) = 60°$

Örnek

Yandaki M merkezli çemberde [KO] ve [LN] çaptır. $m(\widehat{KML}) = 80°$ ise NPO yayının ölçüsünü bulalım.



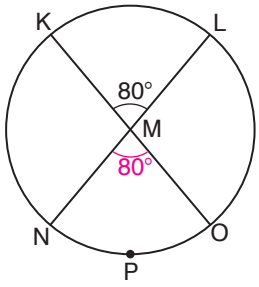
Çözüm

M merkezli çemberde $\widehat{NMO}$ ile $\widehat{KML}$ ters açılardır.

Ters açıların ölçüleri eşit olduğundan $m(\widehat{NMO}) = m(\widehat{KML}) = 80°$ olur.

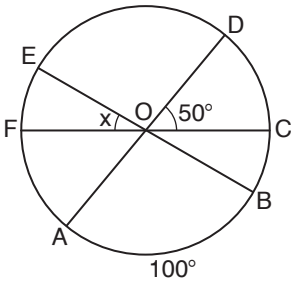
NMO merkez açısının gördüğü yay, NPO yayı olduğundan

NPO yayının ölçüsü $= m(\widehat{NMO}) = 80°$ bulunur.



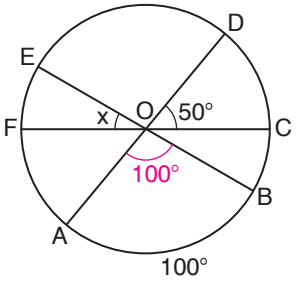
Örnek

Yandaki O merkezli çemberde [FC], [EB] ve [AD] çap; AB yayının ölçüsü 100°, $m(\widehat{DOC}) = 50°$ ve $m(\widehat{FOE}) = x$'tir. Buna göre x'in kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

O merkezli çemberde AOB merkez açısının gördüğü yay AB yayıdır.



AB yayının ölçüsü $= m(\widehat{AOB}) = 100°$

$\widehat{AOB}$ ile $\widehat{EOD}$ ters açılardır ve ters açıların ölçüleri eşittir.

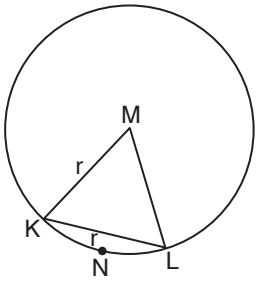
$m(\widehat{EOD}) = m(\widehat{AOB}) = 100°$

[FC] çap olduğundan $\widehat{FOE}$, $\widehat{EOD}$ ve $\widehat{DOC}$'nın ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{FOE}) + m(\widehat{EOD}) + m(\widehat{DOC}) = 180°$$
$$x + 100° + 50° = 180°$$
$$x + 150° = 180°$$
$$x + 150° - 150° = 180° - 150°$$
$$x = 30°$$

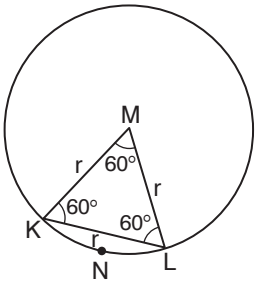
Örnek

Yandaki M merkezli, yarıçap uzunluğu r olan çemberde $|KL| = r$ olduğuna göre KNL yayının ölçüsünü bulalım.



Çözüm

M merkezli çemberde $|MK| = |ML| = |KL| = r$ olduğundan MKL üçgeni eşkenar üçgendir. Eşkenar üçgenin her bir iç açısının ölçüsü 60° dir.



KML merkez açısının gördüğü yay, KNL yayıdır.

KNL yayının ölçüsü $= m(\widehat{KML}) = 60°$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa “D”, yanlış olanların başındaki kutucuğa “Y” yazınız.

a) ☐ Bir çemberde, köşesi çemberin üzerinde olan açıya merkez açı denir.

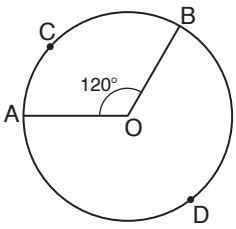
b) ☐ Bir çemberde bir merkez açının ters açısı ile merkez açının gördüğü yayın ölçüleri eşittir.

c) ☐ Ölçüsü 100° olan bir merkez açının gördüğü yayın ölçüsü 100° dir.

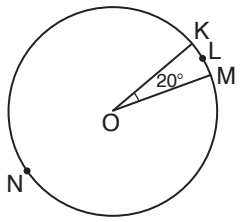
ç) ☐ Bir çemberde bir merkez açının ölçüsü ile merkez açının gördüğü yayın ölçüleri toplamı her zaman 180° dir.

2. Aşağıdaki O merkezli çemberlerde verilen merkez açıların gördüğü yayları ve bu yayların ölçülerini belirleyiniz.

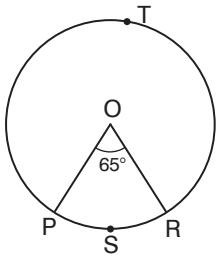
a)



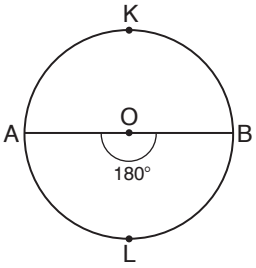
b)



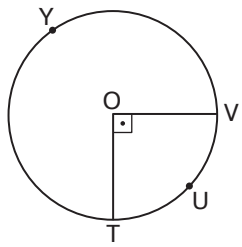
c)



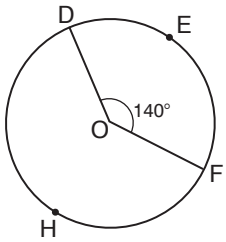
ç)



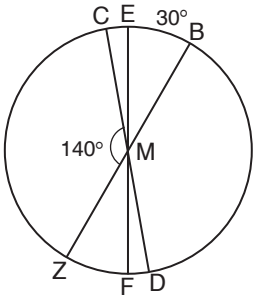
d)



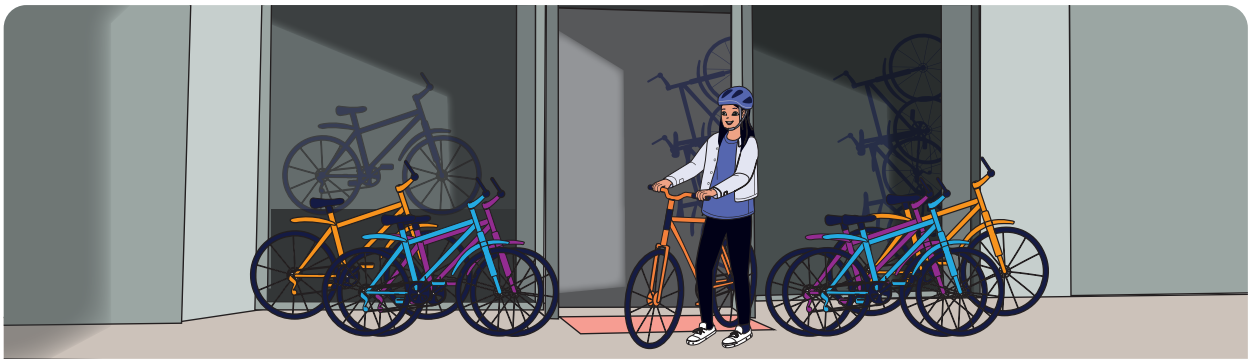
e)



3. Yandaki M merkezli çemberde [ZB], [CD] ve [EF] çap, $m(\widehat{CMZ}) = 140°$ ve EB yayının ölçüsü 30° dir. Buna göre FD yayının ölçüsü kaç derecedir?



Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu



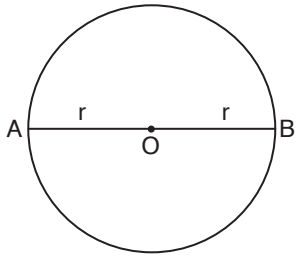
Açelya, tasarruf ederek biriktirdiği paralarla almak istediği bisikleti incelerken tekerleğindeki teller dikkatini çekti. Tekerlek dönerken tekerleğindeki ardışık iki tel arasındaki kısım kadar ilerlediğinde kaç cm'lik yolu gidebileceğini merak etti.

Açelya, gidebileceği mesafeyi belirlerken nasıl bir yol izleyebilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

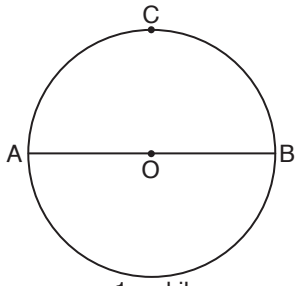
O merkezli, yarıçap uzunluğu r olan yandaki çemberin çevre uzunluğu,

Ç = $2\pi r$ bağıntısı ile hesaplanır.



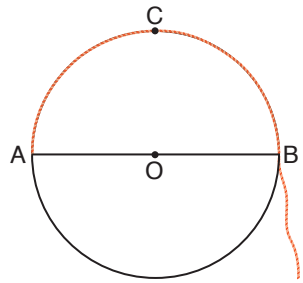
Etkinlik

Araç Gereç: Dosya kâğıdı, açıölçer, kalem, ip, pergel, cetvel



1. şekil

- Dosya kâğıdına, pergel kullanarak O merkezli bir çember çiziniz. Pergel kullanırken dikkatli olunuz.
- O merkezli çemberin çapını çiziniz ve [AB] olarak 1. şekildeki gibi isimlendiriniz.
- İpinizi, ACB yayı boyunca, ipin bir ucu A noktasında olacak şekilde 2. şekildeki gibi yerleştiriniz.
- B noktasının denk geldiği yeri ipte kalemle işaretleyiniz.
- İpin ucu ile işaretli yeri arasındaki uzunluğu cetvelle ölçerek ACB yayının uzunluğunu belirleyiniz.
- Aynı yöntemle ve ip kullanarak çemberin çevre uzunluğunu belirleyiniz.
- AOB açısının ölçüsünü açıölçer kullanarak belirleyiniz.
- AOB açısının ölçüsünü 360°'ye bölünüz. Bölümü not ediniz.
- ACB yayının uzunluğunu çemberin çevre uzunluğuna bölünüz. Bölümü not ediniz.
- Not ettiğiniz bölümleri karşılaştırınız.
- Yaptığınız karşılaştırmaya göre çember parçasının uzunluğu ile çemberin çevre uzunluğu arasındaki ilişkiye yönelik genel bir ifade yazınız.
- Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.



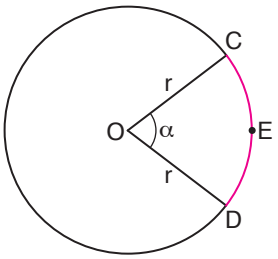
2. şekil

Bilgi Kutusu

O merkezli, yarıçap uzunluğu r olan yandaki çemberde, CED yayının uzunluğu aşağıdaki oranların eşitliği ile hesaplanabilir.

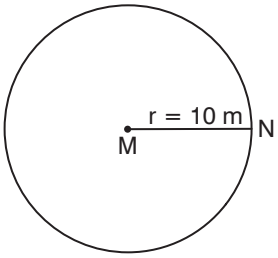
$$\frac{m(\widehat{COD})}{360^\circ} = \frac{\text{CED yayının uzunluğu}}{2\pi r}$$

CED yayının uzunluğu $= 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$



Örnek

Yandaki M merkezli çemberin yarıçap uzunluğu 10 m'dir. Buna göre M merkezli çemberin çevre uzunluğunu bulalım (π'yi 3 alalım.).



Çözüm

Ç $= 2\pi r$ bağıntısındaki π yerine 3, r yerine 10 yazarak M merkezli çemberin çevre uzunluğunu bulalım.

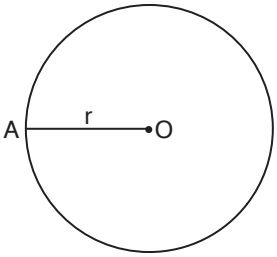
$$Ç = 2\pi r$$

$$Ç = 2 \cdot 3 \cdot 10 = 60 \text{ m}$$

M merkezli çemberin çevre uzunluğu 60 m'dir.

Örnek

Yandaki O merkezli çemberin çevre uzunluğu 44 cm'dir. Buna göre O merkezli çemberin yarıçap uzunluğunu bulalım (π'yi $\frac{22}{7}$ alalım.).



Çözüm

Ç $= 2\pi r$ bağıntısındaki Ç yerine 44, π yerine $\frac{22}{7}$ yazarak O merkezli çemberin yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$Ç = 2\pi r$$

$$44 = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot r$$

$$44 = \frac{44r}{7}$$

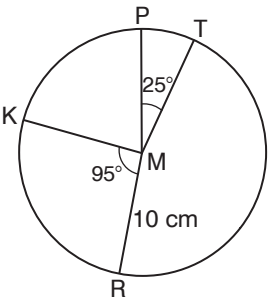
$$\cancel{44} \cdot \frac{7}{\cancel{44}} = \frac{\cancel{44}r}{\cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{7}}{\cancel{44}}$$

$$r = 7 \text{ cm}$$

O merkezli çemberin yarıçap uzunluğu 7 cm'dir.

Örnek

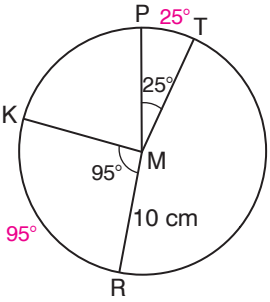
Yandaki M merkezli çemberde [PM], [TM], [RM], [KM] yarıçap; |RM| = 10 cm, $m(\widehat{TMP}) = 25°$ ve $m(\widehat{KMR}) = 95°$ dir. Buna göre KR ile PT yaylarının uzunlukları toplamını bulalım (π'yi 3 alalım.).



Çözüm

M merkezli çemberin yarıçap uzunluğu 10 cm'dir.

KR ile PT yaylarının uzunluklarını ayrı ayrı bulup toplayalım.



$$\text{KR yayının uzunluğu} = 2\pi r \cdot \frac{m(\widehat{KMR})}{360°} = 2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot \frac{95°}{360°} = \frac{5700}{360} = \frac{95}{6}\text{cm}$$

$$\text{PT yayının uzunluğu} = 2\pi r \cdot \frac{m(\widehat{TMP})}{360°} = 2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot \frac{25°}{360°} = \frac{1500}{360} = \frac{25}{6}\text{cm}$$

$$\text{KR ile PT yaylarının uzunlukları toplamı} = \frac{95}{6} + \frac{25}{6} = \frac{95+25}{6} = \frac{120}{6} = 20\,\text{cm dir.}$$

KR ile PT yaylarının uzunlukları toplamı aşağıdaki yolla da bulunabilir.

TMP merkez açısının gördüğü yay, PT yayıdır.

PT yayının ölçüsü $= m(\widehat{TMP}) = 25°$

KMR merkez açısının gördüğü yay, KR yayıdır.

KR yayının ölçüsü $= m(\widehat{KMR}) = 95°$

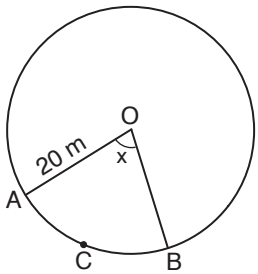
KR ile PT yaylarının ölçüleri toplamı $= 95° + 25° = 120°$ dir.

$$\text{KR ile PT yaylarının uzunlukları toplamı} = 2\pi r \cdot \frac{\text{KR yayının ölçüsü} + \text{PT yayının ölçüsü}}{360°}$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{120°}}}{\underset{3}{\cancel{360°}}} = \frac{60}{3} = 20\,\text{cm}$$

Örnek

Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{AOB}) = x$, ACB yayının uzunluğu = 25 m ve |AO| = 20 m ise x değerini bulalım (π'yi 3 alalım.).



Çözüm

$$\text{ACB yayının uzunluğu} = 2\pi r \cdot \frac{m(\widehat{AOB})}{360°}$$

$$25 = 2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot \frac{x}{360°}$$

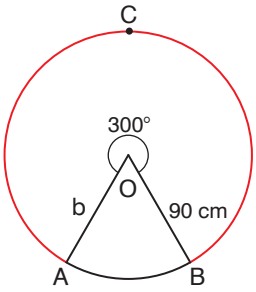
$$25 = \overset{1}{\cancel{120}} \cdot \frac{x}{\underset{3}{\cancel{360°}}}$$

$$25 = \frac{x}{3} \text{ ise } x = 25 \cdot 3 = 75°$$

Örnek

Bir traktörün arka tekerleğinin yarıçap uzunluğu 90 cm, ön tekerleğinin yarıçap uzunluğu 25 cm'dir. Traktörün arka tekerleği, ölçüsü 300° olan merkez açının gördüğü yayın uzunluğu kadar yol aldığında ön tekerleğin kaç tur döneceğini bulalım (π'yi 3 alalım.).

Çözüm



Traktörün arka tekerleğini, yandaki O merkezli ve yarıçap uzunluğu b olan çember ile modelleyelim.

Bu durumda arka tekerlek, çemberdeki kırmızı yayın uzunluğu kadar yol alır.

Öyleyse ACB yayının uzunluğunu bulalım.

$$\text{ACB yayının uzunluğu} = 2\pi b \cdot \frac{\cancel{300^\circ}^{\,5}}{\cancel{360^\circ}_{\,6}}$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 90 \cdot \frac{5}{6}$$

$$= \cancel{6}^{\,1} \cdot 90 \cdot \frac{5}{\cancel{6}_{\,1}}$$

$$= 450\,\text{cm}$$

Ön tekerleğin yarıçap uzunluğu 25 cm olduğuna göre ön tekerleği belirten çemberin çevre uzunluğunu bulalım.

$$\text{Çevre uzunluğu} = 2\pi r$$
$$= 2 \cdot 3 \cdot 25$$
$$= 150\text{ cm}$$

Alınan yol ile ön tekerleğin döndüğü tur sayısı doğru orantılıdır.

Ön tekerlek,

150 cm yol aldığında 1 tur dönerse

450 cm yol aldığında a tur döner.

$$150 \cdot a = 450 \cdot 1$$

$$150a = 450$$

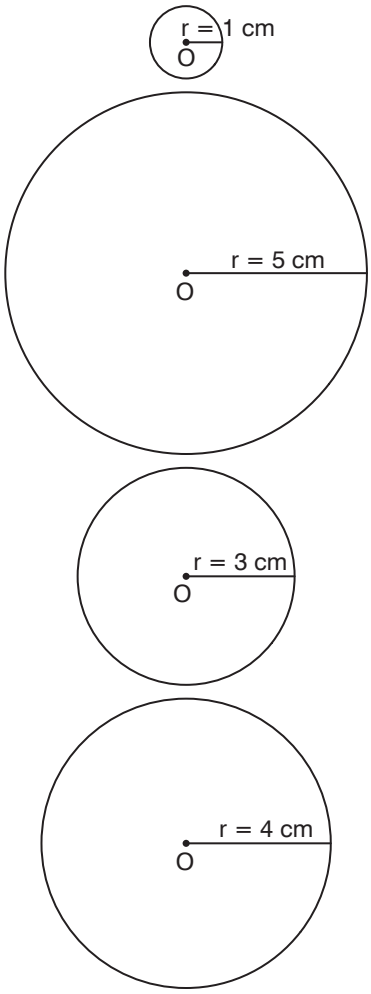
$$\frac{150a}{150} = \frac{450}{150}$$

$$a = 3$$

Traktörün arka tekerleği, ölçüsü 300° olan merkez açısının gördüğü yayın uzunluğu kadar yol aldığında ön tekerlek 3 tur döner.

Alıştırmalar

1. Aşağıda yarıçap uzunlukları verilen O merkezli çemberler ile çemberlerin çevre uzunlukları eşleştirildiğinde hangi uzunluk ölçüsü açıkta kalır (π'yi 3 alınız.)?



Ç = 6 cm

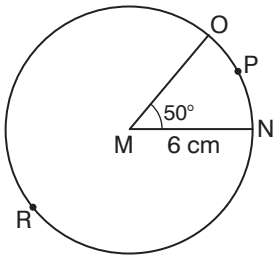
Ç = 12 cm

Ç = 18 cm

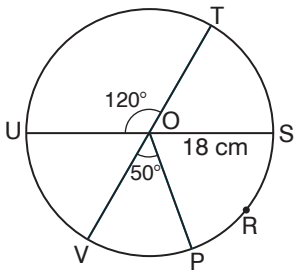
Ç = 24 cm

Ç = 30 cm

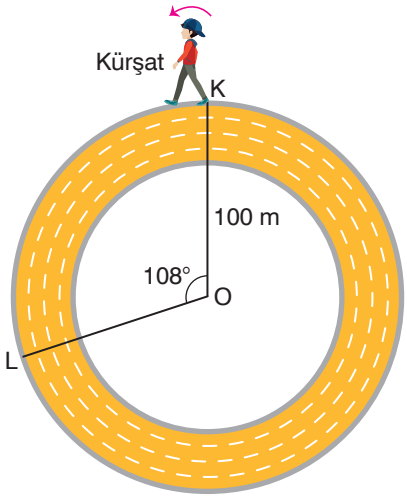
2. Yandaki M merkezli çemberde $m(\widehat{OMN}) = 50°$ ve $|MN| = 6$ cm olduğuna göre OPN yayının uzunluğu kaç cm'dir (π'yi 3 alınız.)?



3. Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{TOU}) = 120°$, $m(\widehat{VOP}) = 50°$ ve $|OS| = 18$ cm'dir. [US] ve [VT] çap olduğuna göre PRS yayının uzunluğu kaç cm'dir (π'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)?

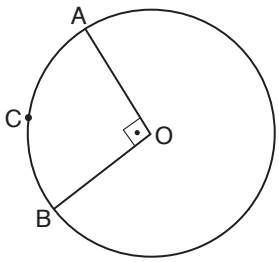


4. Kürşat, koşu yarışlarına katılmak için sınırı çember olan bir pistte antrenman yapıyor. Kürşat, antrenmanda görseldeki çember boyunca ok yönünde koşuyor.

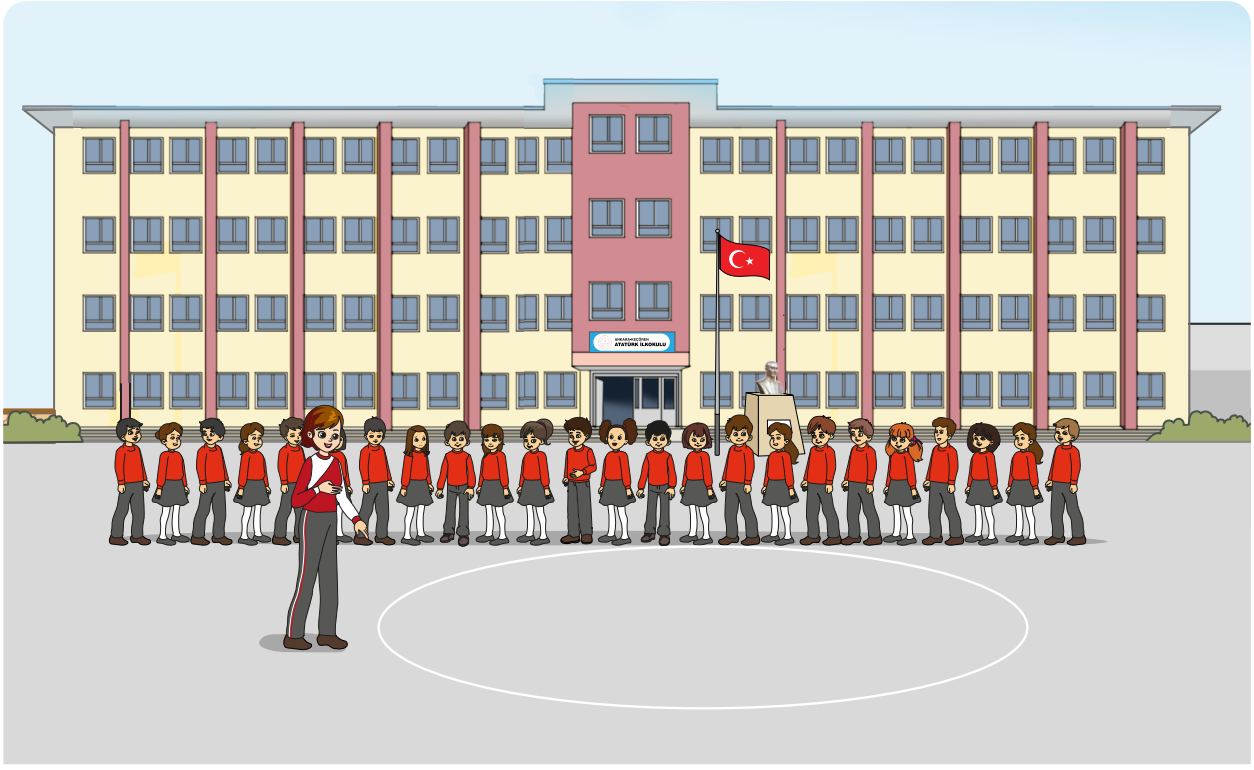


O merkezli pistte, $|OK| = 100$ m ve $m(\widehat{KOL}) = 108°$ olmak üzere pist boyunca K noktasından L noktasına kadar koşan Kürşat, kaç m koşmuş olur (π'yi 3,14 alınız.)?

5. Yandaki O merkezli çemberin çevresinin uzunluğu 72 cm ve $m(\widehat{AOB}) = 90°$ olduğuna göre ACB yayının uzunluğu kaç cm'dir?



Dairenin ve Daire Diliminin Alanı



Ayça Hanım, beden eğitimi dersinde öğrencileri ile bir oyun oynamak istiyor. Bunun için okul bahçesine tebeşirle bir daire çiziyor ve dairenin merkezini tebeşirle belirliyor. Ayça Hanım, daireyi 24 eş parçaya ayırıp 24 öğrencisinin her birini bir eş parçanın içine yerleştirmek istiyor.

Buna göre Ayça Hanım, daireyi 24 eş parçaya ayırırken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.

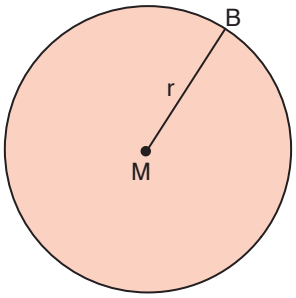
Hatırlatma

Bir çember ile çemberin iç bölgesinin birleşimine **daire** adı verilir.

Bilgi Kutusu

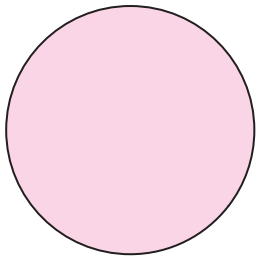
M merkezli, yarıçap uzunluğu r olan yandaki dairenin alanı aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

Alan $= \pi r^2$



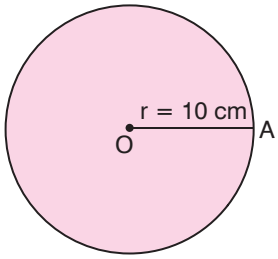
Örnek

Eyüp'ün pembe kartondan kestiği, yarıçap uzunluğu 10 cm olan daire yanda verilmiştir. Buna göre daire şeklindeki kartonun bir yüzünün alanını bulalım (π'yi 3,14 alalım.).



Çözüm

Daire şeklindeki kartonun bir yüzünün alanı bulunurken yarıçap uzunluğu 10 cm olan dairenin alanı hesaplanır.

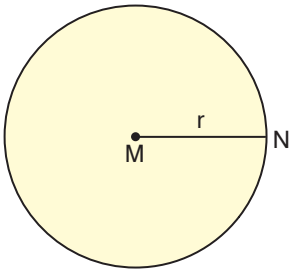


$$\text{Alan} = \pi r^2$$
$$= 3{,}14 \cdot 10^2$$
$$= 3{,}14 \cdot 100$$
$$= 314 \text{ cm}^2$$

Daire şeklindeki kartonun bir yüzünün alanı 314 cm^2 dir.

Örnek

Yandaki M merkezli dairenin alanı 48 m^2 dir. Buna göre dairenin sınırı olan çemberin çevre uzunluğunu bulalım (π'yi 3 alalım.).



Çözüm

M merkezli dairenin alanı 48 m^2 olduğuna göre $A = \pi r^2$ bağıntısını kullanarak dairenin yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$\text{Alan} = \pi r^2$$
$$48 = 3 \cdot r^2$$
$$\frac{48}{3} = \frac{3 \cdot r^2}{3}$$
$$16 = r^2$$

$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ olduğundan M merkezli dairenin yarıçap uzunluğu 4 m'dir.

Dairenin sınırı olan çemberin çevre uzunluğunu bulalım.

$Ç = 2\pi r$

$Ç = 2 \cdot 3 \cdot 4$

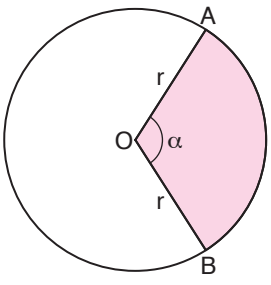
$Ç = 24$ m

Bilgi Kutusu

O merkezli, yarıçap uzunluğu r olan yandaki dairede AOB merkez açısının belirttiği daire diliminin alanı aşağıdaki oranların eşitliği ile hesaplanabilir.

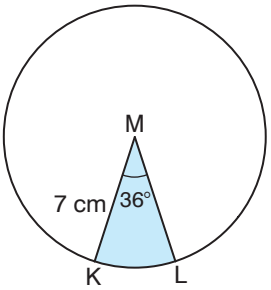
$$\frac{\text{Daire diliminin alanı}}{\pi r^2} = \frac{m(\widehat{AOB})}{360^\circ}$$

$$\text{Daire diliminin alanı} = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$



Örnek

Yandaki M merkezli, yarıçap uzunluğu 7 cm olan dairede $m(\widehat{KML}) = 36^\circ$ ise mavi boyalı daire diliminin alanını bulalım (π'yi $\frac{22}{7}$ alalım.).



Çözüm

M merkezli dairenin alanını bulalım.

$A = \pi r^2$

$A = \frac{22}{7} \cdot 7^2$

$A = \frac{22}{\cancel{7}_{1}} \cdot 7 \cdot \cancel{7}^{1}$

$A = 22 \cdot 7 = 154 \text{ cm}^2$

Mavi boyalı daire diliminin alanını bulalım.

$$\frac{\text{Daire diliminin alanı}}{\text{Dairenin alanı}} = \frac{m(\widehat{KML})}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{Daire diliminin alanı}}{154} = \frac{\cancel{36^\circ}^{1}}{\cancel{360^\circ}_{10}}$$

$$\frac{\text{Daire diliminin alanı}}{154} = \frac{1}{10}$$

$10 \cdot \text{Daire diliminin alanı} = 154$

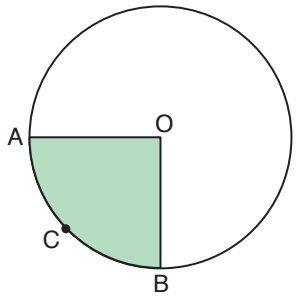
$$\frac{10 \cdot \text{Daire diliminin alanı}}{10} = \frac{154}{10}$$

$\text{Daire diliminin alanı} = 15{,}4 \text{ cm}^2$

M merkezli dairede mavi boyalı daire diliminin alanı 15,4 cm^2 dir.

Örnek

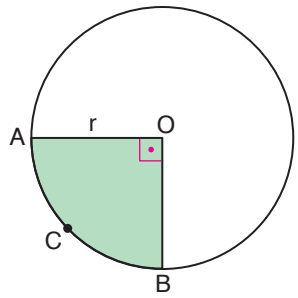
Yandaki O merkezli dairede $m(\widehat{ACB}) = 90°$, yeşil daire diliminin alanı 27 m^2dir. Buna göre O merkezli dairenin yarıçap uzunluğunu bulalım (π'yi 3 alalım.).



Çözüm

O merkezli dairede AOB merkez açısının gördüğü yay $\widehat{ACB}$'dır. Buna göre $\widehat{AOB}$'nın ölçüsü 90° dir.

O merkezli dairenin yarıçap uzunluğunu bulalım.



$$\text{Daire diliminin alanı} = \pi r^2 \cdot \frac{m(\widehat{AOB})}{360°}$$

$$27 = 3 \cdot r^2 \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{90°}}}{\underset{4}{\cancel{360°}}}$$

$$\frac{27}{1} = \frac{3 \cdot r^2}{4}$$

$$4 \cdot \overset{9}{\cancel{27}} = \overset{1}{\cancel{3}} \cdot r^2$$

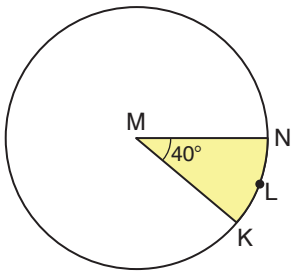
$$36 = r^2$$

$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$ olduğundan O merkezli dairenin yarıçap uzunluğu 6 m'dir.

e-içerik

Örnek

Yandaki M merkezli dairede KLN yayının uzunluğu 2 cm, $m(\widehat{KMN}) = 40°$ ise sarı daire diliminin alanını bulalım (π'yi 3 alalım.).



Çözüm

KLN yayının uzunluğu 2 cm olduğuna göre M merkezli dairenin yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$\text{KLN yayının uzunluğu} = 2\pi r \cdot \frac{m(\widehat{KMN})}{360°}$$

$$2 = 2 \cdot 3 \cdot r \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{40°}}}{\underset{9}{\cancel{360°}}}$$

$$2 \cdot 9 = 6r$$

$$18 = 6r$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

Yarıçap uzunluğu 3 cm olan sarı daire diliminin alanını bulalım.

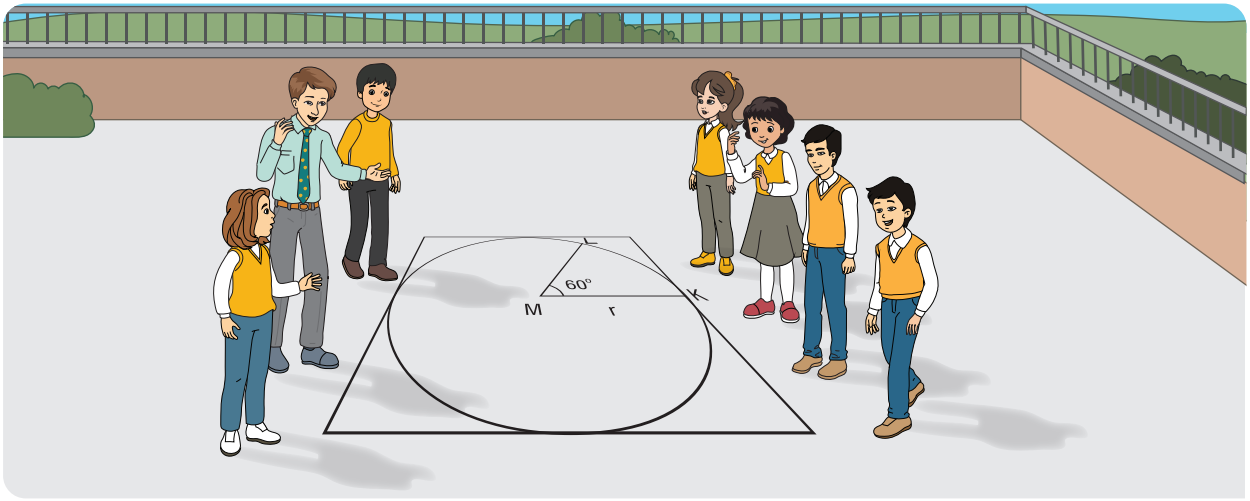
$$\text{Sarı daire diliminin alanı} = \pi r^2 \cdot \frac{m(\widehat{KMN})}{360°}$$

$$= 3 \cdot 3^2 \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{40°}}}{\underset{9}{\cancel{360°}}}$$

$$= 3 \cdot \overset{1}{\cancel{9}} \cdot \frac{1}{\underset{1}{\cancel{9}}} = 3 \text{ cm}^2$$

Örnek

Atakan Öğretmen, okul bahçesine çevre uzunluğu 16 m olan bir kare, karenin içine ise çizilebilecek en büyük daireyi çiziyor. Atakan Öğretmen, daireye merkez açısının ölçüsü 60° olan bir daire dilimi çiziyor ve daire dilimini öğrencileri ile birlikte pembeye boyamak istiyor.



Buna göre Atakan Öğretmen'in öğrencileriyle pembeye boyamak istediği daire diliminin alanını bulalım (π'yi 3 alalım.).

Çözüm

Atakan Öğretmen'in karenin içine çizdiği en büyük dairenin çap uzunluğu (2r), karenin bir kenar uzunluğuna eşittir. Önce karenin kenar uzunluğunu bulalım.

Çevre uzunluğu = 4 · Bir kenar uzunluğu

$$\frac{16}{4} = \frac{4 \cdot \text{Bir kenar uzunluğu}}{4}$$

$$4 = \text{Bir kenar uzunluğu}$$

Karenin bir kenar uzunluğu 4 m'dir.

Sonra dairenin yarıçap uzunluğunu bulalım.

2r = 4 ise r = 2 m'dir.

Son olarak daire diliminin alanını bulalım.

$$\text{Daire diliminin alanı} = \pi r^2 \cdot \frac{m(\widehat{LMK})}{360^\circ}$$

$$= 3 \cdot 2^2 \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{60^\circ}}}{\underset{6}{\cancel{360^\circ}}}$$

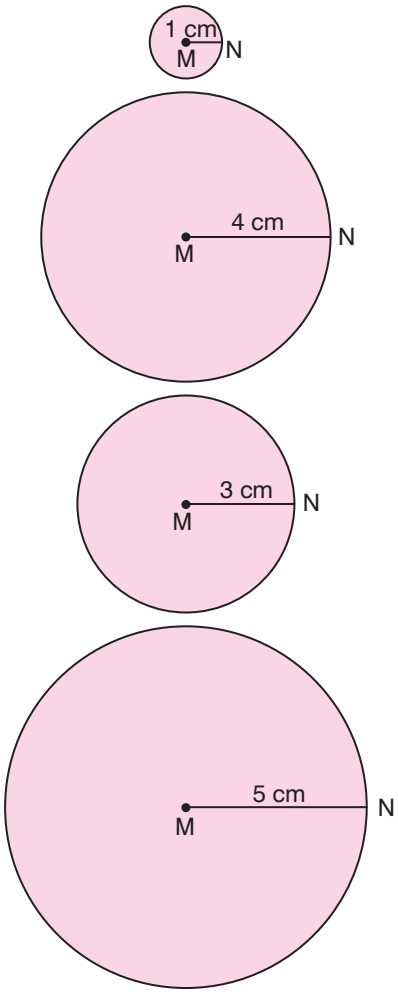
$$= \frac{3 \cdot 4}{6}$$

$$= \frac{12}{6} = 2 \text{ m}^2$$

Atakan Öğretmen'in öğrencileriyle pembeye boyamak istediği daire diliminin alanı 2 m^2 dir.

Alıştırmalar

1. Yarıçap uzunlukları verilen aşağıdaki M merkezli daireler ile bu dairelerin alanları eşleştirildiğinde hangi alan ölçüsü açıkta kalır (π'yi 3 alınız.)?



$3\ cm^2$

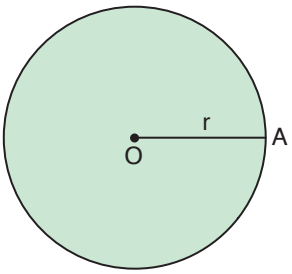
$12\ cm^2$

$27\ cm^2$

$48\ cm^2$

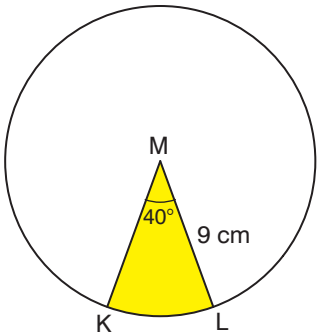
$75\ cm^2$

2. Yandaki O merkezli dairenin alanı 154 m^2 olduğuna göre sınırı olan çemberin çevre uzunluğu kaç m'dir (π'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)?

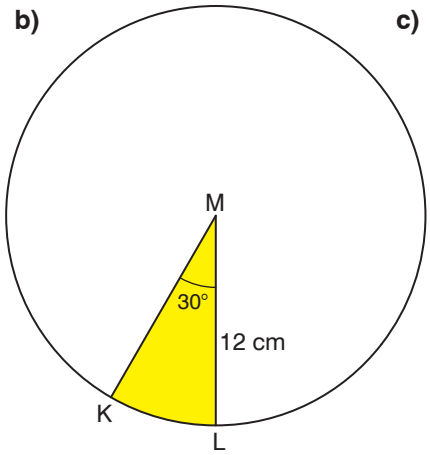


3. M merkezli dairelerde verilen sarı boyalı daire dilimlerinin alanları kaç cm^2 dir (π'yi 3 alınız.)?

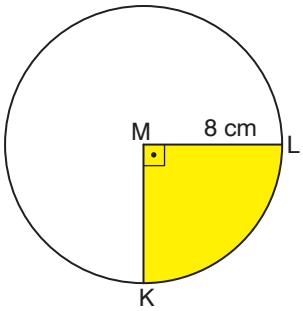
a)



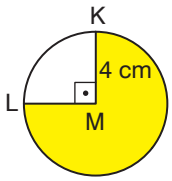
b)



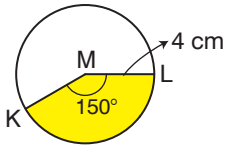
c)



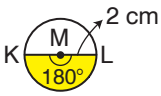
ç)



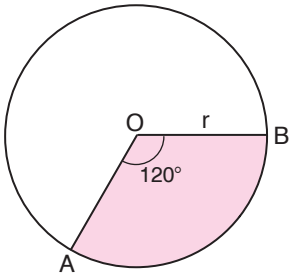
d)



e)

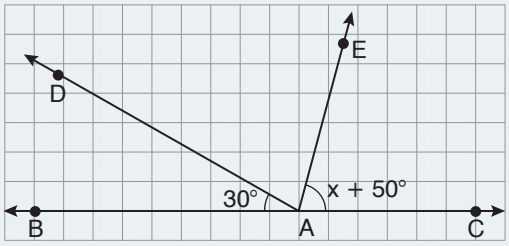


4. Yandaki O merkezli dairede $m(\widehat{AOB}) = 120°$ dir. O merkezli dairenin sınırını belirten çemberin çevre uzunluğu 62,8 m'dir. Buna göre pembe daire diliminin alanı kaç m^2 dir (π'yi 3,14 alınız.)?



5. Oya, lokantada daire şeklinde bir adet lahmacun siparişi veriyor. Gelen lahmacunu görseldeki gibi 4 eş parçaya ayırıyor ve lahmacunun eş parçalarından birini yiyor. Lahmacunun yarıçap uzunluğu 10 cm olduğuna göre Oya'nın yediği parçanın bir yüzünün alanı kaç cm^2 dir (π'yi 3 alınız.)?

1. Kareli kâğıttaki şekilde B, A, C noktaları doğrusal, $m(\widehat{BAD}) = 30°$, $m(\widehat{EAC}) = x + 50°$ dir. [AE, $\widehat{DAC}$'nın açıortayı olduğuna göre x kaç derecedir?



A) 20 B) 25 C) 30 D) 35

2. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

a) ☐ Yöndeş açıların ölçüleri toplamı her zaman 180° dir.

b) ☐ İç ters açıların ölçüleri eşittir.

c) ☐ Dış ters açıların ölçülerinin farkı 90° dir.

ç) ☐ Ters açılar aynı zamanda her zaman birbirinin bütünleridir.

d) ☐ A açısının ölçüsü 15° dir. $\widehat{A}$ ile $\widehat{B}$, dış ters açılardır. Buna göre $\widehat{B}$'nın ölçüsü 15° dir.

e) ☐ Ölçüsü 40° olan bir açının bütünlerine yöndeş olan bir açının ölçüsü 140° dir.

3. Naz, yanda verilen ABCD dikdörtgeni şeklindeki kâğıda aşağıdaki adımları uyguluyor.

1. adım: [AB] ve [DC] çakışacak şekilde kâğıdı ortadan ikiye katlıyor.

2. adım: Kâğıdı açmadan aynı yönde ve tekrar aynı şekilde ortadan ikiye katlıyor.

3. adım: Kâğıdı açarak kat çizgilerini kırmızı kalemle belirginleştiriyor.

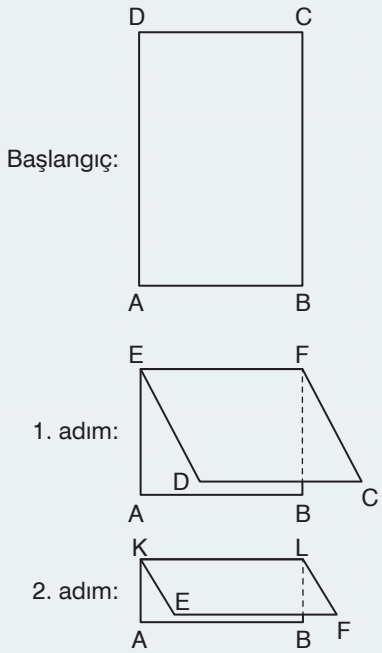
4. adım: Kâğıdın kırmızı çizgilerin bulunduğu yüzünde [AC] köşegenini çiziyor.

Buna göre Naz'ın kâğıdın bir yüzünde elde ettiği açılardan,

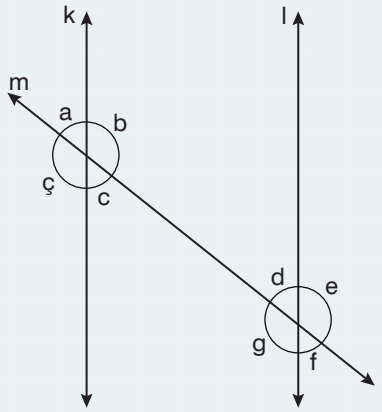
a) yöndeş b) iç ters

c) ters ç) dış ters

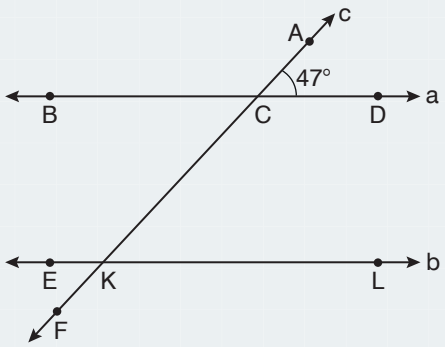
olan ikişer tanesini belirleyiniz.



4. Fevzi, defterine birbirine paralel olan k ve l doğruları ile bu doğruları kesen m doğrusunu yandaki gibi çizmiştir. Oluşan şekil üzerindeki açıları şekildeki gibi harflerle isimlendirmiştir. Buna göre a ile gösterilen açının yöndeşi, tersi ve dış tersi olan açılar hangi harflerle gösterilmiştir?



5. Yandaki şekilde a // b ve c doğrusu, a ile b doğrularını kesmektedir. $m(\widehat{ACD}) = 47°$ olduğuna göre aşağıdaki ifadeleri tamamlayınız.



a) $\widehat{BCK}$ ile $\widehat{EKF}$ ..... açılardır.

b) $\widehat{CKL}$ 'nın ölçüsü ..... derecedir.

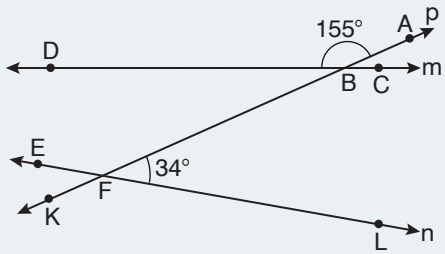
c) $\widehat{ACD}$ ile $\widehat{EKF}$ ..... açılardır.

ç) $\widehat{BCK}$ 'nın ölçüsü ..... derecedir.

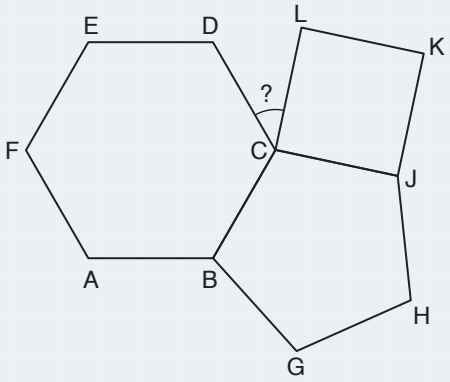
d) $\widehat{DCK}$ ile $\widehat{EKC}$ ..... açılardır.

e) $\widehat{LKF}$ 'nın ölçüsü ..... derecedir.

6. Yandaki p, m ve n doğrularında $m(\widehat{DBA}) = 155°$ ve $m(\widehat{BFL}) = 34°$ dir. Buna göre m ile n doğrularının paralel olup olmadığını belirleyiniz.



7. Yandaki şekilde ABCDEF düzgün altıgeni, BGHJC düzgün beşgeni, CJKL karesi verilmiştir. Buna göre $m(\widehat{DCL})$ kaç derecedir?



A) 38 **B)** 40

C) 42 **D)** 48

8. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa “D”, yanlış olanların başındaki kutucuğa “Y” yazınız.

a) ☐ Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarın özel bir durumudur.

b) ☐ Yamuk, karenin özel bir durumudur.

c) ☐ Paralelkenar, yamuğun özel bir durumudur.

ç) ☐ Bir ongenin iç açı ölçülerinin toplamı 1800° dir.

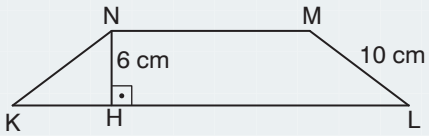
d) ☐ Bir altıgenin dış açı ölçülerinin toplamı 720° dir.

e) ☐ Bir beşgenin iç açı ölçülerinin toplamı 540° dir.

9. İç açı ölçülerinin toplamı 1080° olan bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler çokgeni kaç üçgene ayırır?

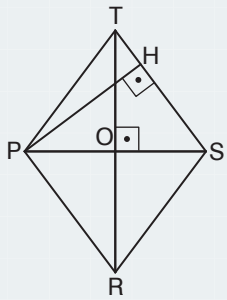
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

10. Yandaki KLMN yamuğunda [KL] // [MN], |KL| = 2·|MN|, |LM| = |KN| = 10 cm, |NH| = 6 cm’dir. KLMN yamuğunun çevre uzunluğu 68 cm ise alanı kaç cm^2 dir?

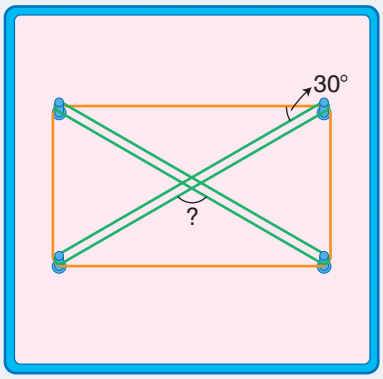


11. Yandaki PRST eşkenar dörtgeninde [PS] ile [TR] köşegen, |PH| = 19,2 m, |PO| = 12 m ve |OR| = 16 m’dir. Buna göre PRST eşkenar dörtgeninin çevre uzunluğu kaç m’dir?

A) 80 B) 100 C) 120 D) 200

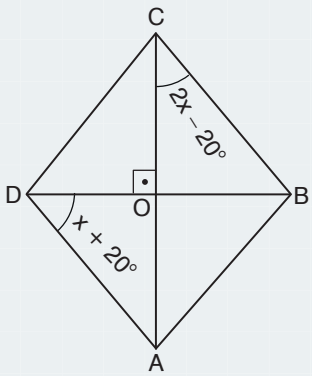


12. Harun, tahtadaki dört çiviye turuncu lastik takarak bir dikdörtgen ve yeşil lastiklerle bu dikdörtgenin köşegenlerini görseldeki gibi oluşturdu. Görselde verilen 30° lik açı ölçüsüne göre "?" yerine hangi açı ölçüsü yazılmalıdır? (Lastiğin bağlandığı noktada açıların ölçülerinin sapma durumu dikkate alınmayacaktır.)

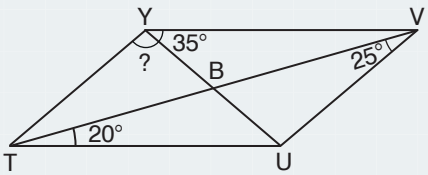


13. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde [BD] ve [AC] köşegen, $m(\widehat{OCB}) = 2x - 20°$ ve $m(\widehat{ODA}) = x + 20°$ dir. Buna göre x kaç derecedir?

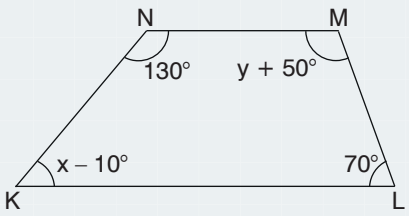
A) 15 B) 20 C) 25 D) 30



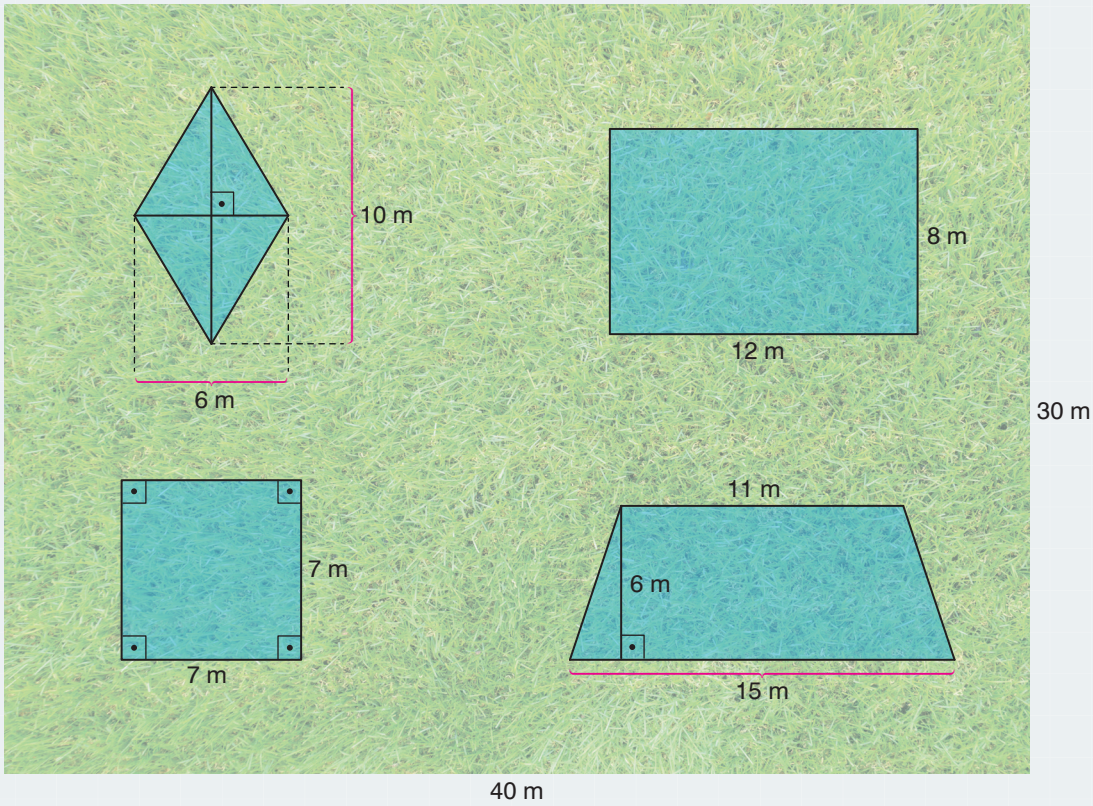
14. Yandaki TUVY paralelkenarında $m(\widehat{VYB}) = 35°$, $m(\widehat{TVU}) = 25°$ ve $m(\widehat{VTU}) = 20°$ dir. Buna göre $m(\widehat{TYU})$ kaç derecedir?



15. Yandaki KLMN yamuğunda [KL] // [NM], $m(\widehat{NKL}) = x - 10°$, $m(\widehat{KLM}) = 70°$, $m(\widehat{LMN}) = y + 50°$ ve $m(\widehat{MNK}) = 130°$ dir. Buna göre x + y toplamı kaç derecedir?

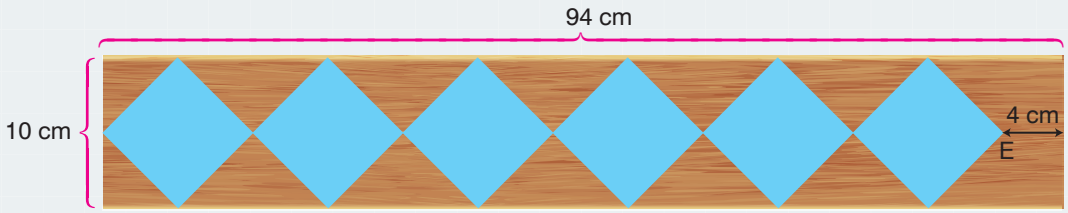


16. Kenar uzunlukları 30 m ve 40 m olan dikdörtgen şeklindeki bir parka, görselde bazı uzunlukları verilen kare, eşkenar dörtgen, yamuk ve dikdörtgen şeklinde oyun alanları yapılıyor. Parktaki oyun alanları dışındaki alana çim ekiliyor.



Görselde verilenlere göre parktaki çim ekili alan kaç m^2 dir?

17. Kenar uzunlukları 10 cm ve 94 cm olan dikdörtgen şeklindeki bir tahtanın üzerine görseldeki gibi eşkenar dörtgen şeklinde 6 renkli kâğıt yerleştirilerek bir süsleme oluşturuluyor.



Süsleme ile ilgili aşağıdakiler biliniyor.

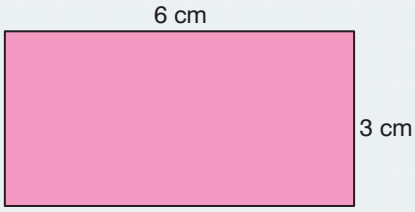
- Eşkenar dörtgen şeklindeki renkli kâğıtlar eştir.
- Renkli kâğıtların birer köşesi çakışıktır.
- En sağdaki eşkenar dörtgenin E köşesi ile tahtanın kısa kenarı arasındaki mesafe 4 cm'dir.

Buna göre her bir renkli kâğıdın bir yüzünün alanı kaç cm^2 dir?

A) 75 B) 100 C) 125 D) 150

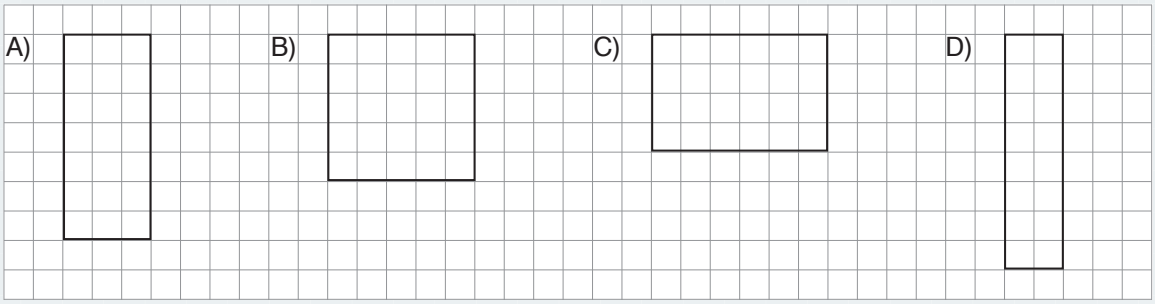
18. Cemil, pembe ve sarı kartonlardan alanları eşit olan iki dikdörtgen oluşturuyor. Pembe dikdörtgen yanda verilmiştir ve bu dikdörtgenin kenar uzunlukları 6 cm ile 3 cm'dir.

Sarı dikdörtgenin kenar uzunlukları birer doğal sayı olduğuna göre çevre uzunluğu aşağıdakilerden hangisi olamaz?



A) 18 cm B) 22 cm C) 30 cm D) 38 cm

19. Aşağıdaki kareli kâğıtta, çevre uzunlukları eşit olan dikdörtgenler verilmiştir. Dikdörtgenlerden hangisinin alanı daha büyüktür?



20. Gözde, pergel kullanarak defterine, yarıçap uzunluğu 21 cm olan O merkezli bir daire çiziyor. Merkez açısının ölçüsü 120° olan bir daire dilimini kırmızı kalemle oluşturuyor. Oluşturduğu daire dilimini maviye boyuyor.

Gözde'nin defterine çizdiği daire yanda verilmiştir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız (π'yi 3 alınız.).

a) ACB yayının ölçüsü kaç derecedir?

b) O merkezli dairenin sınırı olan çemberin çevre uzunluğu kaç cm'dir?

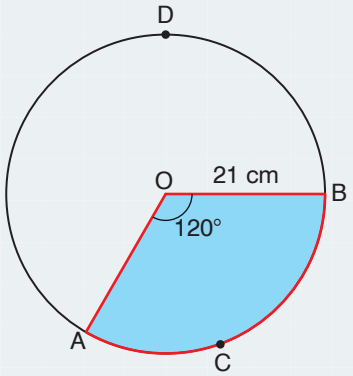
c) ADB yayının ölçüsü kaç derecedir?

ç) ACB yayının uzunluğu kaç santimetredir?

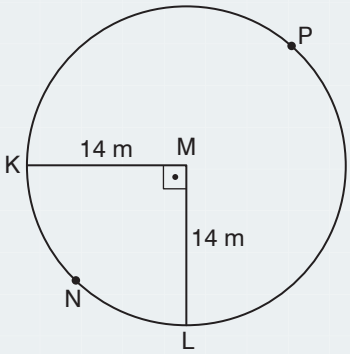
d) ADB yayının uzunluğu kaç santimetredir?

e) O merkezli dairenin alanı kaç santimetrekaredir?

f) Mavi daire diliminin alanı kaç santimetrekaredir?



21. Yanda verilen ve yarıçap uzunluğu 14 m olan M merkezli çemberde $m(\widehat{KML}) = 90°$ dir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız (π'yi $\frac{22}{7}$ alınız.).

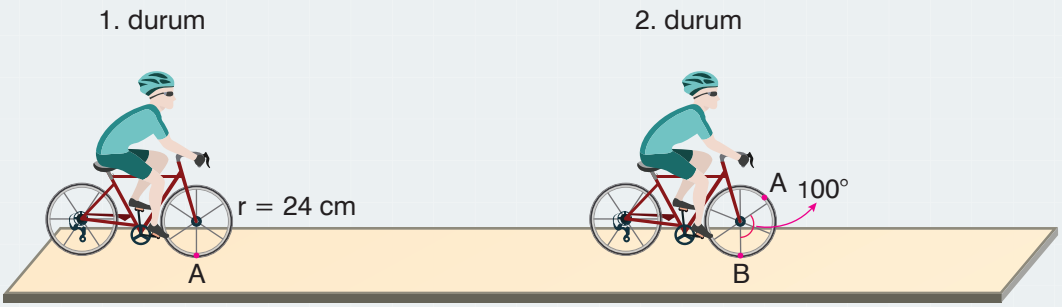


a) KPL yayının ölçüsü, KNL yayının ölçüsünden kaç derece fazladır?

b) M merkezli çemberin çevre uzunluğu kaç m'dir?

c) KNL yayının uzunluğu kaç m'dir?

22.



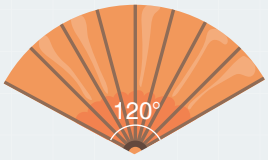
Bilal bisikleti ile A noktasından harekete başladıktan sonra bisikletin ön tekeri 5 tam tur atıyor. Bisikletin ön tekeri 6. turu tamamlanmadan B noktasına geldiğinde duruyor. Yukarıdaki şekilde bisikletin ön tekeri B noktasına geldiğinde 1. durumdaki A noktasının konumu 2. durumda gösterilmiştir.

Bu bilgilere göre A ile B noktaları arası kaç cm'dir (π'yi 3 alınız.)?

A) 824 B) 760 C) 720 D) 842

23. Tuğçe, yelpazesini 1. görseldeki gibi yarım daire oluşturacak şekilde açtığında yelpazenin ön yüzünün alanı 150 cm^2 oluyor. Tuğçe, yelpazesini biraz kapatıp 2. görseldeki gibi merkez açısının ölçüsü 120° olan bir daire dilimi oluşturacak şekle getiriyor. Buna göre son durumda yelpazenin çevre uzunluğu kaç cm olur (π'yi 3 alınız.)?

1. görsel



2. görsel

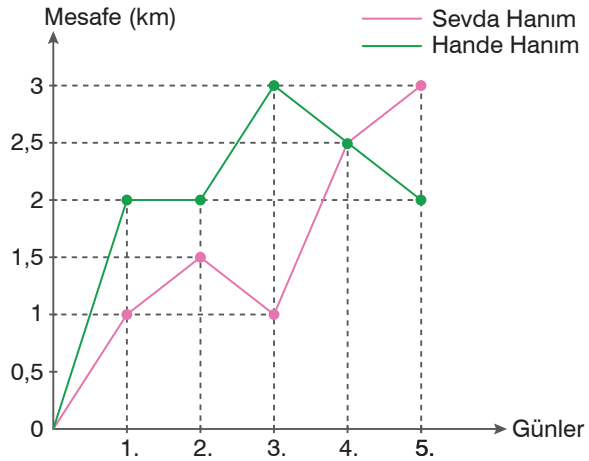
A) 20 B) 30

C) 40 D) 45

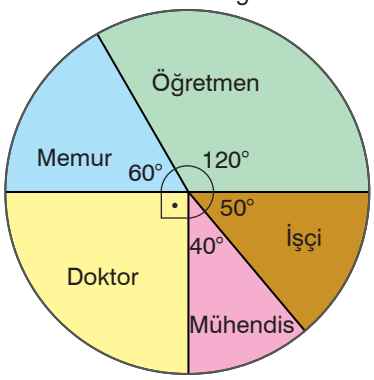
Ek Sorular

6. ÜNİTE

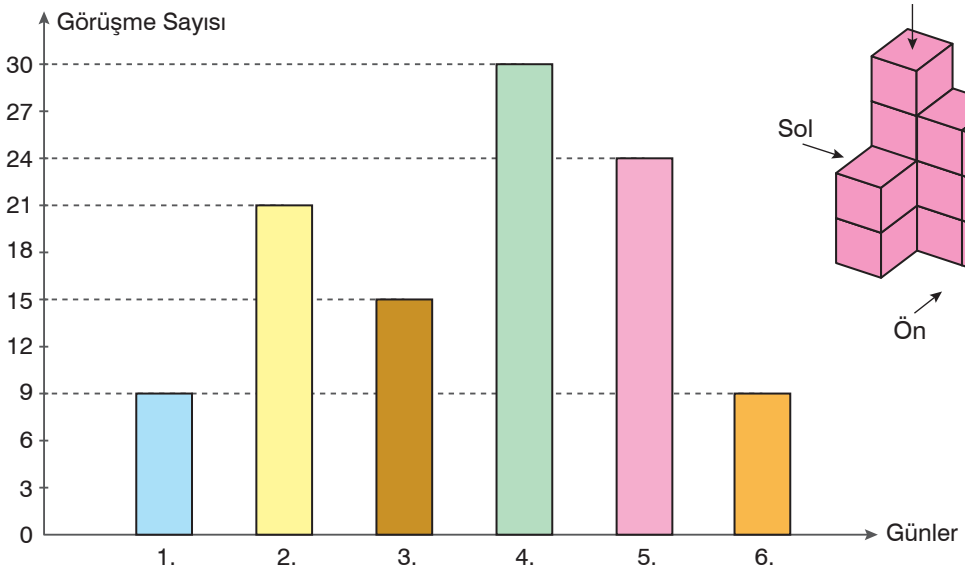
Grafik: *Sevda Hanım ile Hande Hanım'ın Günlere Göre Yürüdükleri Mesafeler*

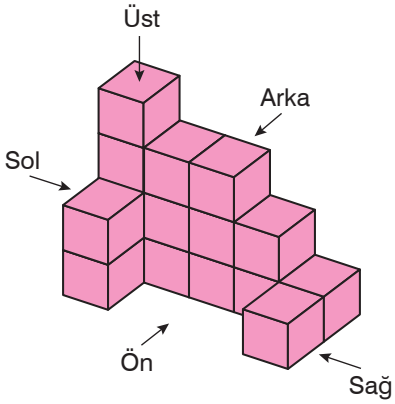


Grafik: *Tiyatro Kursuna Katılanların Mesleklerine Göre Dağılımı*



Grafik: *Halil Bey'in Altı Gün Boyunca Günlük Yaptığı Görüşme Sayıları*





Ünite Tanıtım

- **Veri Analizi**
- **Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri**

EBA İçeriği

Terimler veya Kavramlar

çizgi grafiği, daire grafiği, ortanca (medyan), tepe değer (mod)

VERİ ANALİZİ

Çizgi Grafiği

Banu, araştırması için bazı belgeleri incelerken verilerin çizgi grafikleri ile gösterildiğini fark ediyor. Banu, çizgi grafiklerinin görseldeki gibi farklı biçimlerde gösterilme nedenini merak ediyor.

Sizce çizgi grafiği hangi durumlarda farklı biçimlerde gösterilir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

- Bir araştırma sonucunda elde edilen verilerin noktalarla belirtilip bu noktaların çizgilerle birleştirildiği grafiklere **çizgi grafiği** adı verilir.
- İki gruba ait veriler, farklı renklerde çizgilerle belirtilerek ikili çizgi grafiği ile gösterilebilir.

Örnek

Nazan Hanım, bebeğinin vücut sıcaklığını belirli aralıklarla ölçüyor ve elde ettiği ölçümlerle yandaki tabloyu oluşturuyor. Nazan Hanım, tablodaki verileri çizgi grafiği ile göstererek bebeğinin vücut sıcaklığındaki değişimi görmek istiyor. Tablodaki verileri çizgi grafiği ile göstererek Nazan Hanım'a yardımcı olalım.

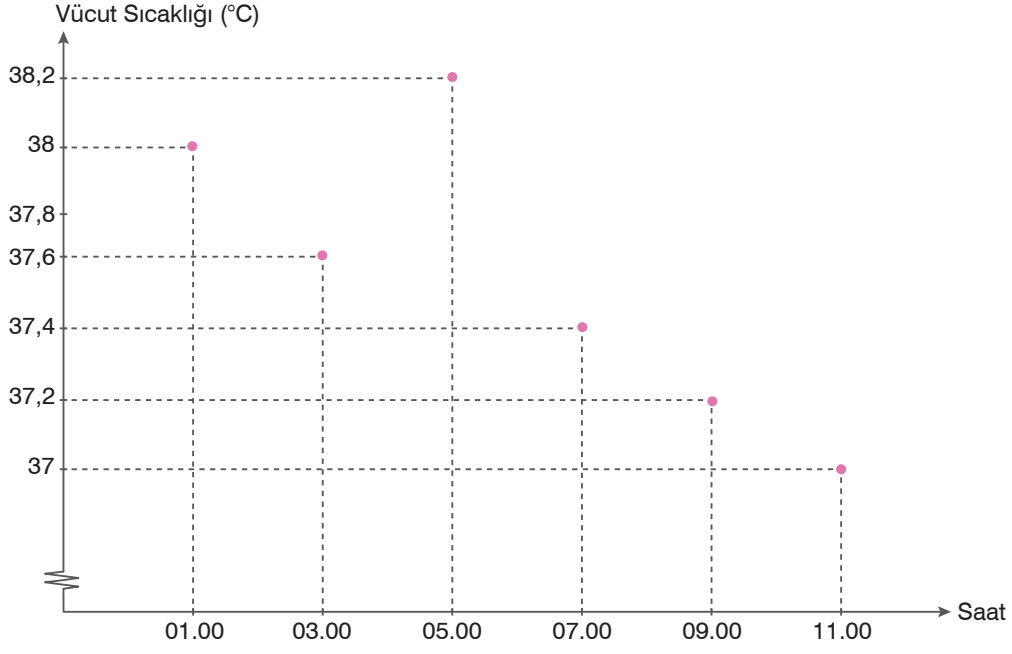
Tablo: *Nazan Hanım'ın Bebeğinin Belirli Saatlerdeki Vücut Sıcaklığı*

Saat	Vücut Sıcaklığı (°C)
01.00	38
03.00	37,6
05.00	38,2
07.00	37,4
09.00	37,2
11.00	37

Çözüm

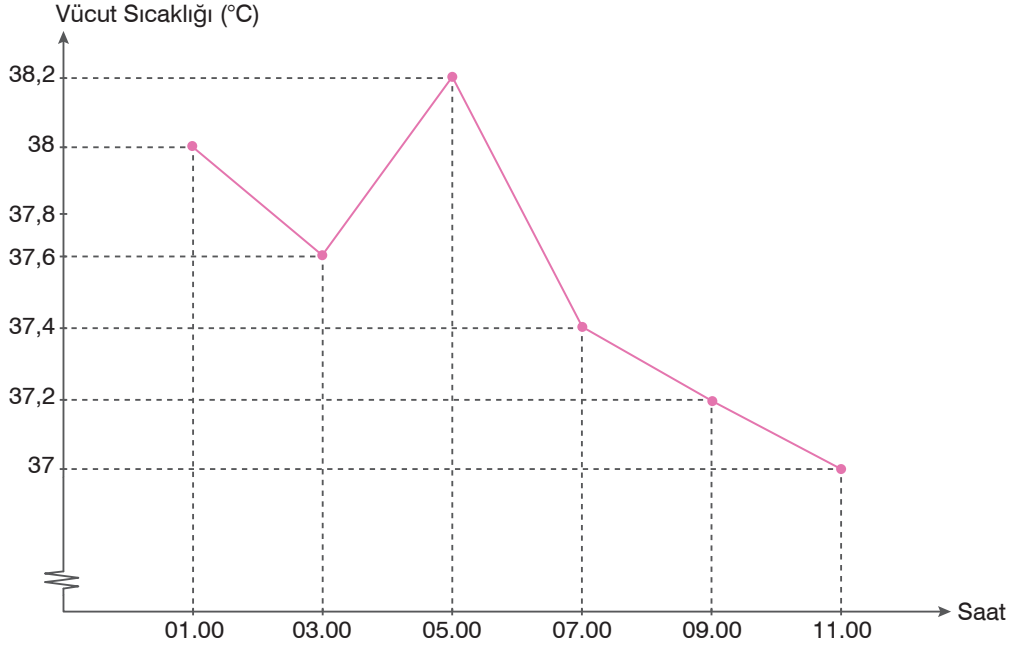
Çizgi grafiğinin başlığını ve eksenlerini belirleyelim. Saat değerlerine karşılık gelen vücut sıcaklıklarını (°C) aşağıdaki gibi grafikte işaretleyelim.

Grafik: *Nazan Hanım'ın Bebeğinin Vücut Sıcaklığının Saatlere Göre Değişimi*



Grafikteki ardışık noktaları birer çizgi ile birleştirerek çizgi grafiğini aşağıdaki gibi oluşturalım.

Grafik: *Nazan Hanım'ın Bebeğinin Vücut Sıcaklığının Saatlere Göre Değişimi*



Örnek

Burak Bey'in iki tarlası için kullandığı toplam suyun günlere göre miktarları yandaki tabloda verilmiştir. Tablodaki verilerle ikili çizgi grafiği oluşturalım.

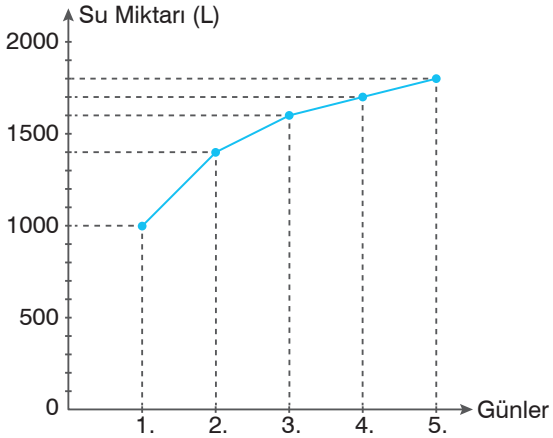
Tablo: *Burak Bey'in İki Tarlası İçin Kullandığı Toplam Suyun Günlere Göre Miktarları*

Tarlalar / Günler	1. Tarla (L)	2. Tarla (L)
1.	1000	1500
2.	1400	1500
3.	1600	1600
4.	1700	1800
5.	1800	1800

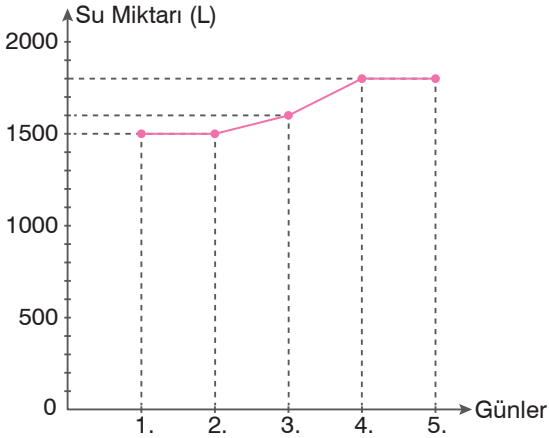
Çözüm

Tablodaki verilerle Burak Bey'in iki tarlası için kullandığı toplam suyun günlere göre miktarlarını belirten çizgi grafiklerini aşağıdaki gibi ayrı ayrı oluşturalım.

Grafik: *Burak Bey'in Birinci Tarlası İçin Kullandığı Toplam Suyun Günlere Göre Miktarları*

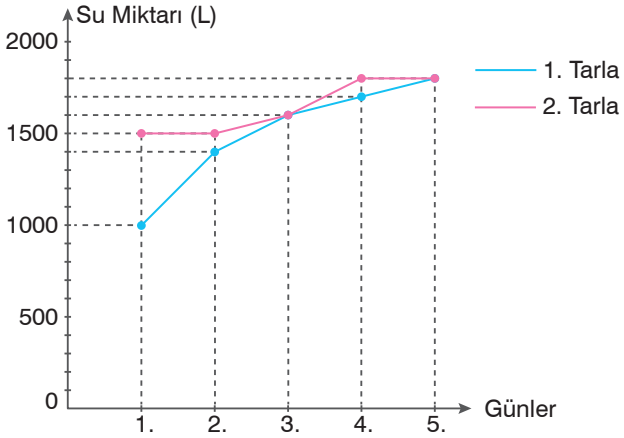


Grafik: *Burak Bey'in İkinci Tarlası İçin Kullandığı Toplam Suyun Günlere Göre Miktarları*



Çizgi grafiklerini birleştirerek Burak Bey'in iki tarlası için kullandığı toplam suyun miktarlarının günlere göre değişimlerini aynı çizgi grafiğinde gösterelim.

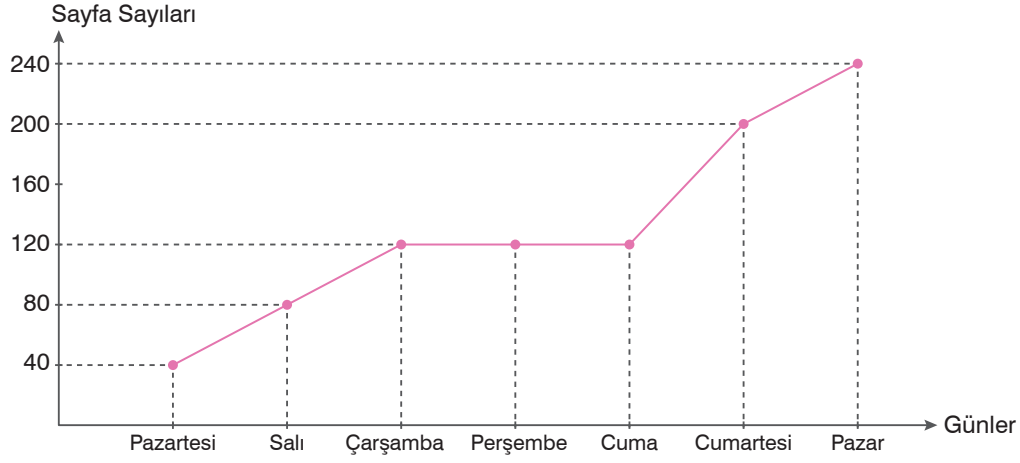
Grafik: *Burak Bey'in İki Tarlası İçin Kullandığı Toplam Suyun Günlere Göre Miktarları*



Örnek

Mine, yeni aldığı 240 sayfalık kitabı pazartesi günü okumaya başlıyor ve pazar günü kitabı bitiriyor. Mine'nin her günün sonunda okuduğu sayfa sayılarının toplamını belirten çizgi grafiği aşağıda verilmiştir.

Grafik: *Mine'nin Bir Hafta Boyunca Günlük Okuduğu Sayfa Sayılarının Toplamı*



Çizgi grafiğine göre Mine'nin okuduğu sayfa sayılarını yorumlayalım.

Çözüm

Mine yeni aldığı kitabın,

- pazartesi günü 40 sayfasını,
- salı günü 80 – 40 = 40 sayfasını,
- çarşamba günü 120 – 80 = 40 sayfasını,
- perşembe günü 120 – 120 = 0 sayfasını,
- cuma günü 120 –120 = 0 sayfasını,
- cumartesi günü 200 – 120 = 80 sayfasını,
- pazar günü 240 – 200 = 40 sayfasını okumuştur.

Mine'nin okuduğu sayfa sayıları ile ilgili aşağıdakiler söylenebilir.

- Perşembe ve cuma günleri okumamıştır.
- En çok okuduğu gün cumartesidir.
- Pazartesi, salı, çarşamba ve pazar günleri okuduğu sayfa sayıları eşittir.
- Cumartesi günü, pazartesi gününden 80 – 40 = 40 sayfa fazla okumuştur.

Mine, ilk iki günde yeni aldığı kitabın $\frac{80}{240} = \frac{1}{3}$'ünü okumuştur.

Mine, ilk üç günde yeni aldığı kitabın $\frac{120}{240} = \frac{1}{2}$'sini yani yarısını okumuştur.

Örnek

Işıl ve İhsan'ın sekiz ay boyunca aylara göre kütleleri yandaki ikili çizgi grafiğinde verilmiştir. Bu grafiğe göre aşağıdaki soruları cevaplayalım.

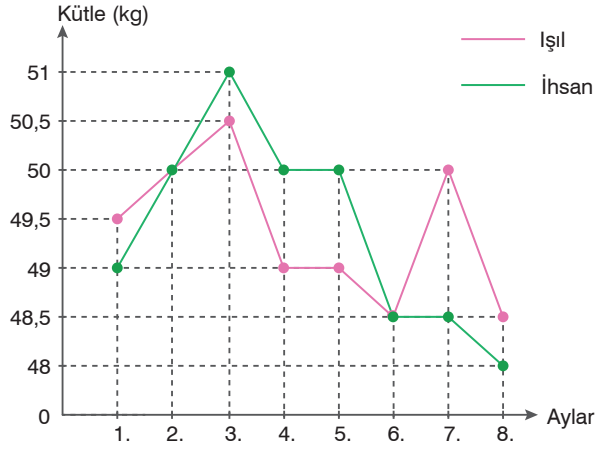
a) Işıl'ın kütlesi hangi ardışık aylar arasında değişmemiştir?

b) İhsan'ın kütlesi kaçıncı ayda en yüksek değerine ulaşmıştır?

c) İhsan'ın kaçıncı aylardaki kütleleri sürekli artmıştır?

ç) Işıl'ın kaçıncı aylardaki kütlesi diğer aylardakinden daha azdır?

Grafik: *Işıl ile İhsan'ın Sekiz Ay Boyunca Aylara Göre Kütleleri*



Çözüm

a) Işıl, 4 ve 5. aylarda 49 kg'dır. Buna göre Işıl'ın kütlesi 4 ve 5. aylar arasında değişmemiştir.

b) İhsan'ın kütlesi 1. ayda 49 kg, 2. ayda 50 kg, 3. ayda 51 kg, 4. ayda 50 kg, 5. ayda 50 kg, 6. ayda 48,5 kg, 7. ayda 48,5 kg ve 8. ayda 48 kg'dır. Buna göre İhsan'ın kütlesi 3. ayda en yüksek değerine ulaşmıştır.

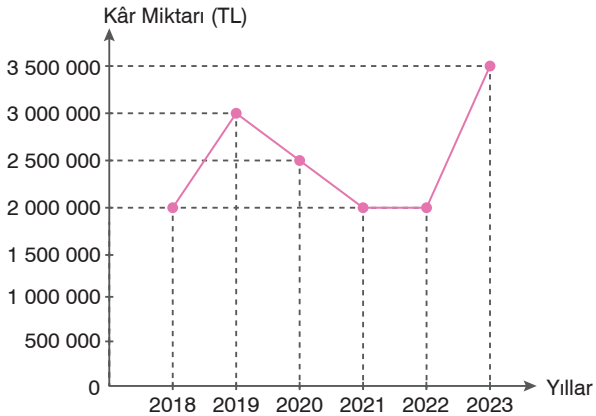
c) İhsan'ın kütlesi 1. ay 49 kg, 2. ay 50 kg, 3. ay 51 kg'dır. Öyleyse İhsan'ın kütlesi 2 ve 3. aylarda artmıştır.

ç) Işıl'ın kütlesi 1. ayda 49,5 kg, 2. ayda 50 kg, 3. ayda 50,5 kg, 4. ayda 49 kg, 5. ayda 49 kg, 6. ayda 48,5 kg, 7. ayda 50 kg ve 8. ayda 48,5 kg'dır. Buna göre Işıl'ın 6 ve 8. aylardaki kütlesi diğer aylardakinden daha azdır.

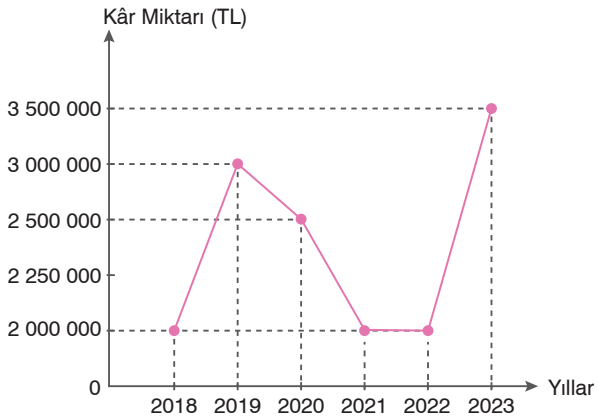
Örnek

Bir şirketin altı yıl boyunca yıllık kârını belirten iki farklı çizgi grafiği aşağıda verilmiştir.

1. Grafik: *Bir Şirketin Altı Yıl Boyunca Kârının Yıllara Göre Miktarları*



2. Grafik: *Bir Şirketin Altı Yıl Boyunca Kârının Yıllara Göre Miktarları*



Çizgi grafiklerinden hangisi yanlış yorumlamalara yol açabilir? Belirleyelim.

Çözüm

1. grafikteki dikey eksende sayılar 0'dan başlayıp, beş yüzer bin TL artarak devam etmektedir. 2. grafikte ise dikey eksendeki sayılar 0'dan başlayıp önce 2 000 000 TL, sonra iki kez 250 000 TL, sonra beş yüzer bin TL artarak devam etmektedir. Bu durum, bazı yanlış yorumlamalara yol açabilir. Örneğin şirketin 2020 ve 2021 yıllarındaki kârı bir önceki yıla göre eşit miktarda (500 000 TL) azalmıştır. Fakat grafik üzerinde 2021 yılındaki azalma miktarı daha fazlaymış gibi görünmektedir. 2. grafikteki düşey eksen doğru ölçeklendirilmediği için 2. grafik yanlış anlamalara yol açabilmektedir.

Alıştırmalar

1. Bir gökdelen inşaatının aylara göre yüksekliği yandaki tabloda verilmiştir. Tablodaki verilerle aşağıdaki kareli alana çizgi grafiği oluşturunuz.

Tablo: *Gökdelen İnşaatının Aylara Göre Yüksekliği*

Aylar	Yükseklik (m)
Mart	50
Nisan	100
Mayıs	125
Haziran	175
Temmuz	200
Ağustos	250

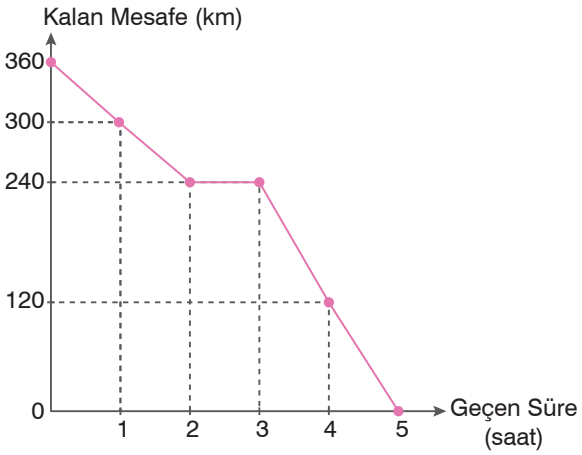
2. Bir markette satılan iki farklı ürünün yıllara göre fiyatları yandaki tabloda verilmiştir. Tablodaki verilerle aşağıdaki kareli alana ikili çizgi grafiği oluşturunuz.

Tablo: *A ve B Ürünlerinin Yıllara Göre Fiyatları*

Ürünler / Yıllar	A (TL)	B (TL)
2019	60	50
2020	70	60
2021	50	70
2022	80	80
2023	70	90

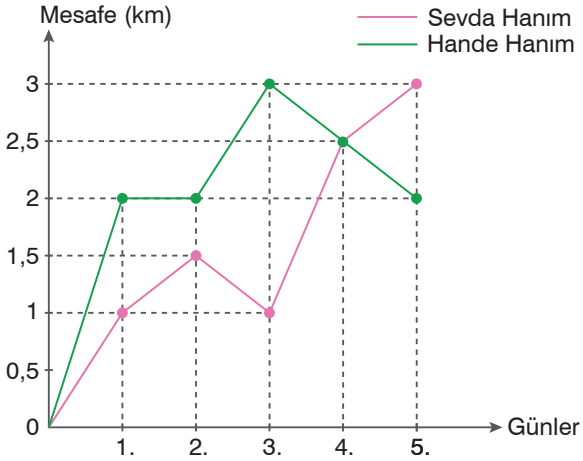
3. Otomobiliyle seyahat eden Aycan Hanım'ın seyahati boyunca geçen süre (saat) ile gideceği yere kalan mesafe (km) arasındaki ilişki yandaki çizgi grafiğinde verilmiştir. Bu grafiğe göre geçen süre ile kalan mesafe arasındaki ilişkiyi yorumlayınız.

Grafik: *Aycan Hanım'ın Seyahati Boyunca Geçen Süre ile Gideceği Yere Kalan Mesafe Arasındaki İlişki*



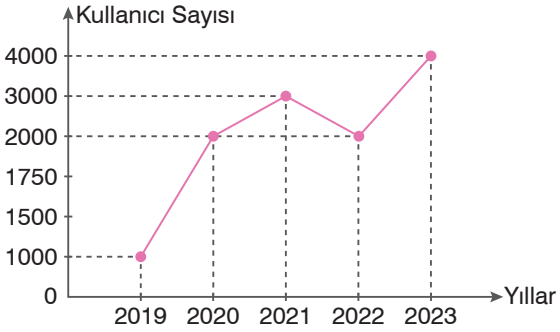
4. Her gün yürüyüş yapan Sevda Hanım ile Hande Hanım'ın günlere göre yürüdükleri mesafeler yandaki ikili çizgi grafiğinde verilmiştir. İkili çizgi grafiğini yorumlayınız.

Grafik: *Sevda Hanım ile Hande Hanım'ın Günlere Göre Yürüdükleri Mesafeler*

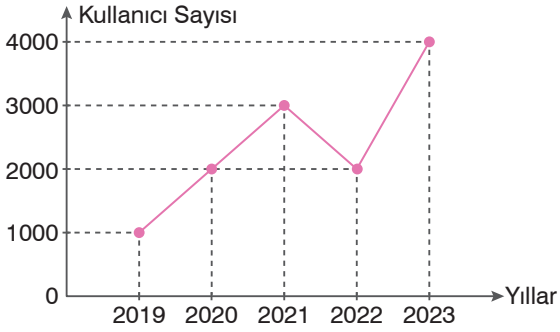


5. Aşağıda iki farklı çizgi grafiği verilmiştir. Grafiklerden yanlış anlamalara yol açabilecek olanı belirleyiniz.

1. Grafik: *Bir Uygulamanın Kullanıcılarının Yıllara Göre Sayıları*



2. Grafik: *Bir Uygulamanın Kullanıcılarının Yıllara Göre Sayıları*



Aritmetik Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer

Matematik dersinden sırasıyla 75, 80, 85, 80, 80 puanlarını alan Berk, karnesinde matematik dersinin kaç puan olacağını hesaplamak istiyor.

Berk, matematik dersine ait karne puanını hesaplarken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Bir veri grubunun aritmetik ortalaması bulunurken veri grubundaki sayıların toplamı, veri sayısına bölünür.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{\text{Veri grubundaki sayıların toplamı}}{\text{Veri sayısı}}$$

Örnek

150, 140, 180, 200, 130, 180, 210, 180, 200, 110

Bir atölyede 10 gün boyunca günlük üretilen Türk bayrağı sayıları sırasıyla yukarıda verilmiştir. Atölyede 10 gün boyunca günlük ortalama kaç adet Türk bayrağı üretildiğini bulalım.

Çözüm

Atölyede 10 gün boyunca günlük üretilen Türk bayrağı sayılarının aritmetik ortalaması bulunurken günlük üretilen Türk bayrağı sayılarının toplamı 10'a bölünür.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{150+140+180+200+130+180+210+180+200+110}{10} = \frac{1680}{10} = 168$$

Atölyede 10 gün boyunca günlük ortalama 168 adet Türk bayrağı üretilmiştir.

Örnek

18, 10, 13, 12, 8, 2, 12, 17, ▲

Yukarıdaki veri grubunun aritmetik ortalaması 11'dir. Buna göre ▲ yerine yazılması gereken sayıyı bulalım.

Çözüm

Veri grubunda 9 adet sayı vardır ve veri grubunun aritmetik ortalaması 11'dir. Buna göre veri grubundaki sayıların toplamı $9 \cdot 11 = 99$ olmalıdır.

Önce verilen sayıların toplamını bulalım.

$18 + 10 + 13 + 12 + 8 + 2 + 12 + 17 = 92$

Şimdi sayıların toplamı olan 99'dan 92'yi çıkararak ▲ yerine yazılması gereken sayıyı bulalım.

▲ $= 99 - 92 = 7$

Veri grubundaki ▲ yerine 7 yazılmalıdır.

Bilgi Kutusu

- Bir veri grubunun ortanca değeri bulunurken önce veriler küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe doğru sıralanır.
- Verilerin ortasında bulunan sayı, veri grubunun **ortanca değeri**dir.
- Verilerin ortasında iki adet sayı bulunursa veri grubunun ortanca değeri, ortada bulunan iki sayının aritmetik ortalamasına eşit olur. Ortanca değer, **medyan** olarak da belirtilir.

Örnek

Tezgâhtar Emin Bey'in 7 hafta boyunca haftalık sattığı ürün sayıları aşağıda verilmiştir.

140, 80, 70, 100, 60, 72, 96

Buna göre Emin Bey'in sattığı ürün sayılarından oluşan veri grubunun ortanca değerini (medyan) bulalım.

Çözüm

Önce Emin Bey'in 7 hafta boyunca haftalık sattığı ürün sayılarından oluşan veri grubundaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayarak yazalım.

60, 70, 72, 80, 96, 100, 140

Sonra veri grubunun ortasındaki sayıyı yuvarlak içine alalım.

60, 70, 72, (80), 96, 100, 140

Emin Bey'in 7 hafta boyunca haftalık sattığı ürün sayılarından oluşan veri grubunun ortanca değeri (medyan) 80'dir.

Örnek

20, 91, 13, 80, 146, 284, 37, 41, 64, 70, 55, 300

Yukarıdaki veri grubunun ortanca değerini (medyan) bulalım.

Çözüm

Veri grubundaki sayıları büyükten küçüğe doğru sıralayarak yazalım.

300, 284, 146, 91, 80, 70, 64, 55, 41, 37, 20, 13

Veri grubunda 12 adet sayı vardır. Bundan dolayı veri grubunun ortasında 1 adet sayı yerine 2 adet sayı bulunur. Veri grubunun ortasındaki 2 adet sayıyı belirleyelim.

300, 284, 146, 91, 80, 70, 64, 55, 41, 37, 20, 13

Veri grubunun ortanca değeri (medyan) $\frac{70+64}{2} = \frac{134}{2} = 67$ olarak bulunur.

Bilgi Kutusu

Bir veri grubunda en çok tekrar eden sayı, veri grubunun **tepe değeri**dir. Veri grubunun birden fazla tepe değeri olabilir. Tepe değer, **mod** olarak da belirtilir. Veri grubunda tekrar eden sayı yoksa ya da tüm değerler eşit sayıda tekrar ediyorsa veri grubunun tepe değeri yoktur.

Örnek

40, 86, 27, 62, 18, 40, 62, 103, 86, 40, 97, 118, 396, 40, 11, 0

Yukarıdaki veri grubunun tepe değerini (mod) bulalım.

Çözüm

Veri grubunda 16 adet sayı vardır. Veri grubunda 1'den fazla sayıda bulunan sayıları belirleyelim.

Veri grubunda

- 2 adet 62,
- 2 adet 86,
- 4 adet 40 sayısı vardır.

Veri grubunda en çok tekrar eden sayı 40'tır. Buna göre veri grubunun tepe değeri (mod) 40'tır.

Örnek

20, 10, 17, 3, 18, 25, 10, 80, 10, 15, 12, 15, 15, 40, 55

Yukarıdaki veri grubunun

a) aritmetik ortalamasını,

b) ortanca değerini (medyan),

c) tepe değerini (mod)

bulalım.

Çözüm

a) Veri grubunda 15 adet sayı vardır. Buna göre veri grubunun aritmetik ortalaması bulunurken veri grubundaki sayıların toplamı 15'e bölünür.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{20+10+17+3+18+25+10+80+10+15+12+15+15+40+55}{15}$$

$$= \frac{345}{15} = 23$$

b) Veri grubundaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayarak yazalım.

3, 10, 10, 10, 12, 15, 15, 15, 17, 18, 20, 25, 40, 55, 80

Veri grubunun ortasındaki sayıyı belirleyelim.

3, 10, 10, 10, 12, 15, 15, 15, 17, 18, 20, 25, 40, 55, 80

Veri grubunun ortanca değeri (medyan) 15'tir.

c) Veri grubunda 3 adet 10 ve 3 adet 15 sayısı vardır. Veri grubunda bulunan diğer sayılar birer adettir. Buna göre veri grubunun tepe değeri (mod) 10 ve 15'tir.

Örnek

15, 11, 7, 8, 10, 12, 20, 10, 18, 20, 5, ▲

Yukarıdaki veri grubunun tepe değeri (mod) 20'dir. Buna göre veri grubunun ortanca değerini (medyan) ve aritmetik ortalamasını bulalım.

Çözüm

Veri grubunda ▲ dışındaki sayılardan 2 adedi 10 ve 2 adedi 20'dir. Diğer sayılardan birer adet bulunmaktadır. Veri grubunun tepe değeri (mod) 20 olduğuna göre ▲ yerine 20 yazılmalıdır.

Veri grubunda ▲ yerine 20 yazdığımızda veri grubu aşağıdaki gibi olur.

15, 11, 7, 8, 10, 12, 20, 10, 18, 20, 5, 20

Veri grubunun ortanca değerini (medyan) bulmak için veri grubundaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayarak yazalım.

5, 7, 8, 10, 10, 11, 12, 15, 18, 20, 20, 20

Veri grubundaki sayıların ortasındaki 2 adet sayıyı belirleyelim.

5, 7, 8, 10, 10, 11, 12, 15, 18, 20, 20, 20

Veri grubunun ortanca değeri (medyan) $\frac{11+12}{2} = \frac{23}{2} = 11{,}5$ olarak bulunur.

12 adet sayıdan oluşan veri grubunun aritmetik ortalamasını bulalım.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{15+11+7+8+10+12+20+10+18+20+5+20}{12} = \frac{156}{12} = 13$$

Örnek

3, 0, 4, 196, 2, 5, 180, 312, 6, 13, 97

Yukarıdaki veri grubunun tepe değerinin (mod) olup olmadığını belirleyelim.

Çözüm

Kutucuktaki veri grubunda her bir sayıdan birer adet vardır. Veri grubunda tekrar eden sayı olmadığından veri grubunun tepe değeri (mod) yoktur.

Örnek

Bir okul tarafından düzenlenecek gezi için öğrencilerin gitmek istedikleri şehirler, öğrencilere bir anket uygulanarak belirleniyor ve anket sonuçları ile yandaki tablo oluşturuluyor.

Tablodaki verilerle oluşturulan veri grubunun aritmetik ortalaması, ortanca değeri ve tepe değerinden hangisinin kullanılmasının geziye gidilecek yeri belirlerken daha uygun olacağını bulalım.

Tablo: *Gezi İçin Öğrencilerin Gitmek İstedikleri Şehirler*

Şehir	Öğrenci Sayısı
İstanbul	180
Mardin	105
Antalya	210
Trabzon	117
Konya	140

Çözüm

Düzenlenecek gezi için gidilecek şehir belirlenirken öğrencilerin hangi şehre daha çok gitmek istediklerine bakılır. Bundan dolayı veri grubunun tepe değerini kullanmak daha uygun olur.

Örnek

7/E sınıfında öğrenim gören 16 öğrencinin matematik yazılısından aldığı puanlar aşağıda verilmiştir.

10, 10, 8, 40, 70, 70, 65, 100, 90, 17, 70, 20, 10, 68, 72, 80

7/E sınıfının matematik dersi başarısını değerlendirmek için aritmetik ortalama, ortanca değer ve tepe değerden hangisini kullanmanın daha uygun olacağını belirleyelim.

Çözüm

Önce 7/E sınıfındaki öğrencilerin matematik yazılısından aldığı puanları küçükten büyüğe doğru sıralayarak yazalım.

8, 10, 10, 10, 17, 20, 40, 65, 68, 70, 70, 70, 72, 80, 90, 100

7/E sınıfındaki öğrencilerin matematik yazılı puanları ile oluşturulan veri grubunun aritmetik ortalamasını, ortanca değerini ve tepe değerini bulalım.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{8+10+10+10+17+20+40+65+68+70+70+70+72+80+90+100}{16}$$

$$= \frac{800}{16} = 50$$

Veri grubunun ortanca değerini bulmak için ortadaki iki sayıyı belirleyelim.

8, 10, 10, 10, 17, 20, 40, $\boxed{65, 68}$, 70, 70, 70, 72, 80, 90, 100

$$\text{Ortanca değer} = \frac{65+68}{2} = \frac{133}{2} = 66{,}5$$

Veri grubunda 10 sayısından 3 adet, 70 sayısından 3 adet vardır. Diğer sayılardan ise birer adet vardır. Bundan dolayı veri grubunun tepe değeri 10 ve 70'tir.

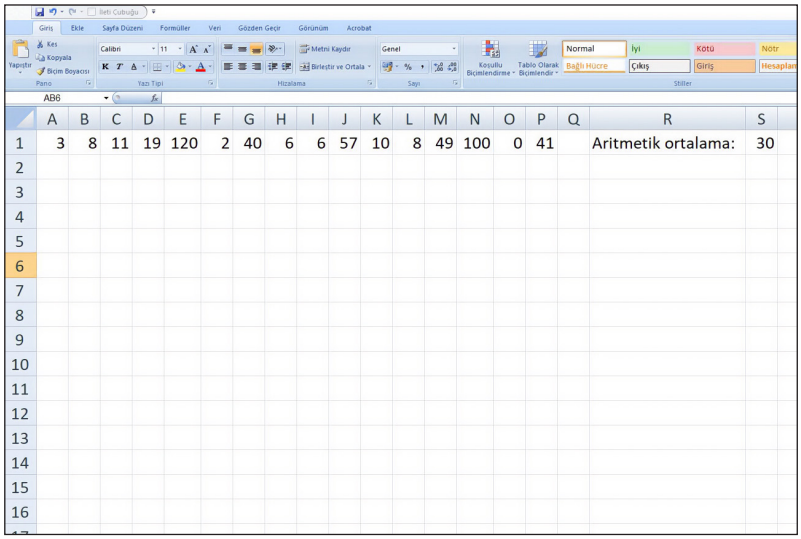
Veri grubunun tepe değeri 10 ve 70 olduğu için 7/E sınıfındaki öğrencilerin matematik dersi başarısını değerlendirirken tepe değeri kullanmak uygun değildir.

Veri grubunun aritmetik ortalaması 50'dir. 7/E sınıfında matematik puanı çok düşük olan öğrenciler aritmetik ortalamayı yorumlamada yanıltıcı olabilir. Bundan dolayı 7/E sınıfındaki öğrencilerin matematik dersi başarısını değerlendirirken aritmetik ortalamayı kullanmak uygun değildir.

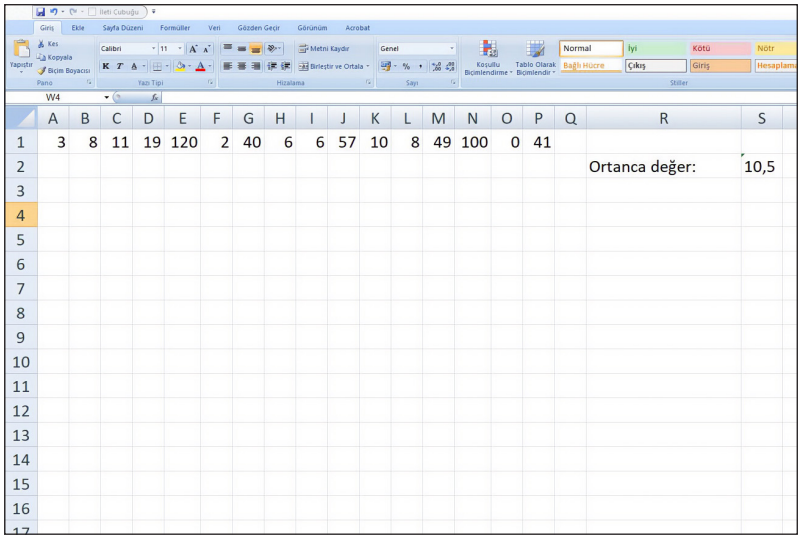
7/E sınıfındaki öğrencilerin matematik dersi başarısını değerlendirirken ortanca değeri kullanmak daha uygun olur.

e-içerik

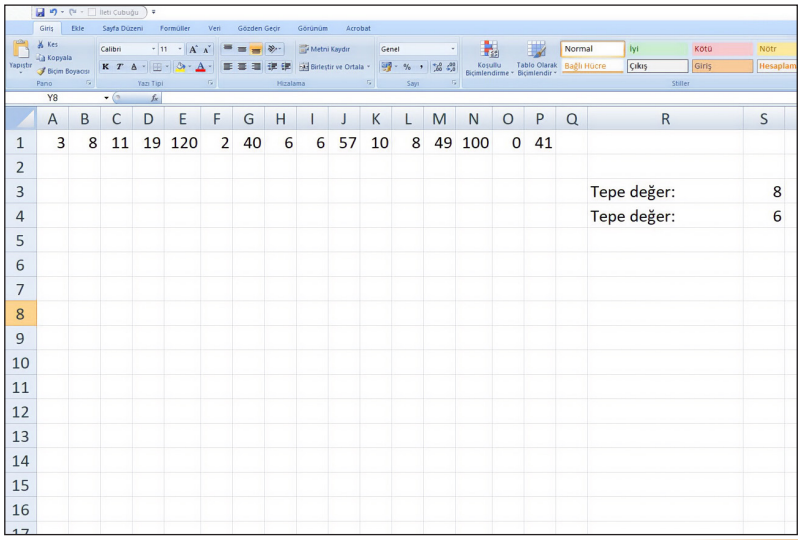
Bir elektronik tablolama programını açalım. Sayfamızda 16 adet veriden oluşan bir veri grubunu oluşturalım. Boş bir hücreye tıklayalım. Hücreye "=ORTALAMA(" yazarak veri grubunu okla tarayalım. Parantezi kapatıp, "enter" tuşuna basınca veri grubunun aritmetik ortalamasını yandaki gibi 30 olarak buluruz.



Boş bir hücreye tıklayalım. Hücreye "=ORTANCA(" yazarak veri grubunu okla tarayalım. Parantezi kapatıp, "enter" tuşuna basınca veri grubunun ortanca değerini (medyan) yandaki gibi 10,5 olarak buluruz.



Boş bir hücreye tıklayalım. Hücreye "=ENÇOK_OLAN.ÇOK(" yazarak veri grubunu okla tarayalım. Parantezi kapatıp, "enter" tuşuna basınca veri grubunun tepe değerini (mod) yandaki gibi 8 ve 6 olarak buluruz.



Alıştırmalar

1. Aşağıdaki veri gruplarının aritmetik ortalamalarını, ortanca değerlerini (medyan) ve tepe değerlerini (mod) bulunuz.

a) 7, 20, 20, 4, 16, 19, 4, 40, 20, 10

b) 102, 100, 16, 63, 100, 102, 81, 40, 98

c) 76, 70, 18, 46, 13, 80, 43, 50, 70, 34

ç) 250, 300, 250, 200, 100, 200, 3, 6, 5

2.

18, 21, 46, 14, 102, 0, 9, 16, 22, 42, 102, 1, 7, 42, 60, ▲

Yukarıdaki veri grubunun tepe değeri (mod) 42'dir. Buna göre veri grubunun aritmetik ortalamasını ve ortanca değerini (medyan) bulunuz.

3. 4 kişilik bir arkadaş grubunun yaş ortalaması 20'dir. Gruptaki 3 arkadaşın yaşları sırasıyla 17, 25 ve 18 olduğuna göre 4. arkadaş kaç yaşındadır?

4. Bir hastanede yatan hastalardan dokuz gün boyunca iyileşerek taburcu olanların sayıları aşağıda verilmiştir.

1, 3, 8, 17, 180, 180, 180, 180, 180

Bu sayılar değerlendirilirken aritmetik ortalama, ortanca değer ve tepe değerden hangisinin kullanılması daha uygun olur?

Daire Grafiği

Begüm, daire grafiklerini incelediğinde her seferinde bir dairenin daire dilimlerine ayrıldığını fark ediyor. Yaptığı araştırmada elde ettiği verileri daire grafiğinde göstermeye karar veriyor.

Begüm'ün, verileri daire grafiğinde gösterirken daire grafiğindeki daire dilimlerini nasıl belirleyebileceğini araştırınız.

Bilgi Kutusu

Bir araştırma sonucunda elde edilen verilerin bir dairedeki dilimler ile gösterildiği grafiklere **daire grafiği** adı verilir.

Örnek

Bir tiyatro kursuna katılanların meslekleri ile yandaki tablo oluşturulmuştur. Tablodaki verileri daire grafiğinde gösterelim.

Tablo: *Bir Tiyatro Kursuna Katılanların Mesleklerine Göre Sayıları*

Meslek	Kişi Sayısı
Öğretmen	60
Doktor	45
Memur	30
İşçi	25
Mühendis	20

Çözüm

Tabloya göre tiyatro kursuna 60'ı öğretmen, 45'i doktor, 30'u memur, 25'i işçi, 20'si mühendis olmak üzere toplam

$60 + 45 + 30 + 25 + 20 = 180$ kişi katılmıştır. Buna göre daire grafiğinde her bir mesleğe ait daire dilimini belirten merkez açının ölçüsünü orantı yardımıyla belirleyelim. Bunun için 180 kişinin 360°'yi temsil ettiğini düşünelim.

Daire grafiğinde öğretmeni belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

180 kişi — 360° olursa

60 kişi — a olur.

$$180 \cdot a = 60 \cdot 360^\circ$$

$$a = \frac{60 \cdot \cancel{360^\circ}^{\,2}}{\cancel{180}_{\,1}}$$

$$a = 60 \cdot 2 = 120^\circ$$

Daire grafiğinde öğretmeni belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 120° dir.
Doktoru belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

180 kişi — 360° olursa
45 kişi — b olur.

$$180 \cdot b = 45 \cdot 360^\circ$$

$$b = \frac{45 \cdot \cancel{360^\circ}^{\,2}}{\cancel{180}_{\,1}}$$

$$b = 45 \cdot 2 = 90^\circ$$

Daire grafiğinde doktoru belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 90° dir.

Memuru belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

180 kişi — 360° olursa
30 kişi — c olur.

$$180 \cdot c = 30 \cdot 360^\circ$$

$$c = \frac{30 \cdot \cancel{360^\circ}^{\,2}}{\cancel{180}_{\,1}}$$

$$c = 30 \cdot 2 = 60^\circ$$

Daire grafiğinde memuru belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 60° dir.

İşçiyi belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

180 kişi — 360° olursa
25 kişi — d olur.

$$180 \cdot d = 25 \cdot 360^\circ$$

$$d = \frac{25 \cdot \cancel{360^\circ}^{\,2}}{\cancel{180}_{\,1}}$$

$$d = 25 \cdot 2 = 50^\circ$$

Daire grafiğinde işçiyi belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 50° dir.

Mühendisi belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

180 kişi — 360° olursa
20 kişi — e olur.

$$180 \cdot e = 20 \cdot 360^\circ$$

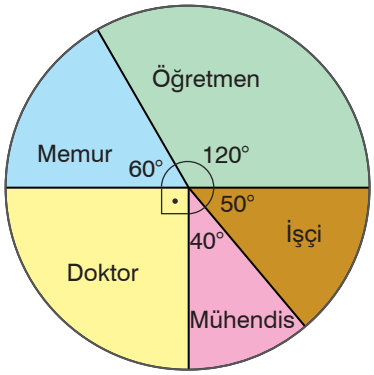
$$e = \frac{20 \cdot \cancel{360^\circ}^{\,2}}{\cancel{180}_{\,1}}$$

$$e = 20 \cdot 2 = 40^\circ$$

Daire grafiğinde mühendisi belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 40° dir.

Bulduğumuz merkez açı ölçülerine göre tablodaki veriler yandaki daire grafiğinde gösterilmiştir.

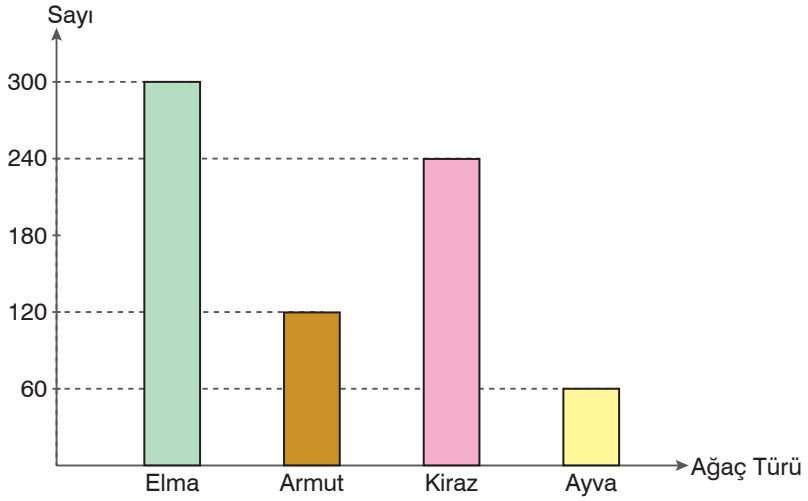
Grafik: *Tiyatro Kursuna Katılanların Mesleklerine Göre Dağılımı*



Örnek

Melek Hanım'ın bahçesindeki meyve ağaçlarının türlerine göre sayıları aşağıdaki sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: *Melek Hanım'ın Bahçesindeki Meyve Ağaçlarının Türlerine Göre Sayıları*



Sütun grafiğindeki verileri daire grafiğinde gösterelim.

Çözüm

Melek Hanım'ın bahçesinde 300'ü elma, 120'si armut, 240'ı kiraz, 60'ı ayva olmak üzere toplam $300 + 120 + 240 + 60 = 720$ meyve ağacı vardır. Buna göre daire grafiğinde her bir meyve ağacı türüne ait daire dilimini belirten merkez açının ölçüsünü orantı yardımıyla belirleyelim. Bunun için 720 meyve ağacının 360°'yi temsil ettiğini düşünelim.

Daire grafiğinde elma ağacını belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

720 ağaç — 360° olursa

300 ağaç — x olur.

$$720 \cdot x = 300 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{300 \cdot \cancel{360^\circ}^{\,1}}{\cancel{720}_{\,2}}$$

$$x = \frac{300}{2} = 150^\circ$$

Daire grafiğinde elma ağacını belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 150°dir.

Armut ağacını belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

720 ağaç — 360° olursa

120 ağaç — y olur.

$$720 \cdot y = 120 \cdot 360^\circ$$

$$y = \frac{120 \cdot \cancel{360^\circ}^{\,1}}{\cancel{720}_{\,2}}$$

$$y = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

Daire grafiğinde armut ağacını belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 60° dir.
Kiraz ağacını belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

720 ağaç — 360° olursa
240 ağaç — z olur.

$720 \cdot z = 240 \cdot 360°$

$$z = \frac{240 \cdot \cancel{360°}^{1}}{\cancel{720}_{2}}$$

$$z = \frac{240}{2} = 120°$$

Daire grafiğinde kiraz ağacını belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 120° dir.
Ayva ağacını belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

720 ağaç — 360° olursa
60 ağaç — m olur.

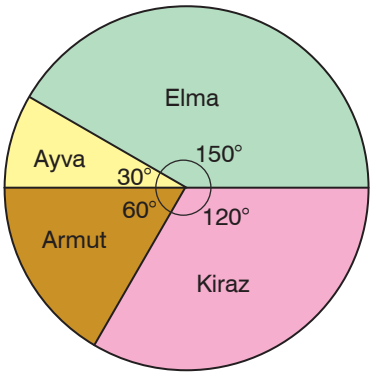
$720 \cdot m = 60 \cdot 360°$

$$m = \frac{60 \cdot \cancel{360°}^{1}}{\cancel{720}_{2}}$$

$$m = \frac{60}{2} = 30°$$

Daire grafiğinde ayva ağacını belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 30° dir. Bulduğumuz merkez açı ölçülerine göre sütun grafiğindeki veriler yandaki daire grafiğinde gösterilmiştir.

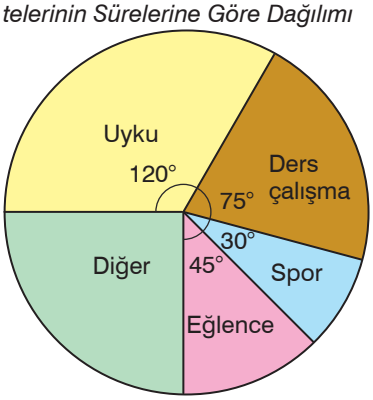
Grafik: *Melek Hanım'ın Bahçesindeki Meyve Ağaçlarının Türlerine Göre Sayıca Dağılımı*



Örnek

Yandaki daire grafiğinde Simay'ın bir günlük aktivitelerinin sürelerine göre dağılımı verilmiştir. Buna göre daire grafiğini yorumlayalım.

Grafik: *Simay'ın Bir Günlük Aktivitelerinin Sürelerine Göre Dağılımı*



Çözüm

1 gün 24 saattir. 360° nin 24 saati temsil ettiğini düşünelim ve Simay'ın aktivitelerine kaçar saat ayırdığını orantı yardımıyla bulalım.

Daire grafiğinde uykuyu belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 120° dir.

360° — 24 saat olursa
120° — a saat olur.

$$360° \cdot a = 24 \cdot 120°$$

$$a = \frac{24 \cdot \cancel{120°}^{1}}{\cancel{360°}_{3}}$$

$$a = \frac{24}{3} = 8$$

Simay, günlük 8 saat uyumaktadır.

Daire grafiğinde ders çalışmayı belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 75° dir.

360° — 24 saat olursa
75° — b saat olur.

$$360° \cdot b = 24 \cdot 75°$$

$$b = \frac{\cancel{24}^{1} \cdot 75°}{\cancel{360°}_{15}}$$

$$b = \frac{75}{15} = 5$$

Simay, günlük 5 saat ders çalışmaktadır.

Daire grafiğinde sporu belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 30° dir.

360° — 24 saat olursa
30° — c saat olur.

$$360° \cdot c = 24 \cdot 30°$$

$$c = \frac{24 \cdot \cancel{30°}^{1}}{\cancel{360°}_{12}}$$

$$c = \frac{24}{12} = 2$$

Simay, günlük 2 saat spor yapmaktadır.

Daire grafiğinde eğlenceyi belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 45° dir.

360° — 24 saat olursa
45° — d saat olur.

$$360° \cdot d = 24 \cdot 45°$$

$$d = \frac{24 \cdot \cancel{45°}^{1}}{\cancel{360°}_{8}}$$

$$d = \frac{24}{8} = 3$$

Simay, günlük 3 saat eğlenmektedir.

Daire grafiğinde diğer aktiviteleri belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

$360° - (120° + 75° + 30° + 45°) = 360° - 270° = 90°$

360°	24 saat olursa
90°	e saat olur.

$360° \cdot e = 24 \cdot 90°$

$$e = \frac{24 \cdot \cancel{90°}^{1}}{\cancel{360°}_{4}}$$

$$e = \frac{24}{4} = 6$$

Simay, diğer aktivitelerine günlük 6 saat ayırmaktadır.

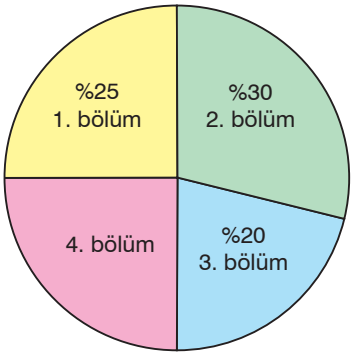
Daire grafiğine göre

- Simay en çok vakti uyumaya, en az vakti spora ayırmaktadır.
- Simay'ın ders çalışmaya ayırdığı zaman, uykuya ayırdığı zamandan $8 - 5 = 3$ saat azdır.
- Simay, spor yaptığı sürede ders çalışsaydı günlük $5 + 2 = 7$ saat ders çalışmış olurdu.
- Simay, uyku dışındaki aktivitelere günlük $24 - 8 = 16$ saat ayırmaktadır.

Örnek

Akademisyen Kübra Hanım, bir sempozyumda sunumunu söz verdiği sürede tamamlamıştır. Kübra Hanım'ın dört bölümden oluşan sunumunu tamamlama sürelerinin bölümlere göre dağılımı aşağıdaki daire grafiğinde verilmiştir. Daire grafiğinde Kübra Hanım'ın her bir bölümü tamamlama süresi yüzdelik ifade ile belirtilmiştir.

Grafik: *Kübra Hanım'ın Sunumundaki Bölümleri Tamamlama Sürelerinin Dağılımı*



Kübra Hanım'ın sunumu 72 dakika sürdüğüne göre aşağıdaki soruları cevaplayalım.

a) Sunumdaki 3. bölümü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

b) Kübra Hanım, 2. bölümü kaç saniyede sunmuştur?

c) Kübra Hanım, 4. bölüm ile hangi bölümü aynı sürede sunmuştur?

ç) Kübra Hanım, 2 ve 3. bölümleri toplam kaç dakikada sunmuştur?

d) Sunumdaki 1. bölümü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

Çözüm

a) Daire grafiğindeki 3. bölümü belirten yüzdelik ifade %20'dir. %100 ifadesi, 360° yi temsil eder.

%100 ifadesi — 360° yi temsil ederse

%20 ifadesi — x'i temsil eder.

$$100 \cdot x = 20 \cdot 360°$$

$$x = \frac{\overset{1}{\cancel{20}} \cdot 360°}{\underset{5}{\cancel{100}}} = \frac{360°}{5} = 72°$$

Sunumdaki 3. bölümü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 72° dir.

b) Kübra Hanım'ın sunumu 72 dakika sürmüştür. Öyleyse %100 ifadesi 72 dakikayı temsil eder. Daire grafiğindeki 2. bölümü belirten yüzdelik ifade %30'dur.

%100 ifadesi — 72 dakikayı temsil ederse

%30 ifadesi — y dakikayı temsil eder.

$$100 \cdot y = 30 \cdot 72$$

$$y = \frac{3\cancel{0} \cdot 72}{10\cancel{0}}$$

$$y = \frac{216}{10} = 21{,}6$$

Kübra Hanım, 2. bölümü 21,6 dakika = 21,6 · 60 = 1296 saniyede sunmuştur.

c) Daire grafiğindeki 4. bölümü belirten yüzdelik ifade %(100 – (25 + 30 + 20)) = %(100 – 75) = %25'tir. Buna göre Kübra Hanım 4. bölüm ile 1. bölümü aynı sürede sunmuştur.

ç) Daire grafiğindeki 2 ve 3. bölümleri belirten yüzdelik ifadelerin toplamı %30 + %20 = %50'dir.

%100 ifadesi — 72 dakikayı temsil ederse

%50 ifadesi — z dakikayı temsil eder.

$$100 \cdot z = 50 \cdot 72$$

$$z = \frac{\overset{1}{\cancel{50}} \cdot 72}{\underset{2}{\cancel{100}}}$$

$$z = \frac{72}{2} = 36$$

Kübra Hanım, 2 ve 3. bölümleri toplam 36 dakikada sunmuştur.

d) Daire grafiğindeki 1. bölümü belirten yüzdelik ifade %25'tir.

%100 ifadesi — 360° yi temsil ederse

%25 ifadesi — a'yı temsil eder.

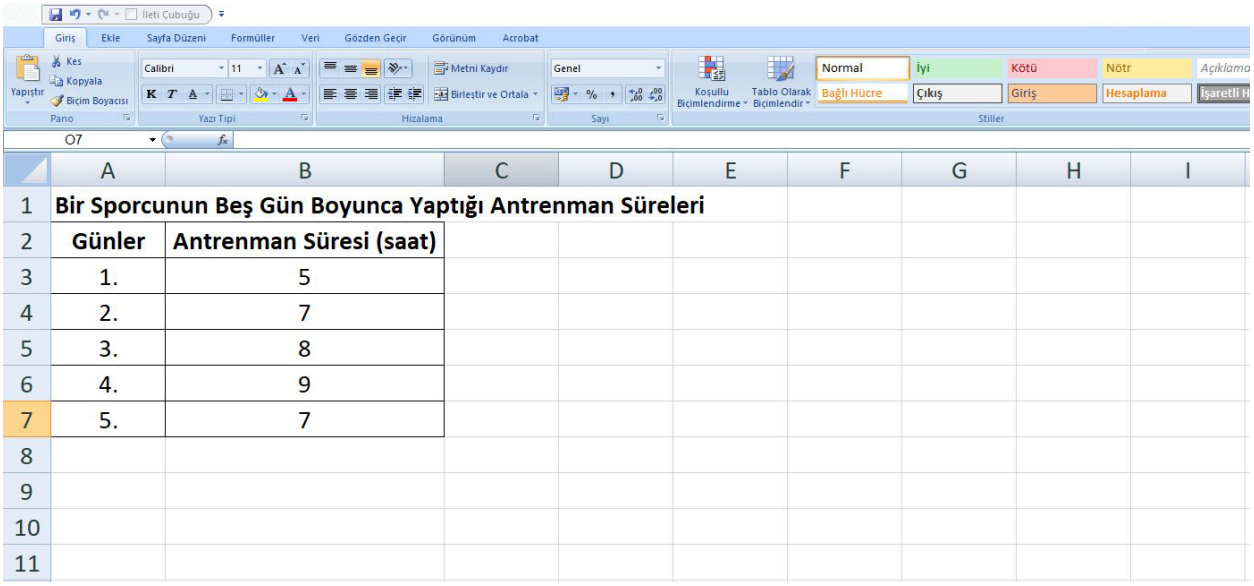
$$100 \cdot a = 25 \cdot 360°$$

$$a = \frac{\overset{1}{\cancel{25}} \cdot 360°}{\underset{4}{\cancel{100}}}$$

$$a = \frac{360°}{4} = 90°$$

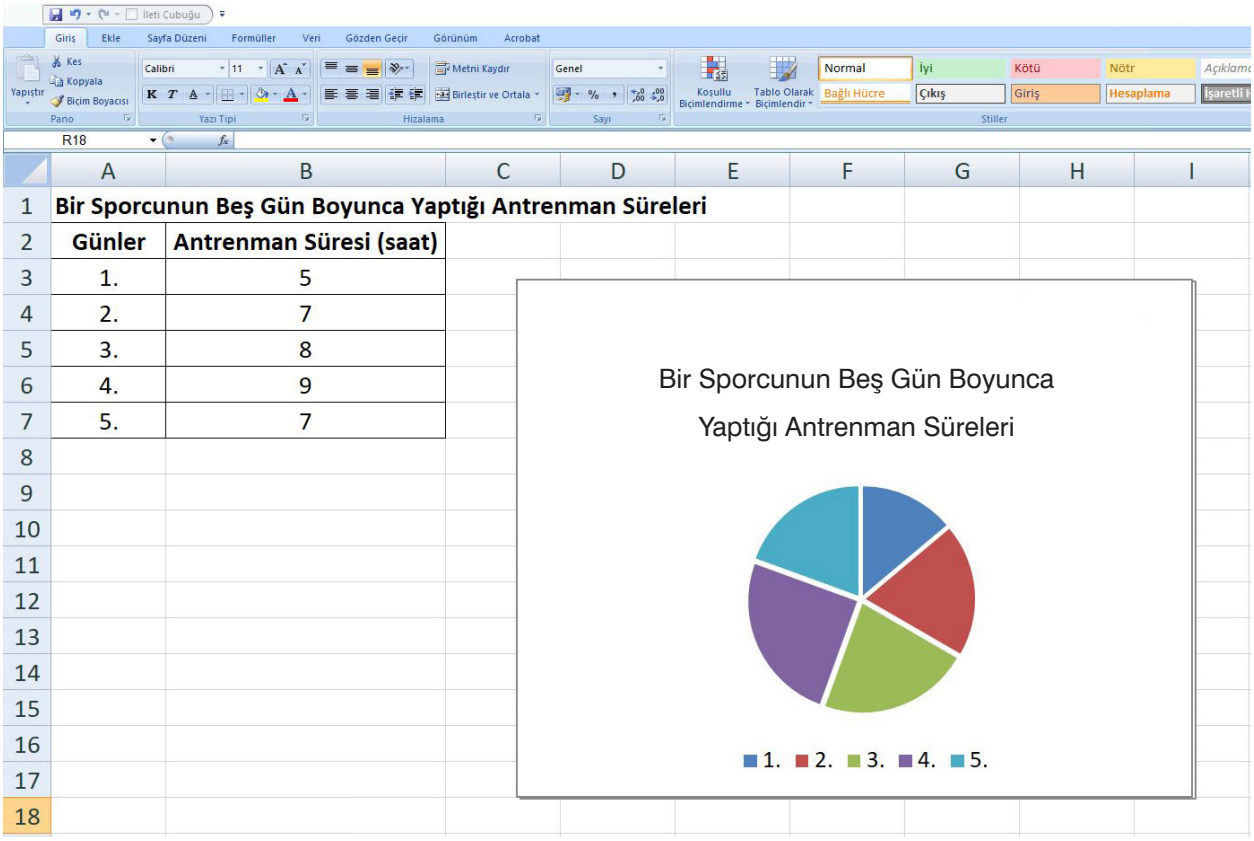
Sunumdaki 1. bölümü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 90° dir.

Bir elektronik tablolama programını açalım. Sayfamızda bir sporcunun beş gün boyunca günlük yaptığı antrenman sürelerini belirten tabloyu aşağıdaki gibi oluşturalım.



Bir Sporcunun Beş Gün Boyunca Yaptığı Antrenman Süreleri	
Günler	**Antrenman Süresi (saat)**
1.	5
2.	7
3.	8
4.	9
5.	7

Farenin sol tuşunu tıklayarak tablomuzu tarayalım. Ana menüdeki “Ekle” kısmını, oradan da “Pasta Grafiği” sekmesini tıklayalım. “2B Pasta” kısmını seçelim. Sayfamızda aşağıdaki gibi bir daire grafiğini oluşturalım.



Alıştırmalar

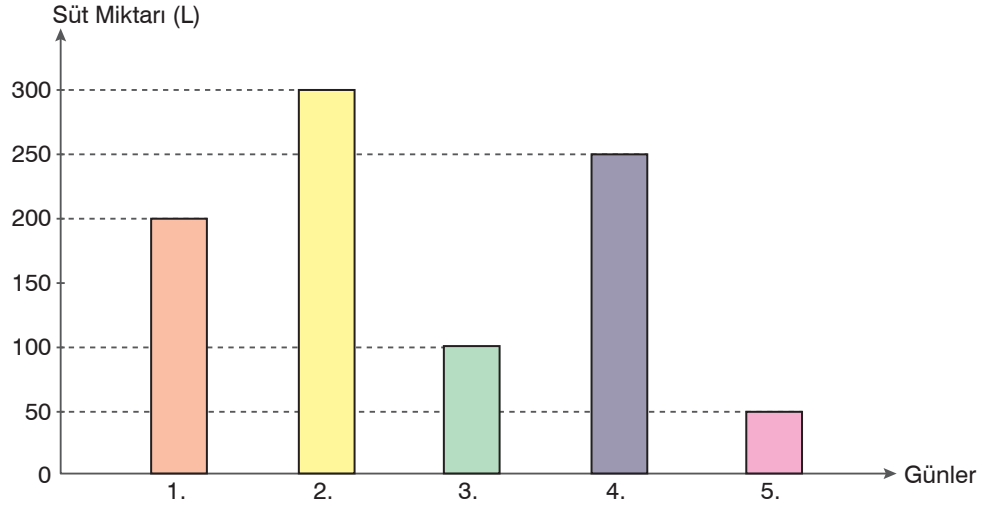
1. Bir atölyede mavi, beyaz, sarı ve yeşil kazaklar üretilmektedir. Atölyede bir günde üretilen kazakların renklerine göre sayıları yandaki tabloda verilmiştir. Tablodaki verileri daire grafiğinde gösteriniz.

Tablo: *Atölyede Bir Günde Üretilen Kazakların Renklerine Göre Sayıları*

Kazak Rengi	Kazak Sayıları
Mavi	400
Beyaz	600
Sarı	300
Yeşil	500

2. Bir çiftçinin beş gün boyunca ihtiyacı olanlara dağıttığı günlük süt miktarları aşağıdaki sütun grafiğinde verilmiştir.

Grafik: *Çiftçinin Beş Gün Boyunca Günlere Göre Dağıttığı Süt Miktarları*

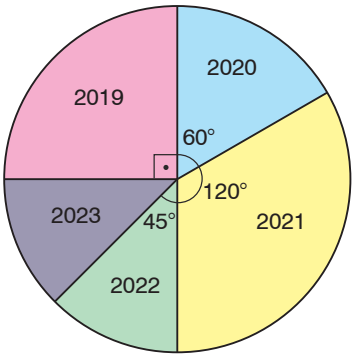


Sütun grafiğindeki verileri daire grafiğinde gösteriniz.

3. Psikolog Irmak Hanım'ın yaptığı araştırma sayılarının yıllara göre dağılımı yandaki daire grafiğinde verilmiştir.

Irmak Hanım, 2020 yılında 12 araştırma yaptığına göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Grafik: *Irmak Hanım'ın Yaptığı Araştırma Sayılarının Yıllara Göre Dağılımı*



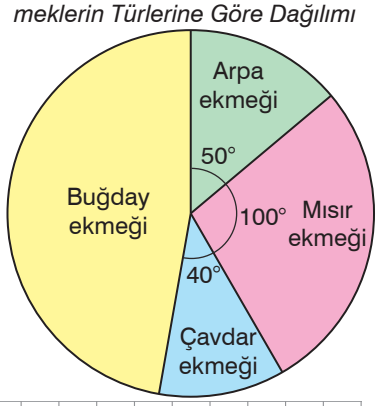
a) Irmak Hanım, araştırmalarının yüzde kaçını 2019 yılında yapmıştır?

b) Daire grafiğindeki 2023 yılını belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

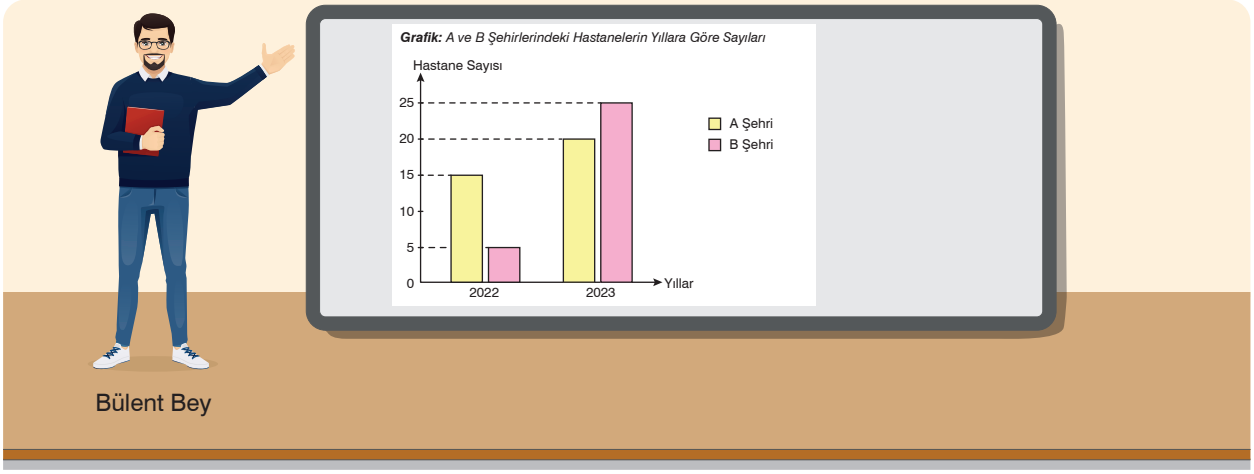
c) Irmak Hanım, 2023 yılında en az kaç araştırma daha yapsaydı 2021 yılında yaptığı araştırmadan daha fazla sayıda araştırma yapmış olurdu?

4. Bir fırında günlük üretilen ekmeklerin türlerine göre dağılımı yandaki daire grafiğinde verilmiştir. Fırında günlük 1080 adet ekmek üretildiğine göre daire grafiğini yorumlayınız.

Grafik: *Fırında Günlük Üretilen Ekmeklerin Türlerine Göre Dağılımı*



Verilere Uygun Gösterimleri Belirleme



Bülent Bey, çalıştığı şirkette bir sunum yapıyor. Dinleyiciler; Bülent Bey'in sunumunda tablo, sütun grafiği, çizgi grafiği ve daire grafiğini kullandığını fark ediyorlar.

Sizce Bülent Bey hangi durumlarda, hangi gösterimleri kullanmış olabilir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

- Bir veri grubundaki verilerin bir ölçek ile belirtilmesinin zor olduğu durumlarda verilerin tablo ile gösterilmesi uygun olur.
- Bir veri grubundaki değişimi ve gelişimi göstermek için verilerin çizgi grafiği ile gösterilmesi uygun olur. Çizgi grafiğindeki verilerin değişimi sürekli olmalıdır.

Örnek

Dikildiğinde boyu 50 cm olan bir fidanın boyunun yıllara göre değişimi yandaki tabloda verilmiştir. Tablodaki verileri uygun olan bir grafikle gösterelim.

Tablo: *Fidanın Yıllara Göre Boy Uzunlukları*

Geçen Süre (Yıl)	Fidanın Boy Uzunluğu (cm)
1	60
2	80
3	90
4	100
5	120

Çözüm

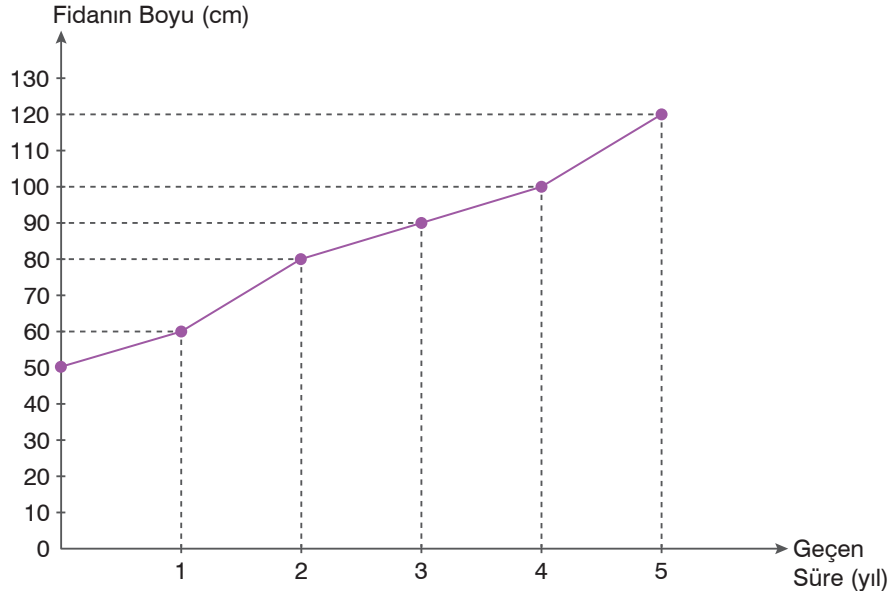
Fidan dikildiğinde fidanın boyu 50 cm'dir. Tabloya göre fidanın boyu;

- 1 yıl sonra 60 cm,
- 2 yıl sonra 80 cm,
- 3 yıl sonra 90 cm,
- 4 yıl sonra 100 cm,
- 5 yıl sonra 120 cm olmuştur.

Fidanın boyundaki değişimi incelemek fayda sağlayacağı için tablodaki verileri çizgi grafiği ile göstermek daha uygun olur.

Tablodaki verileri aşağıdaki çizgi grafiği ile gösterelim.

Grafik: *Fidanın Boy Uzunluğunun Yıllara Göre Değişimi*



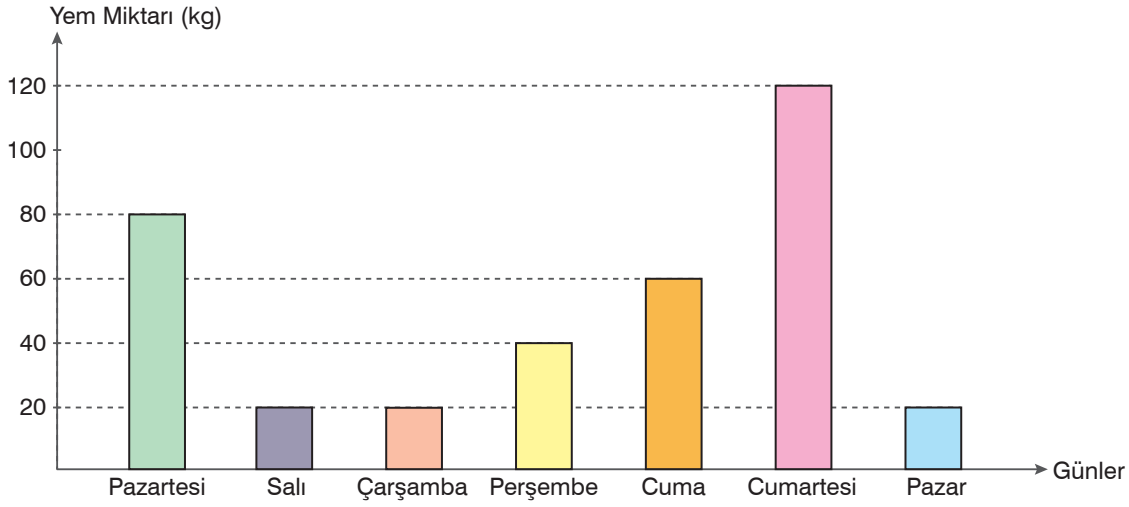
Bilgi Kutusu

Bir veri grubundaki verilerin bir bütün içindeki dağılımı gösterilmek istendiğinde verilerin daire grafiği ile gösterilmesi uygun olur.

Örnek

Bir belediyenin bir hafta boyunca sokak hayvanlarına dağıttığı yem miktarları (kg) kullanılarak aşağıdaki sütun grafiği oluşturulmuştur.

Grafik: *Bir Belediyenin Bir Hafta Boyunca Sokak Hayvanlarına Dağıttığı Yemlerin Günlere Göre Miktarları*



Sütun grafiğindeki verileri uygun olan başka bir grafikte gösterelim.

Çözüm

Belediye; 1 hafta boyunca sokak hayvanlarına

- pazartesi günü 80 kg,
- salı günü 20 kg,
- çarşamba günü 20 kg,
- perşembe günü 40 kg,
- cuma günü 60 kg,
- cumartesi günü 120 kg,
- pazar günü 20 kg yem dağıtmıştır.

Sütun grafiğinde, belediyenin 1 hafta boyunca sokak hayvanlarına dağıttığı günlük yem miktarları yani bir bütünün parçaları verilmiştir. Bundan dolayı sütun grafiğindeki verileri daire grafiği ile göstermek daha uygun olur.

Sütun grafiğine göre belediye 1 hafta boyunca sokak hayvanlarına toplam
$80 + 20 + 20 + 40 + 60 + 120 + 20 = 360$ kg yem dağıtmıştır. Buna göre daire grafiğinde her bir güne ait daire dilimini belirten merkez açının ölçüsünü orantı yardımıyla belirleyelim. Bunun için 360 kg yemin $360°$'yi temsil ettiğini düşünelim.

Belediye, pazartesi günü sokak hayvanlarına 80 kg yem dağıtmıştır. Buna göre daire grafiğinde pazartesi gününü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

360 kg — 360° olursa
80 kg — a olur.

$$360 \cdot a = 80 \cdot 360°$$

$$a = \frac{80 \cdot \cancel{360°}^{1}}{\cancel{360}_{1}}$$

$$a = 80°$$

Daire grafiğinde pazartesi gününü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü $80°$'dir. Belediye; salı, çarşamba ve pazar günleri sokak hayvanlarına 20 kg yem dağıtmıştır. Buna göre daire grafiğinde salı, çarşamba ve pazar günlerini belirten daire dilimlerine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

360 kg — 360° olursa
20 kg — b olur.

$$360 \cdot b = 20 \cdot 360°$$

$$b = \frac{20 \cdot \cancel{360°}^{1}}{\cancel{360}_{1}}$$

$$b = 20°$$

Daire grafiğinde salı, çarşamba ve pazar günlerinden her birini belirten daire dilimlerine ait merkez açının ölçüsü $20°$'dir.

Belediye, sokak hayvanlarına perşembe günü 40 kg yem dağıtmıştır. Buna göre daire grafiğinde perşembe gününü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

360 kg — 360° olursa
40 kg — c olur.

$$360 \cdot c = 40 \cdot 360^\circ$$

$$c = \frac{40 \cdot \cancel{360^\circ}^{1}}{\cancel{360}_{1}}$$

$$c = 40^\circ$$

Daire grafiğinde perşembe gününü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 40° dir. Belediye, sokak hayvanlarına cuma günü 60 kg yem dağıtmıştır. Buna göre daire grafiğinde cuma gününü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

360 kg — 360° olursa
60 kg — d olur.

$$360 \cdot d = 60 \cdot 360^\circ$$

$$d = \frac{60 \cdot \cancel{360^\circ}^{1}}{\cancel{360}_{1}}$$

$$d = 60^\circ$$

Daire grafiğinde cuma gününü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 60° dir. Belediye, sokak hayvanlarına cumartesi günü 120 kg yem dağıtmıştır. Buna göre daire grafiğinde cumartesi gününü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsünü bulalım.

360 kg — 360° olursa
120 kg — e olur.

$$360 \cdot e = 120 \cdot 360^\circ$$

$$e = \frac{120 \cdot \cancel{360^\circ}^{1}}{\cancel{360}_{1}}$$

$$e = 120^\circ$$

Daire grafiğinde cumartesi gününü belirten daire dilimine ait merkez açının ölçüsü 120° dir. Bulduğumuz merkez açı ölçülerine göre sütun grafiğindeki veriler aşağıdaki daire grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: *Bir Belediyenin Bir Hafta Boyunca Sokak Hayvanlarına Dağıttığı Yem Miktarlarının Günlere Göre Dağılımı*

Bilgi Kutusu

Bir veri grubundaki veriler, mevcut bir durumu belirtiyor veya verilerle karşılaştırma yapılıyorsa verilerin sütun grafiği ile gösterilmesi uygun olur. Sütun grafiğindeki veriler birbirinden bağımsız olmalıdır ve verilerde anlık değişme olmamalıdır.

Örnek

Bir şirkette "İnsan Kaynakları" bölümünün müdürü olan Halil Bey, bir süredir bazı müşterilerle görüşme yapmaktadır. Halil Bey'in altı gün boyunca yaptığı günlük görüşme sayıları yandaki tabloda verilmiştir.

Tablodaki verileri uygun bir grafikle gösterelim.

Tablo: *Halil Bey'in Altı Gün Boyunca Günlük Yaptığı Görüşme Sayıları*

Günler	Görüşme Sayısı
1	9
2	21
3	15
4	30
5	24
6	9

Çözüm

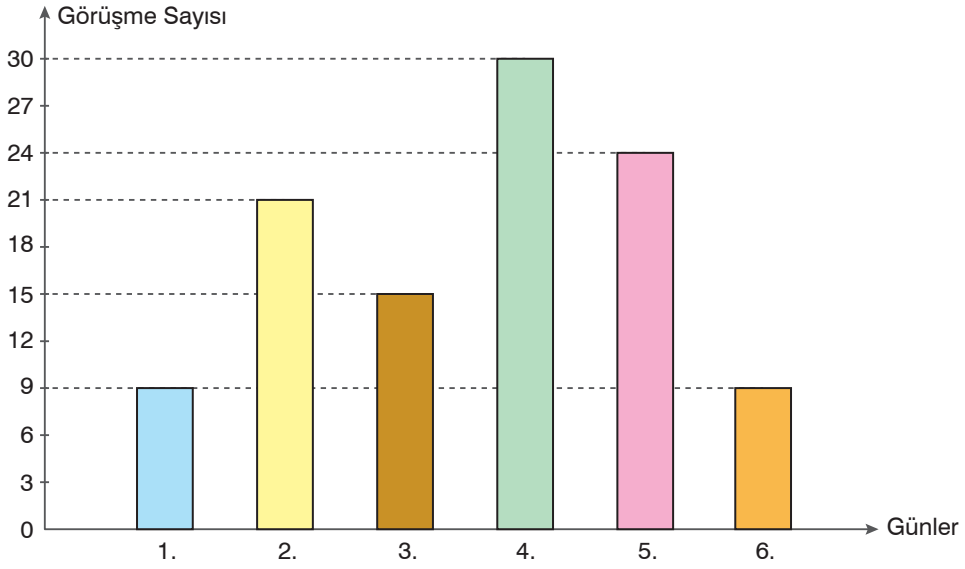
Tabloya göre Halil Bey;

- 1. gün 9,
- 2. gün 21,
- 3. gün 15,
- 4. gün 30,
- 5. gün 24,
- 6. gün 9 görüşme yapmıştır.

e-içerik

Tablodaki veriler, mevcut bir durumu belirttiği için verileri sütun grafiği ile göstermek daha uygun olur. Tablodaki veriler aşağıdaki sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: *Halil Bey'in Altı Gün Boyunca Günlük Yaptığı Görüşme Sayıları*

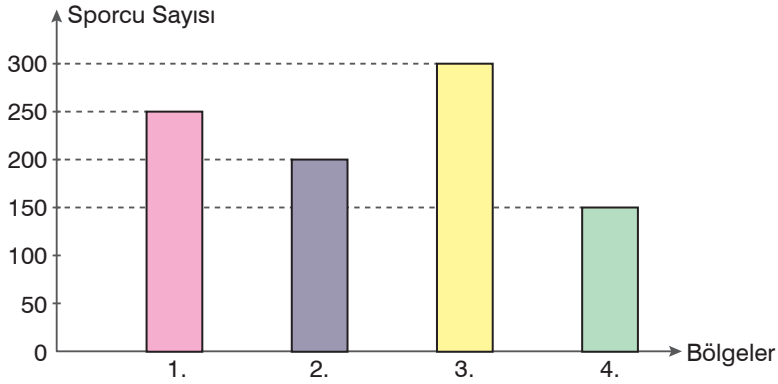


Alıştırmalar

1. Dört farklı bölgedeki lisanslı yelken sporcusu sayıları yandaki sütun grafiğinde verilmiştir.

Sütun grafiğindeki verileri daire grafiği ile gösteriniz.

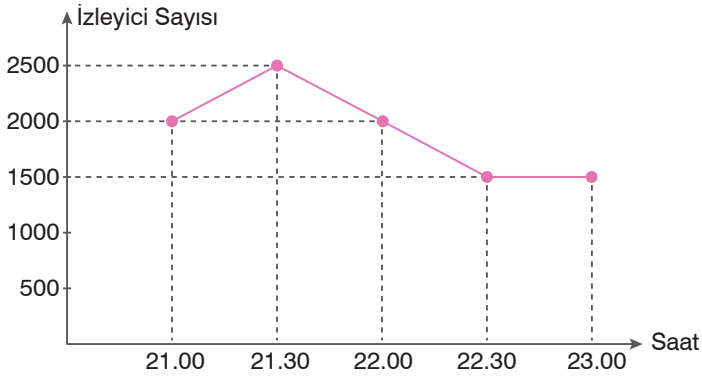
Grafik: *Dört Farklı Bölgedeki Lisanslı Yelken Sporcusu Sayıları*



2. Saat 21.00'de başlayan bir konserdeki izleyici sayıları yandaki çizgi grafiğinde verilmiştir.

Çizgi grafiğindeki verileri sütun grafiği ile gösteriniz.

Grafik: *Saat 21.00'de Başlayan Bir Konserdeki İzleyici Sayılarının Saatlere Göre Sayıları*



3. Bir hastanedeki altı hemşirenin belirli bir sürede tedavi uyguladığı hasta sayıları yandaki tabloda verilmiştir. Tablodaki verileri sütun grafiği ile gösteriniz.

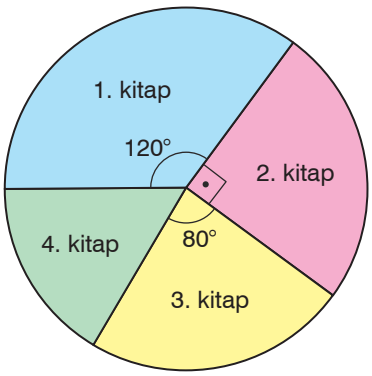
Tablo: *Bir Hastanedeki Altı Hemşirenin Belirli Bir Sürede Tedavi Uyguladığı Hasta Sayıları*

Hemşire	Hasta Sayısı
Haluk	84
Aycan	96
Tuğrul	36
Seray	60
Aynur	24
Sadık	72

4. Yazar Kamer Hanım dört kitap yazmıştır. Kamer Hanım, dört kitabı için farklı zamanlarda "imza günü" düzenliyor. İmza günlerinde Kamer Hanım'ın imzaladığı kitap sayısının kitaplara göre dağılımı yandaki daire grafiğinde verilmiştir.

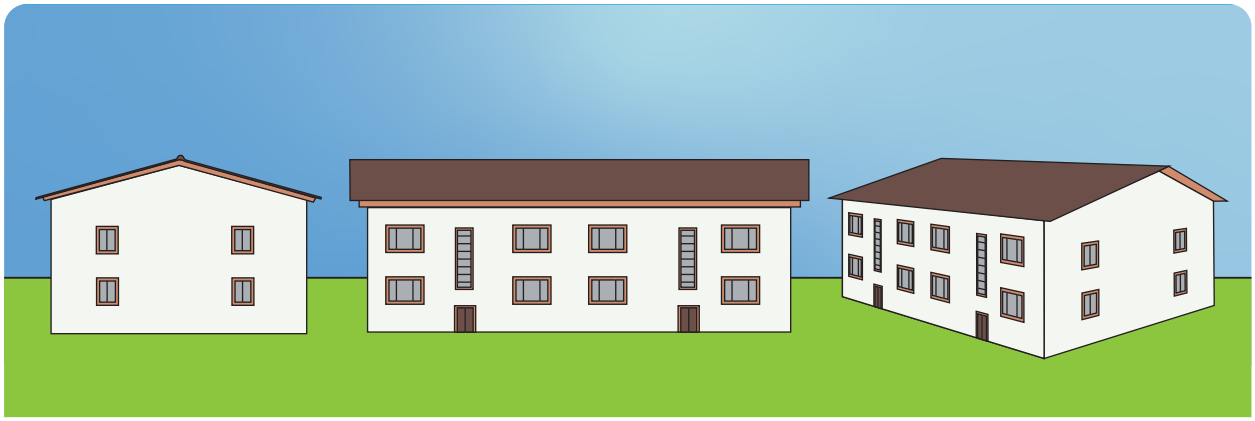
Kamer Hanım, 12 600 kitap imzaladığına göre daire grafiğindeki verileri sütun grafiği ile gösteriniz.

Grafik: *Kamer Hanım'ın İmzaladığı Kitap Sayılarının Kitaplara Göre Dağılımı*



CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ

Yapıların Farklı Yönlerden Görünümleri



Müteahhitler, inşa edecekleri binaların farklı yönlerden üç boyutlu ve iki boyutlu görünümlerini çizdirirler.

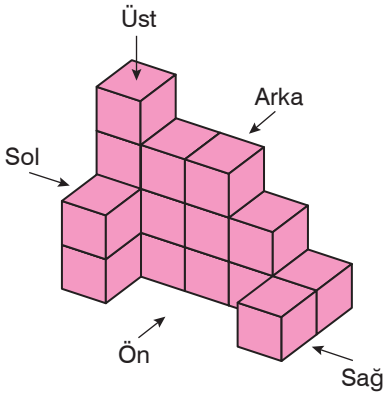
Müteahhitler, inşa edecekleri binaların farklı yönlerden görünümlerini neden çizdiriyor olabilirler? Araştırınız.

Bilgi Kutusu

Üç boyutlu cisimlerin farklı yönlerden iki boyutlu görünümleri kareli kâğıda çizilebilir.

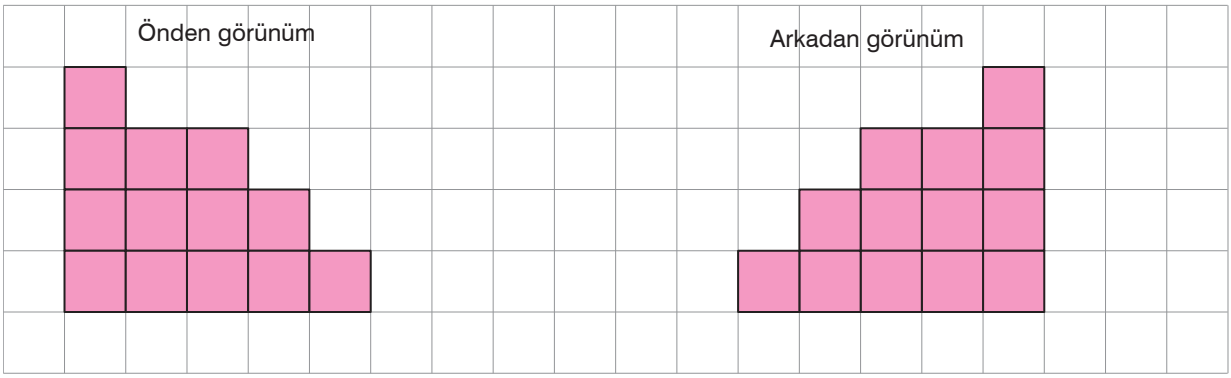
Örnek

16 pembe eş küp kullanılarak oluşturulan yandaki yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümlerini kareli kâğıda çizelim. Çizdiğimiz farklı yönlerden görünümlerin arasındaki ilişkiyi belirleyelim.



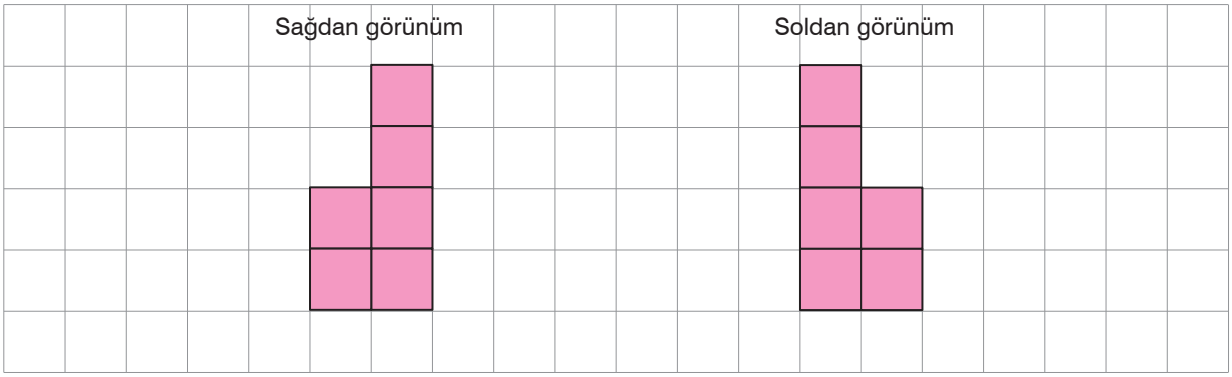
Çözüm

Yapının önden ve arkadan iki boyutlu görünümlerini kareli kâğıda çizelim.



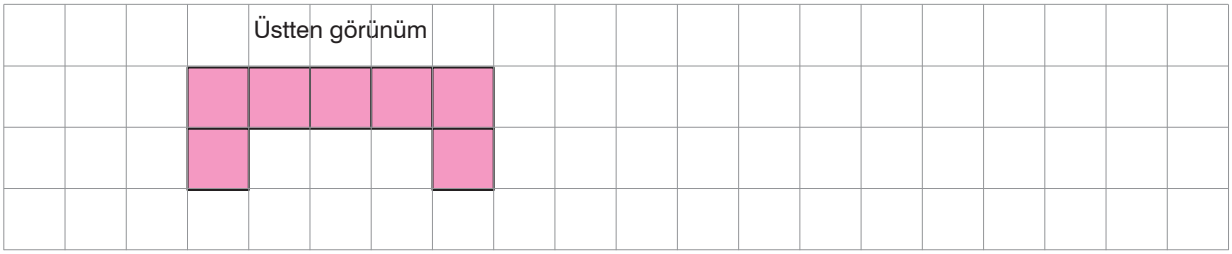
Pembe eş küplerle oluşturulan yapının önden ve arkadan iki boyutlu görünümleri simetriktir.

Yapının sağdan ve soldan iki boyutlu görünümlerini kareli kâğıda çizelim.



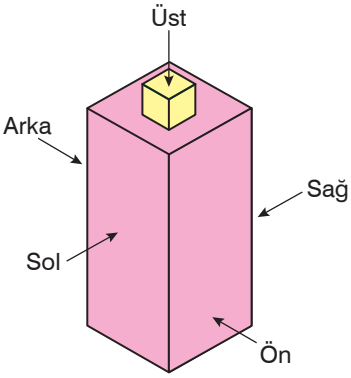
Pembe eş küplerle oluşturulan yapının sağdan ve soldan iki boyutlu görünümleri simetriktir.

Yapının üstten iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çizelim.



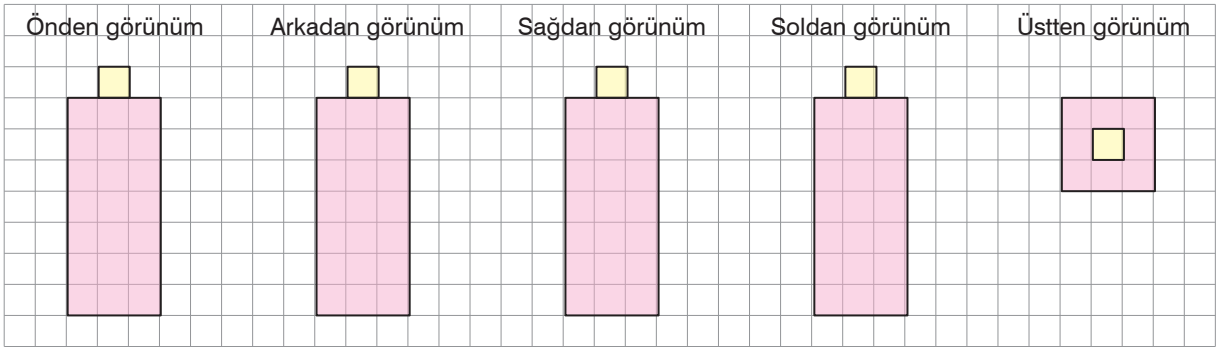
Örnek

Yandaki yapı, bir kare prizma ile bir küpün üst üste yerleştirilmesiyle elde edilmiştir. Buna göre yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümlerini kareli kâğıda çizelim. Çizdiğimiz farklı yönlerden görünümlerin arasındaki ilişkiyi belirleyelim.



Çözüm

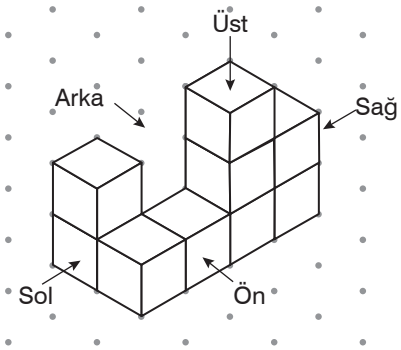
Bir kare prizma ve bir küp kullanılarak oluşturulan yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümleri aşağıda verilmiştir.



Yapının önden, arkadan, sağdan ve soldan iki boyutlu görünümleri simetriktir ve eştir.

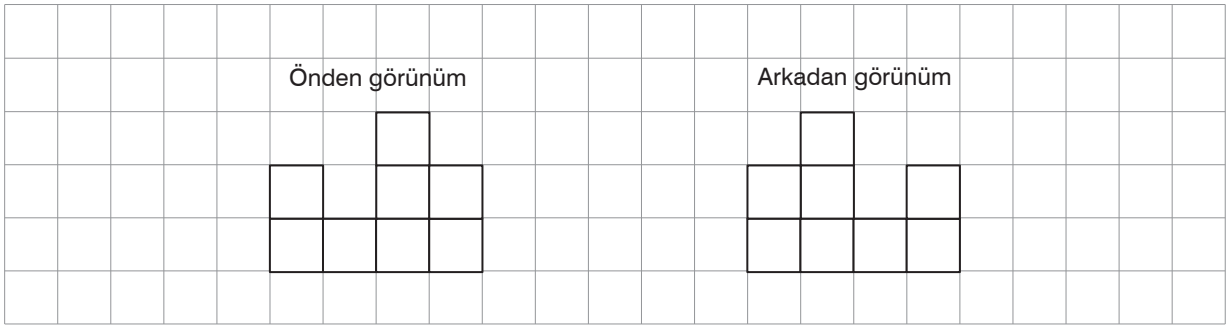
Örnek

Yandaki izometrik kâğıtta çizimi verilen ve 9 eş küp kullanılarak oluşturulan yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümlerini kareli kâğıda çizelim. Çizdiğimiz farklı yönlerden görünümlerin arasındaki ilişkiyi belirleyelim.



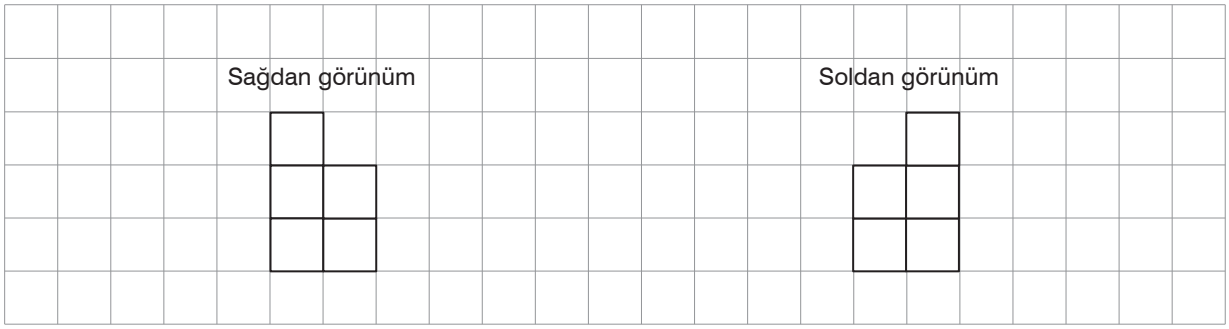
Çözüm

Yapının önden ve arkadan iki boyutlu görünümlerini kareli kâğıda çizelim.



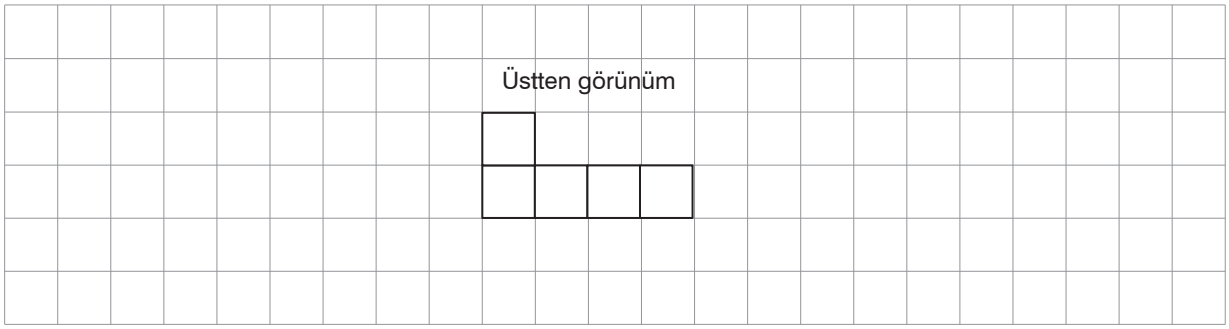
Eş küplerle oluşturulan yapının önden ve arkadan iki boyutlu görünümleri simetriktir.

Yapının sağdan ve soldan iki boyutlu görünümlerini kareli kâğıda çizelim.



Eş küplerle oluşturulan yapının sağdan ve soldan iki boyutlu görünümleri simetriktir.

Yapının üstten iki boyutlu görünümünü kareli kâğıda çizelim.

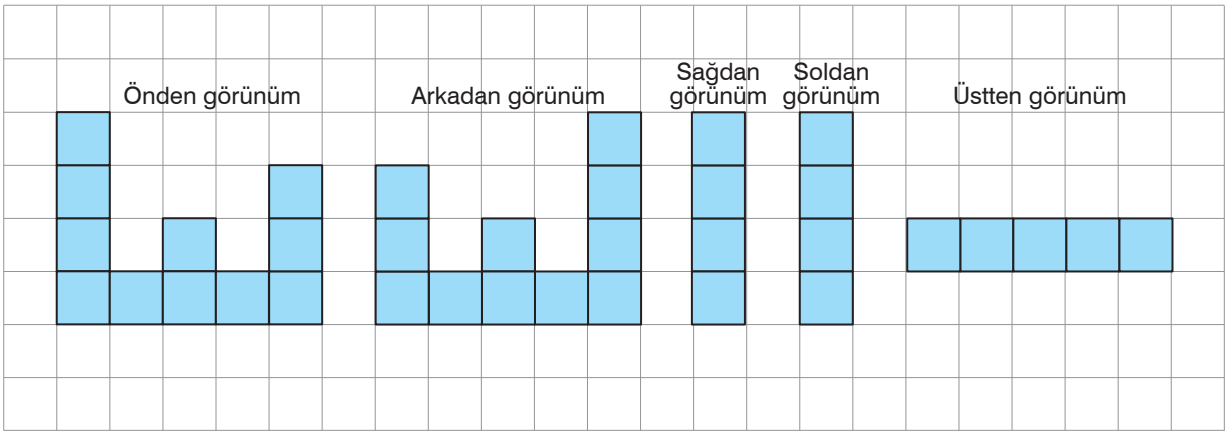


Bilgi Kutusu

Kareli kâğıtta farklı yönlerden iki boyutlu görünümlerinin çizimi verilen yapılar eş küplerle oluşturulabilir.

Örnek

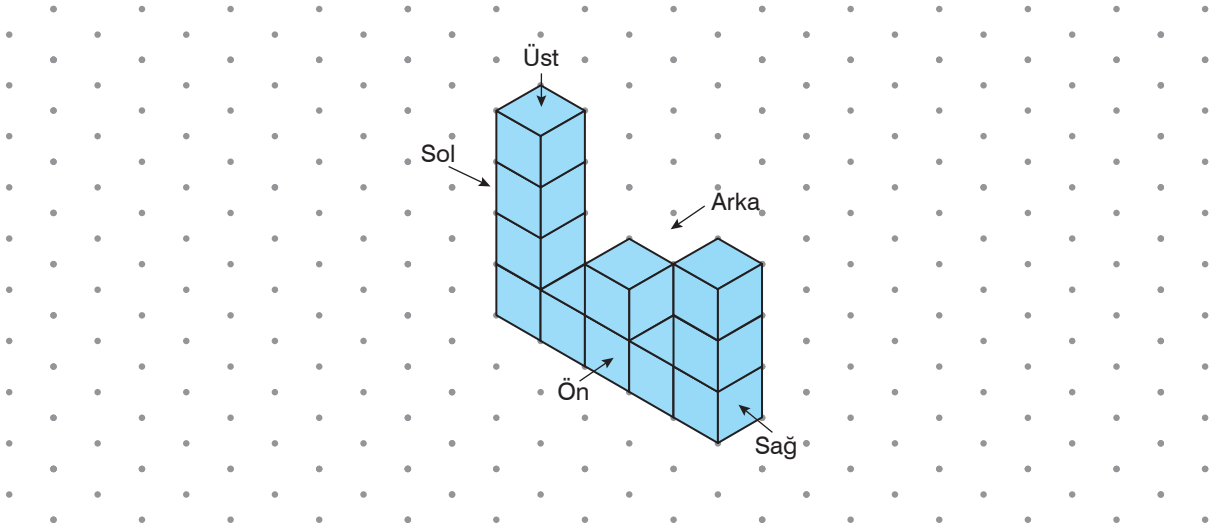
11 eş küp kullanılarak oluşturulan bir yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümleri aşağıdaki kareli kâğıtta verilmiştir.



Farklı yönlerden iki boyutlu görünümleri verilen eş küplerle oluşturulan yapıyı izometrik kâğıda çizelim.

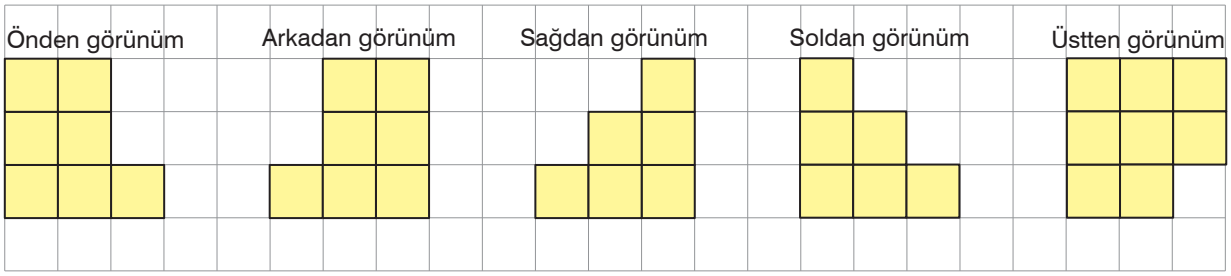
Çözüm

11 eş küp kullanılarak oluşturulan ve farklı yönlerden iki boyutlu görünümleri verilen yapı, aşağıdaki izometrik kâğıda çizilmiştir.



Örnek

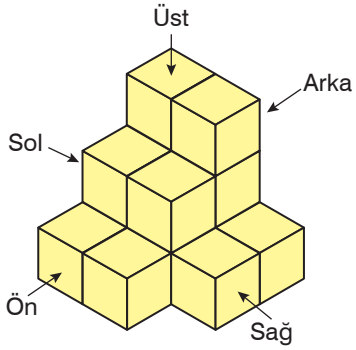
14 eş küp kullanılarak oluşturulan bir yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümleri aşağıdaki kareli kâğıtta verilmiştir.



Farklı yönlerden iki boyutlu görünümleri verilen eş küplerle oluşturulan yapıyı belirleyelim.

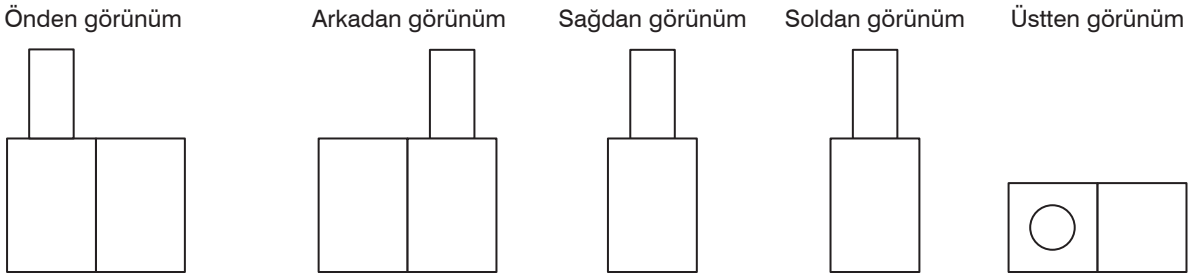
Çözüm

14 eş küp kullanılarak oluşturulan ve farklı yönlerden iki boyutlu görünümleri verilen yapı yanda gösterilmiştir.



Örnek

2 eş kare prizma ve 1 dik dairesel silindir kullanılarak oluşturulan bir yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümleri aşağıda verilmiştir.

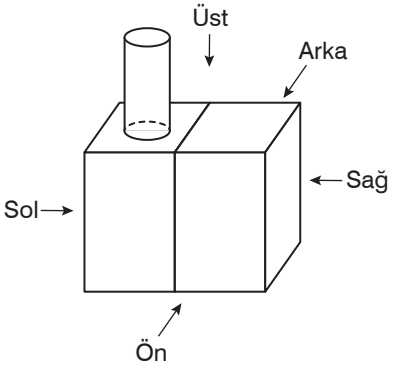


Farklı yönlerden iki boyutlu görünümleri verilen 2 eş kare prizma ve 1 dik dairesel silindir kullanılarak oluşturulan yapıyı belirleyelim.

e-içerik

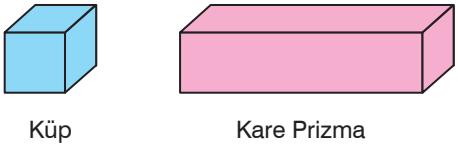
Çözüm

2 eş kare prizma ve 1 dik dairesel silindir kullanılarak oluşturulan ve iki boyutlu görünümleri verilen yapı aşağıda gösterilmiştir.

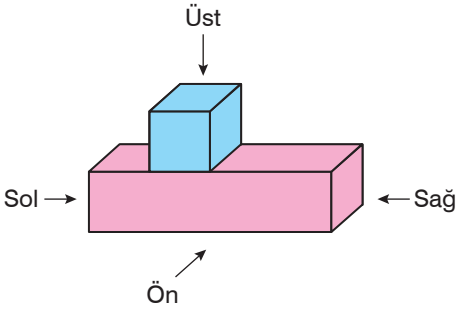


Örnek

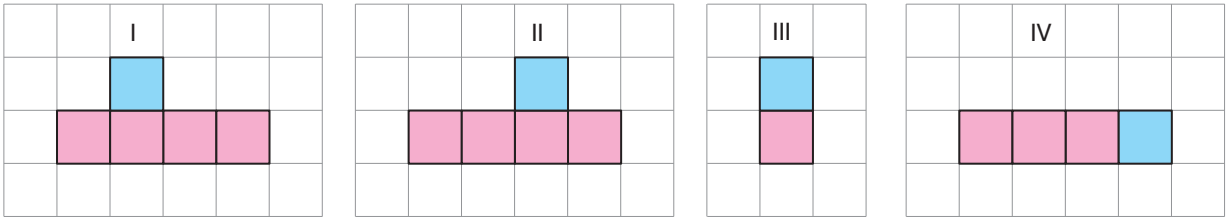
Yasin, kartondan aşağıdaki küpü ve kare prizmayı oluşturuyor. Küpü maviye, kare prizmayı pembeye boyuyor.



Küpün bir ayrıt uzunluğu, kare prizmanın taban ayrıt uzunluğu eşittir. Yasin, oluşturduğu küp ile kare prizmayı kullanarak yandaki yapıyı oluşturuyor.



Buna göre Yasin'in oluşturduğu yapının herhangi bir yönden iki boyutlu görünümünün aşağıdaki kareli kâğıtlardan hangisinde verilmediğini belirleyelim.



Çözüm

Yasin'in oluşturduğu yapının,

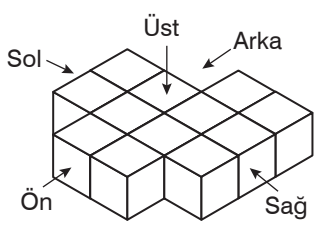
- Önden görünümü I numaralı kareli kağıtta,
- Arkadan görünümü II numaralı kareli kağıtta,
- Sağdan ve soldan görünümleri III numaralı kareli kâğıtta verilmiştir.

Buna göre IV numaralı kareli kâğıtta verilen çizim, Yasin'in oluşturduğu yapının herhangi bir yönden iki boyutlu görünümü değildir.

Alıştırmalar

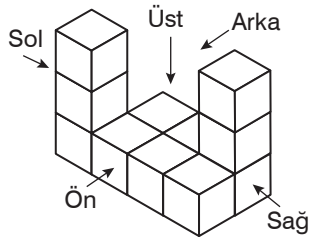
1. Aşağıda verilen ve eş küpler kullanılarak oluşturulan yapıların önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümlerini kareli alanlara çiziniz. Çizdiğiniz farklı yönlerden görünümlerin arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

a)



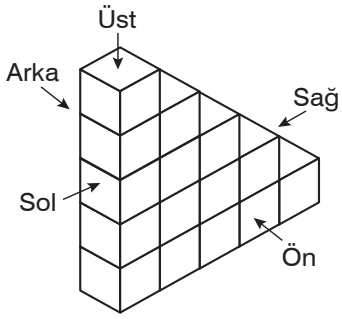
12 eş küp ile oluşturulmuştur.

b)



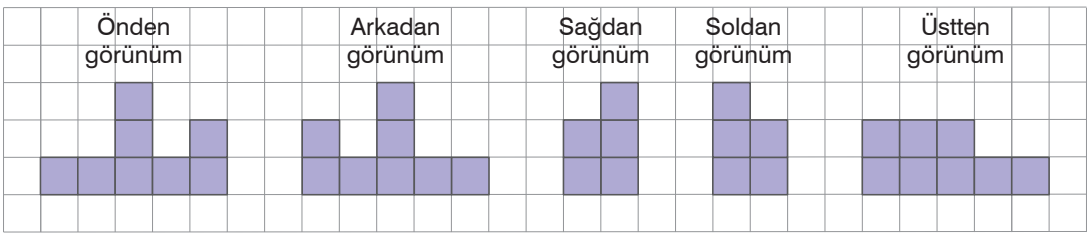
11 eş küp ile oluşturulmuştur.

c)

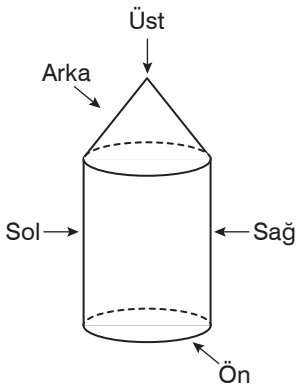


15 eş küp ile oluşturulmuştur.

2. Önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümü kareli kâğıtta verilen yapıyı 11 eş küpü kullanarak oluşturunuz.

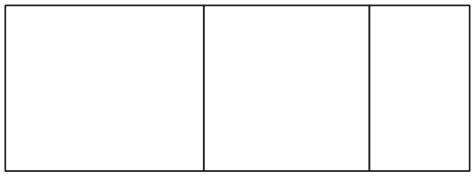


3. Tabanları eş daireler olan bir dik dairesel silindir ve bir dik koni kullanılarak oluşturulan yandaki yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümlerini kareli kâğıda çiziniz.

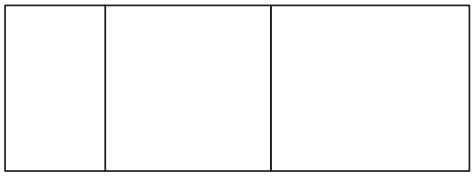


4. Birer adet dikdörtgenler prizması, küp ve dik dairesel silindir kullanılarak oluşturulan; önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümleri aşağıda verilen yapıyı oluşturunuz.

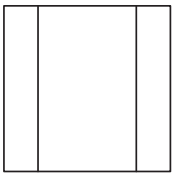
Önden görünüm



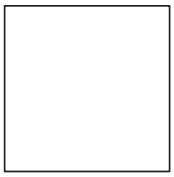
Arkadan görünüm



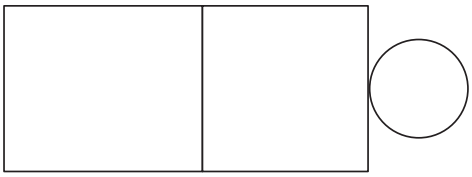
Sağdan görünüm



Soldan görünüm



Üstten görünüm



1. Sezen Hanım, her ayın 1'inde kedisi Maviş'i tartıyor. Ölçümleriyle yandaki tabloyu oluşturuyor. Tablodaki verilerle defterinize çizgi grafiği oluşturunuz.

Tablo: *Sezen Hanım'ın Yaptığı Ölçümler Sonucu Kedisi Maviş'in Aylara Göre Kütlesi*

Aylar	Kütle (g)
Ocak	3100
Şubat	3150
Mart	3250
Nisan	3100
Mayıs	3200
Haziran	3300

2. Nihat ve Nermin beş yıl boyunca her yılın ocak ayında boylarını ölçüyorlar ve ölçüm sonuçlarıyla yandaki tabloyu oluşturuyorlar. Tablodaki verilerle defterinize ikili çizgi grafiği oluşturunuz.

Tablo: *Nihat ile Nermin'in Beş Yıllık Boy Uzunlukları*

Yıllar \ Boy Uzunluğu (cm)	Nihat	Nermin
2019	128	132
2020	130	136
2021	133	138
2022	137	139
2023	140	140

3. İki ülkenin paraları olan A ve B'nin tarihlerde TL karşılıkları yandaki ikili çizgi grafiğinde verilmiştir.

İkili çizgi grafiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

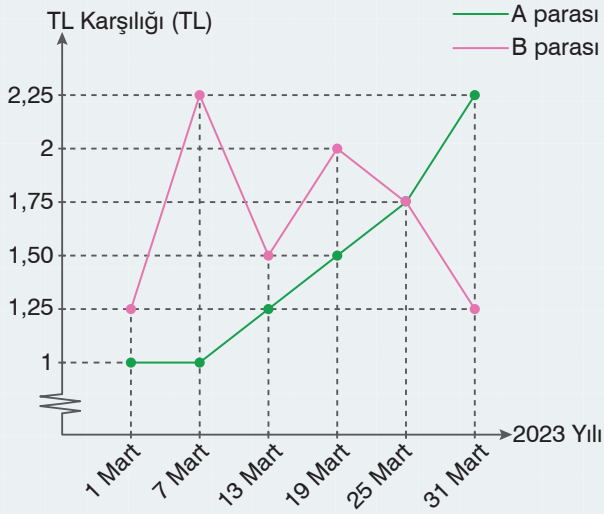
a) A ve B paralarının hangi tarihte TL karşılığı değerleri eşittir?

b) Hangi tarihlerde B parasının TL karşılığı değerleri eşittir?

c) Hangi tarihte B parasının TL karşılığı değeri, A parasının TL karşılığı değerinden daha azdır.

ç) Hangi tarihten sonra A parasının TL karşılığı değeri sürekli artmıştır.

Grafik: *İki Ülkenin Paraları Olan A ve B'nin Farklı Tarihlerdeki TL Karşılıkları*



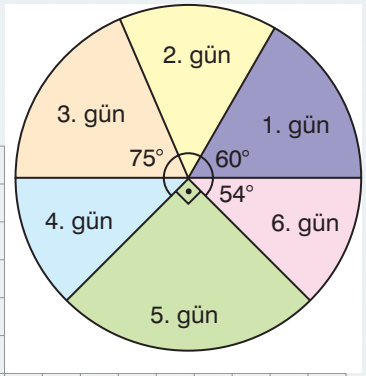
4. Aşağıdaki veri grupları ile bu veri gruplarının aritmetik ortalamaları eşleştirildiğinde hangi aritmetik ortalama değeri açıkta kalır?

Veri Grubu	Aritmetik Ortalama
10, 15, 18, 10, 11, 13, 14, 18, 15, 6	13
12, 19, 11, 18, 10, 10, 15, 14, 17, 14	14
14, 19, 10, 14, 14, 14, 10, 18, 19, 13	14,5
13, 17, 19, 10, 11, 13, 16, 18, 15, 28	15
18, 13, 17, 10, 16, 13, 13, 14, 18, 18	15,5
	16

5. Emin 240 sayfalık bir kitabı 6 günde okumuştur. Emin'in günlere göre okuduğu sayfa sayılarının dağılımı yandaki daire grafiğinde verilmiştir. Emin ilk 3 günde kitabın yarısını okumuş ve 2. gün okuduğu sayfa sayısı 4. gün okuduğu sayfa sayısından 6 fazladır.

Buna göre Emin ilk dört günde toplam kaç sayfa kitap okumuştur?

Grafik: *Emin'in Okuduğu Sayfa Sayılarının Günlere Göre Dağılımı*



6. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

a) ☐ 4, 6, 8, 12, 18, 20, 6, 18, 8 veri grubunun tepe değeri (mod) 6, 8 ve 18'dir.

b) ☐ 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 0 veri grubunun aritmetik ortalaması 10'dur.

c) ☐ 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, 48 veri grubunun ortanca değeri (medyan) 33'tür.

ç) ☐ 0, 0, 0, 0, 5, 6, 6, 6, 3 veri grubunun ortanca değeri 3, tepe değeri 0'dır.

d) ☐ 5, 10, 15, 20, 20, 20, 15, 10, 5 veri grubunun tepe değeri (mod) 20'dir.

e) ☐ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 veri grubunun aritmetik ortalaması 6'dır.

7. Bir halk kütüphanesinde 15 gün boyunca günlük ödünç verilen kitap sayıları ile aşağıdaki veri grubu oluşturulmuştur.

80, 5, 0, 60, 10, 90, 120, 120, 120, 120, 120, 120, 120, 20, 40

Veri grubuna göre halk kütüphanesinden günlük ödünç verilen kitap sayıları ile ilgili aritmetik ortalama, ortanca değer (medyan) ve tepe değerden (mod) hangisinin yorumlanması daha kullanışlıdır? Nedenini açıklayınız.

Millet Kütüphanesi

8. Bir araştırma şirketi, 108 000 kişiye tercih ettikleri bir telefon markasını soruyor. Şirket, elde ettiği verilerle yandaki tabloyu oluşturuyor. Tablodaki verilerle defterinize bir daire grafiği oluşturunuz.

Tablo: *Tercih Edilen Telefon Markaları ve Bu Markaları Tercih Eden Kişi Sayısı*

Telefon Markası	Kişi Sayısı
A	27 000
B	45 000
C	24 000
D	12 000

9. Bir şirketin beş şehirde inşa ettiği bina sayıları ile yandaki daire grafiği oluşturulmuştur. Şirket, C şehrinde 30 bina inşa ettiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Şirketin inşa ettiği binaların yüzde kaçı B şehrindedir?

b) Şirketin inşa ettiği binaların %30'unun bulunduğu şehirde şirket kaç bina inşa etmiştir?

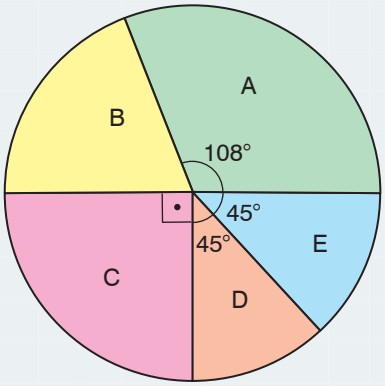
c) Şirket, D ve E şehirlerinde toplam kaç bina inşa etmiştir?

ç) Şirket, beş şehirde toplam kaç bina inşa etmiştir?

d) Şirket; A, B ve C şehirlerinde toplam kaç bina inşa etmiştir?

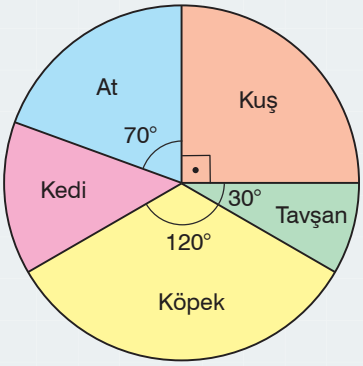
e) Şirketin A şehrinde inşa ettiği bina sayısı, B şehrinde inşa ettiği bina sayısından kaç fazladır?

Grafik: *Bir şirketin Beş Şehirde İnşa Ettiği Binaların Dağılımı*



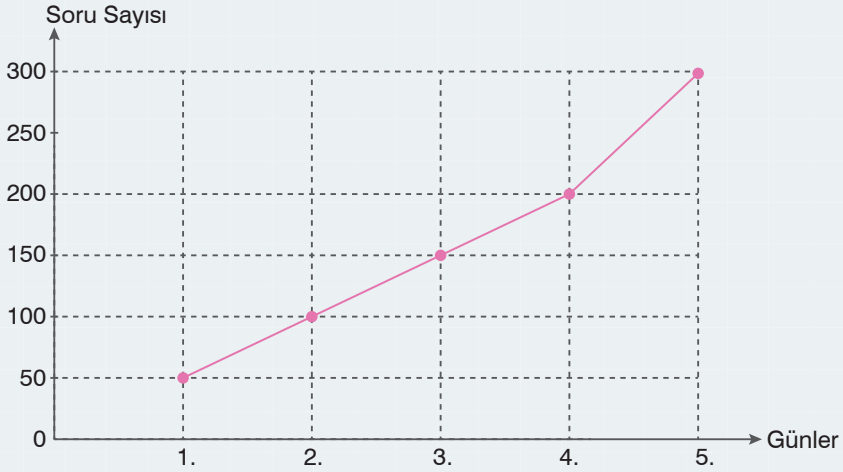
10. Veteriner Bahar Hanım'ın bir ay boyunca tedavi ettiği evcil hayvan türlerinin sayılarına göre dağılımı yandaki daire grafiğinde gösterilmiştir. Bahar Hanım, bir ay boyunca 144 hayvanı tedavi ettiğine göre daire grafiğindeki verileri sütun grafiği ile gösteriniz.

Grafik: *Bahar Hanım'ın Bir Ay Boyunca Tedavi Ettiği Evcil Hayvan Sayılarının Dağılımı*



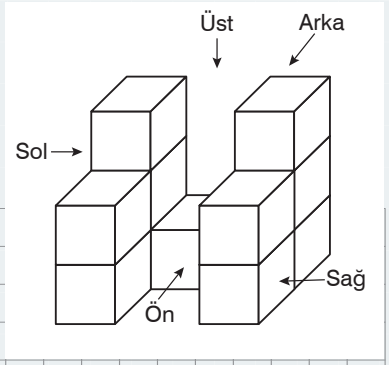
11. Turgay'ın beş gün boyunca çözdüğü toplam matematik sorularının günlere göre sayıları ile aşağıdaki çizgi grafiği oluşturuluyor.

Grafik: *Turgay'ın Beş Gün Boyunca Çözdüğü Toplam Matematik Sorularının Günlere Göre Sayıları*



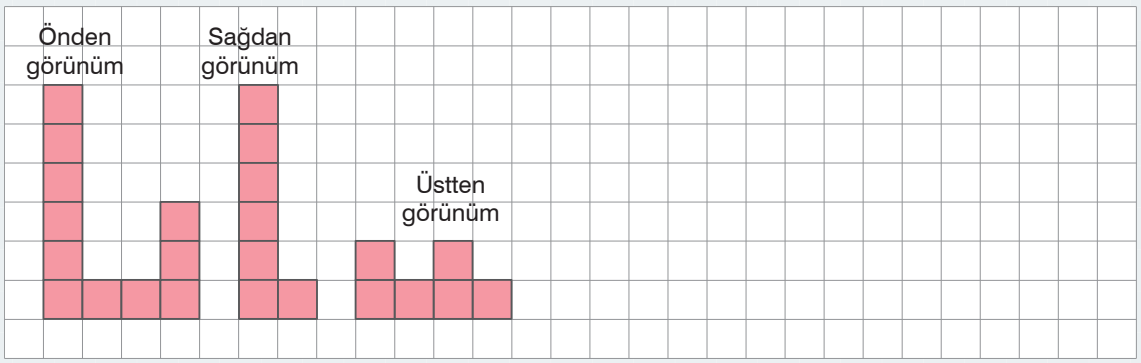
Çizgi grafiğindeki verileri sütun grafiği ile gösteriniz.

12. 11 eş küp kullanılarak oluşturulan yandaki yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümlerini aşağıdaki kareli kâğıda çiziniz. Çizdiğiniz farklı yönlerden görünümlerin arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

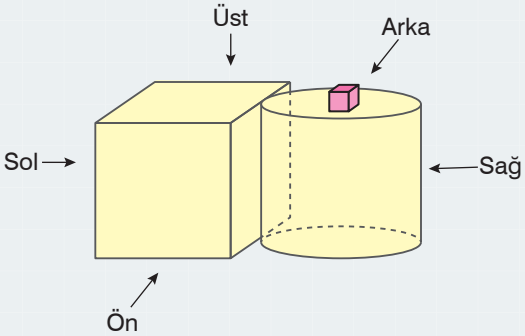


13. Önden, sağdan ve üstten iki boyutlu görünümleri kareli kâğıtta verilen ve 13 eş küp kullanılarak oluşturulan yapıyı çiziniz.

- Yapının önden ve arkadan iki boyutlu görünümleri simetriktir.
- Yapının sağdan ve soldan iki boyutlu görünümleri simetriktir.



14. Yandaki yapı, 2 farklı küp ve 1 dik dairesel silindir kullanılarak oluşturulmuştur. Dik dairesel silindirin çap uzunluğu, büyük küpün bir ayrıt uzunluğuna eşit olduğuna göre yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten iki boyutlu görünümlerini aşağıdaki kareli kâğıda çiziniz. Çizdiğiniz farklı yönlerden görünümlerin arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.



15. Üç hastanede bir gün boyunca doğan bebeklerin cinsiyetlerine göre sayıları yandaki tabloda verilmiştir.

Tablo: *Üç Hastanede Bir Gün Boyunca Doğan Bebeklerin Cinsiyetlerine Göre Sayıları*

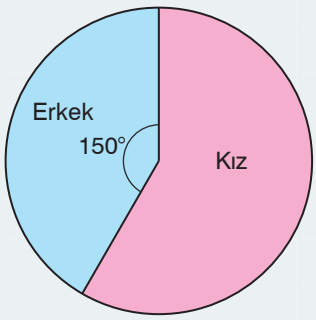
Hastane	Kız	Erkek
A	12	14
B	16	6
C	▲	10

Tablodaki verilerle yandaki daire grafiği oluşturuluyor. Daire grafiğine göre tablodaki ▲ yerine kaç yazılmalıdır?

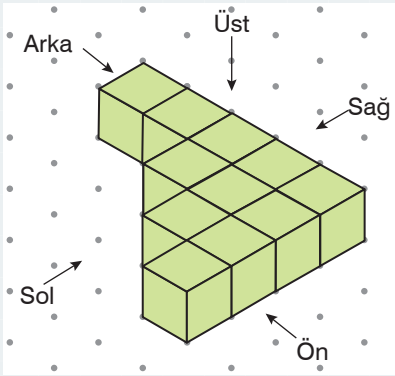
A) 10 B) 12

C) 14 D) 15

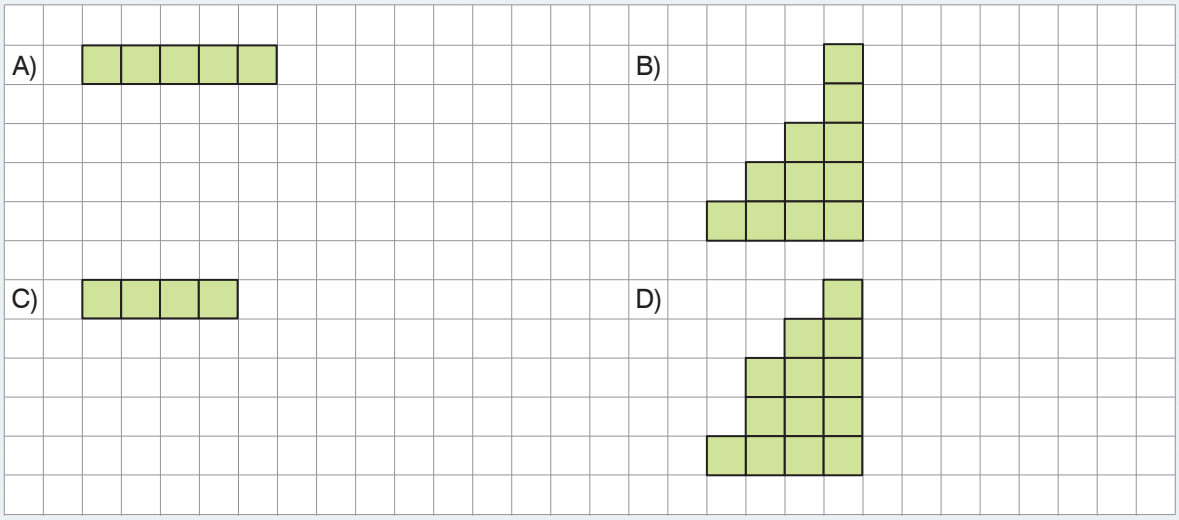
Grafik: *Üç Hastanede Bir Gün Boyunca Doğan Bebeklerin Cinsiyetlerine Göre Dağılımı*



16. 11 eş küp ile oluşturulan ve çizimi yandaki izometrik kâğıtta verilen yapının herhangi bir yönden iki boyutlu görünümü aşağıdakilerden hangisi olamaz?



Ek Sorular



A

astronom: Gök bilimci.

B

bakteri: Toprakta, suda, canlılarda bulunan, mayalanmaya, çürümeye ya da hastalıklara yol açan, küresel, silindirimsi ya da kıvrık biçimde olan çok basit yapılı canlı.

benzer terim: Bir cebirsel ifadede üsleri eşit olan aynı değişkenlerin aynı veya farklı katsayılara ait terimleri.

bilinmeyen: Bir eşitliği sağlayan sayılara karşılık gelen sembol ya da harf.

birim: Bir niceliği ölçmek için kendi cinsinden örnek seçilen değişmez parça.

C

cebirsel ifade: Sayıların bilinmeyenlerle temsil edildiği matematik cümlesi.

Ç

çap: Çemberin merkezinden geçen ve uç noktaları çember üzerinde bulunan doğru parçası.

çember: Düzlemde bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesi.

çember parçası: Çemberin iki noktası arasında kalan parçası, çember yayı.

D

daire: Çember ile çemberin iç bölgesinin birleşimi.

daire dilimi : Bir dairede, merkez açının iç bölgesiyle gördüğü yay arasında kalan kısmı.

değişken: Sayıları temsil eden harf.

denklem: İçinde en az bir bilinmeyenin bulunduğu eşitlik.

dış ters açı: Herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğruların arasında olmayan ve kesenin her iki tarafındaki komşu olmayan açılar.

dik dairesel silindir: Tabanları birbirine eş ve paralel iki daireden oluşan ve ekseni tabanlara dik olan geometrik cisim.

dik kenar: Bir dik üçgende dik açıyı oluşturan iki kenardan her biri.

E

eşitlik: İçinde "=" sembolü bulunan matematik cümlesi.

etkisiz eleman: İşlemde etkisi olmayan eleman.

G

grafik: Değişkenler arasındaki ilişkiyi göstermeye yarayan çizgisel anlatım şekli.

İ

ibre: Ölçü aletleri, saat ve göstergelerde sayı veya işaret göstermeye yarayan hareketli iğne.

iç ters açı: Herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğruların arasında ve kesenin her iki tarafındaki komşu olmayan açılar.

K

katsayı: Terimlerin sayısal çarpanı.

kesen: Paralel iki doğrunun her birini farklı bir noktada kesen üçüncü doğru.

M

medyan: Ortanca değer.

merkez açı: Köşesi merkezde, uç noktaları çember üzerinde olan açı.

mod: Tepe değer.

O

orantı: İki oranın eşitliği.

Ö

ölçek: Harita veya resimde gösterilen uzunluklar ile gerçek uzunluklar arasındaki oran.

P

pi sayısı: Çemberin uzunluğunun çapının uzunluğuna bölünmesi ile elde edilen sabit sayı.

R

rasyonel sayı: a ve b tam sayı ve b sıfırdan farklı olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılar.

röportaj: Radyo ve televizyon habercisinin bir veya birden çok kimseye bir konu üzerinde sorular sorarak bilgi almak ve fikrini öğrenmek amacıyla hazırladığı program.

S

sempozyum: Bilgi şöleni.

spiker: Radyo ve televizyonda programları, haberleri sunan kimse.

T

tasarruf: Para, mal vb. biriktirme.

terim: Bir cebirsel ifadede bir veya birden fazla değişkenin ve bir sayının çarpımı olup "+ ve –" işaretleri ile ayrılan her bir ifade.

ters açı: Köşeleri ve kolları ortak, yönleri birbirinin tersi olan açılar.

ters eleman: Bir sayı ile toplandığında veya çarpıldığında etkisiz elemanı veren sayı.

V

veri: Bir araştırma sonucunda elde edilen bilgiler.

Y

yarıçap: Bir çemberin merkezi ile çember üzerindeki herhangi bir noktayı birleştiren doğru parçası.

yay: Çemberde iki farklı nokta arasındaki çember parçası.

yutan eleman: Çarpma işleminde 0 (sıfır) sayısı.

SEMBOL VE KISALTMALAR

AB	: AB doğrusu
[AB]	: AB doğru parçası
[AB	: AB ışını
|AB|	: AB doğru parçasının uzunluğu
$\widehat{ABC}$	: ABC açısı
$\widehat{AB}$	: AB yayı
$m(\widehat{ABC})$	: ABC açısının ölçüsü
$m(\widehat{AB})$	: AB yayının ölçüsü
$\lvert\widehat{AB}\rvert$	: AB yayının uzunluğu
$\overset{\triangle}{ABC}$	: ABC üçgeni
a : b	: a'nın b'ye oranı
$\frac{a}{b}$	: a'nın b'ye oranı
a / b	: a'nın b'ye oranı
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	: Orantı
$\mathbb{Q}$	: Rasyonel sayılar kümesi
$\mathbb{Q}^-$	: Negatif rasyonel sayılar kümesi
$\mathbb{Q}^+$	: Pozitif rasyonel sayılar kümesi
°C	: Derece Celcius (selsiyus)
π	: Pi sayısı
%	: Yüzde sembolü
//	: Paralellik işareti
⊥	: Diklik işareti
<	: Küçüktür
>	: Büyüktür
=	: Eşittir
₺	: Türk lirası
TL	: Türk lirası
L	: Litre
g	: gram
kg	: kilogram
r	: Yarıçap
R	: Çap
br	: Birim
m	: Metre
cm	: Santimetre
mm	: Milimetre
br^2	: Birimkare
m^2	: Metrekare
cm^2	: Santimetrekare
mm^2	: Milimetrekare

KAYNAKÇA

1. Altun, M. (2012). **Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) Matematik Öğretimi**, Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.

2. Argün, Z.; Arıkan, A.; Bulut S.; Halıcıoğlu, S. (2014). **Temel Matematik Kavramlarının Künyesi**, Ankara: Gazi Kitabevi.

3. Arkın, S.; Toluk Uçar, Z. (2013). **İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi**, Ankara: Anı Yayıncılık.

4. Baykul, Y. ve Turgut M. F. (2012). **Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme**, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

5. Baykul, Y. (2004). **İlköğretimde Matematik Öğretimi**, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

6. Bradley S. Witzel ve Mary E. Little (2018). **Zorlanan Çocuklar İçin İlköğretim Matematik Öğretimi**, (Çev.:Mehmet Fatih Öçal), Ankara: Anı Yayıncılık.

7. Kaya, Z. ; Diğerleri. (2012). **Öğrenme ve Öğretme Kuramlar, Yaklaşımlar, Modeller**, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

8. **MEB Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8) Öğretim Programı**, (2018). Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı.

9. **TDK Türkçe Sözlük,** (2019). Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

10. **TDK Yazım Kılavuzu**, (2018). Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

Kaynakça APA 6 biçiminde düzenlenmiştir.

Genel Ağ Kaynakçası ve Görsel Kaynakça

Cevap Anahtarı